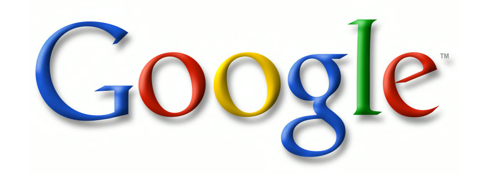
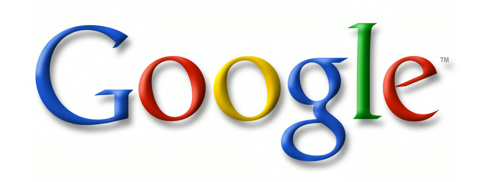





NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06909241 3







RECUEIL
DE PROBLÈMES
AMUSANS ET INSTRUCTIFS.

Les formalités prescrites ayant été remplies, les contrefacteurs seront poursuivis selon toute la rigueur des lois.

Cet Ouvrage se trouve aussi à

Angoulême, chez Tremeau et Cie.
Agen, Noubel.
Aix-la-Chapelle, Laruelle.
Angers, Fourrié-Mame.
Arras, Topino.
Bayonne, Bonzom.
Berlin, Schlesinger.
Besançon, { Deis. / Girard.
Blois, Aucher-Eloi.
Bordeaux, { Mme Bergeret. / Lawalle jeune. / Gassiot.
Bourges, Gilles.
Breslau, Korn.
Brest, { Le Fournier-Desp. / Egasse. / Michel.
Bruxelles, Lecharlier.
Caen, Mme Belin-Lebaron.
Calais, Leleux.
Cambrai, Giard.
Chartres, Hervé.
Clermont-Ferrand, Thibaud.
Dijon, Lagier.
Dunkerque, Bronner-Beauwens.
Florence, { Piatti. / Létendart-Delev.
Francfort, Brœnner.
Gand, Dujardin.
Genève, Paschoud.
Hâvre, { Duflo. / Chapelle.
Lausanne, Fischer.
Leipsick, Grieshammer.
Liège, Desoër.
Lille, Vanackère.
Limoges, Bargéas.
Londres, { Bossange. / Treuttel et Wurtz.
Lorient, { Caris. / Fauvel.
Lyon, { Bohaire. / Maire.
Manheim, Artaria et Fontaine.
Mans, Pesche.
Marseille, { Maswert. / Moissy.
Metz, Devilly.
Mons, Leroux.
Montpellier, Gabon fils.
Moscou, François Riss père et fils.
Nancy, Vincenot.
Nantes, Busseuil.
Naples, Borel.
Nîmes, Melquiou.
Niort, Elies-Orillat.
Orléans, Huet-Perdoux.
Rennes, { Duchesne. / Molliex.
Rouen, Renault.
Saint-Brieux, Lemonnier.
Saint-Malo, Rottier.
Saint-Pétersbourg, { C. Weyer. / Saint-Florent.
Stockholm, Cumelin.
Strasbourg, Levrault.
Toulouse, { Vieusseux. / Senac.
Turin, { Ch. Bocca. / Pic.
Valenciennes, Lemaître.
Vienne, Shalbacher.
Warsovie, Klugsberg.
Ypres, Gambart-Dujardin.

RECUEIL
DE PROBLÈMES
AMUSANS ET INSTRUCTIFS,

AVEC

LES DÉMONSTRATIONS RAISONNEES,

ET

L'APPLICATION DES RÈGLES DE L'ARITHMÉTIQUE A LEURS SOLUTIONS,

OU

COURS COMPLET
D'ANALISES ARITHMÉTIQUES:

OUVRAGE PROPRE A FORMER LE JUGEMENT DES JEUNES GENS, ET LES HABITUER A RÉSOUDRE TOUTES SORTES DE QUESTIONS, EN EMPLOYANT SEULEMENT LES QUATRE PRINCIPALES OPÉRATIONS DE L'ARITHMÉTIQUE.

PAR J.-J. GRÉMILLIET,
ANCIEN QUARTIER-MAITRE.

DEUXIÈME PARTIE,
CONTENANT LES SOLUTIONS.

PARIS,
A LA LIBRAIRIE CLASSIQUE DE E. CRETTE,
rue Saint-Martin, n. 98.

1822.

NOTE DE QUELQUES OUVRAGES NOUVEAUX,

Extraits du Catalogue des Livres de fonds de la Librairie de CRETTÉ.

Les cinq Romans ci-après sont de Mme la comtesse de *Malarme*, (née *de Bournon*), de l'Académie des Arcades de Rome.

1821.

Les Ruines d'un Vieux Château de la Haute-Saxe, ou Gervas et Ferdinand de Mondonedo, 3 vol. in-12, ornés d'une jolie gravure ; prix. . . . . 7 fr. 50 c.
La Sourde et Muette, ou la Famille d'Ortemberg, 3 vol. . . 7 fr. 50 c.
Constance d'Auvalière et Jules d'Epernon, 3 vol. in-12. . 7 . . 50
La Famille Thilbury, ou la Caverne de Wokey, 3 vol. in-12 7 . . 50
Olympia et Ethelvolf; 3 vol. in-12. . . . . 7 . . 50

Ouvrages rédigés par J-B. Nougaret, de l'Athénée des Sciences et Arts de la ville de Paris.

Beaux Traits de dévouement, d'attachement conjugal, de piété filiale, de courage, de magnanimité, de sentimens généreux qui ont eu lieu pendant la révolution française ; le plaidoyer en faveur de Louis XVI, son testament, la lettre de Marie-Antoinette à madame Elisabeth, et un grand nombre d'anecdotes peu connues. Ouvrage orné de huit gravures en taille-douce, 2 vol. in-12. . . . . 6 fr.
Beautés de l'Histoire de Savoie, de Genève, du Piémont, de la Sardaigne et de Gênes, contenant ce qu'il y a de plus intéressant dans les annales de ces peuples, depuis leur origine jusqu'à nos jours; ouvrage destiné à l'instruction de la jeunesse. 1 vol. in-12, orné de huit figures en taille douce. . . . . 3 fr. 50 c.
Vie de madame la Duchesse de Liancourt, avec le règlement qu'elle donna à sa petite-fille pour sa conduite et pour celle de sa maison, par l'abbé Boileau; suivie des entretiens sur les devoirs de la vie civile et sur plusieurs points importans de morale chrétienne, par l'abbé Marsolier; terminée par des anecdotes chrétiennes et morales, avec une jolie gravure représentant une distribution de prix. 1 vol. in-12 de 352 pages. . . . . 2 fr. 50 c.
Les Heureux effets de la Vertu, ou Histoire du jeune Paulin, par M. Bette d'Etienville, 1 vol. in-12, orné de 8 gravures en taille-douce. . . . . 2 fr.
Méthode éprouvée avec laquelle on peut parvenir facilement, et sans maître, à connaître les plantes de l'intérieur de la France; ouvrage infiniment utile aux personnes qui passent une partie de l'année à la campagne, et aux jeunes gens auxquels on veut inspirer du goût pour l'histoire naturelle, par M. Dubois, théologal de l'église d'Orléans, ancien démonstrateur du jardin des plantes de cette ville. 1 vol. in-8. . . . . 6 fr.

Cette méthode, aussi ingénieuse que savante, est très-estimée de tous les botanistes. Person dit que cet Ouvrage est unique pour apprendre à connaître les Plantes (opus ad determinandas specie plantarum singulare).

Œuvres du Chevalier Pierre-Augustin de Piis, 4 forts vol. in-8°, ornés du portrait de l'auteur; le premier volume contient ses poëmes, le second, son théâtre, le troisième, ses mélanges, et le quatrième, ses chansons : prix des 4 volumes. . . . . 10 fr.

AVIS DE L'ÉDITEUR

SUR CE VOLUME,

Qui contient en deux parties les Solutions des 1320 *Problèmes de la troisième édition, publiée en* 1826.

La deuxième édition des SOLUTIONS n'ayant point été entièrement épuisée, l'on a dû faire un supplément à cette édition pour les 603 Problèmes ajoutés; ce supplément est précédé d'une note indiquant la concordance qui existe entre les anciens et les nouveaux numéros. Tous les Problèmes ajoutés, sont analysés dans le supplément, et les autres sont à leur ordre de renvoi dans la série des numéros d'ordre : ainsi, lorsqu'on voudra avoir la solution correspondant au numéro du problème, on aura recours au supplément. Si cette solution est nouvelle, on la trouvera à son rang; autrement le numéro qui suit le numéro d'*ordre*, indique celui auquel elle se trouve dans la deuxième édition.

RECUEIL
DE PROBLÈMES.

Questions simples et faciles sur les nombres entiers.

Opérations et analyses raisonnées.

PRESQUE toutes les solutions se déduisant des propriétés des nombres indiquées dans la 1re partie, de la page XIII à la page XXVIII, il est essentiel de lire attentivement ces propriétés avant de passer à l'analyse.

Les nos en chiffres romains, entre parenthèses, se rapportent aux nos semblables de la 1re partie; ceux en chiffres ordinaires se rapportent aux nos précédens de la 2me partie.

Lorsque les solutions ne présentent pas de difficultés, les opérations seulement sont indiquées.

Le nombre cherché devant être déterminé, il sera constamment représenté par N.

Pour conserver l'alignement et éviter les difficultés d'impression, les signes : et $\frac{000}{000}$, indiqueront également la division.

N° 1. $(345+1000+250+2.564)-(1.358+2.000)=801=N$.

N° 2. $(4.560+1.285)-(1.000\times 5)=845=N$.

N° 3. $5\times 24=120$ lieues.

N° 4. $(185\times 15)-(110\times 18)=795=N$.

N° 5. $(20\times87) - (36\times24) + (3\times115) + (4\times50) + (21\times15) = 16 = N$.

N° 6. $(248\times20) + 17 = 4.977$; $(4.977\times12) + 6 = 59.730 = N$.

N° 7. $(365\times24) + 6 = 8.766$ heures; $(8.766\times60) = 525.960$ minutes; $(525.960\times60) = 31.557.600$ secondes, et $31.557.600\times7 = 220.903.200$ secondes $= N$.

N° 8. $6+4 = 10$ pieds; $(12\times10) + 3 = 123$ pouces; $(12\times123) + 6 = 1.482$ lignes, et $1.482\times2 = 2.964$ sous $= N$.

N° 9. $(29\times150) - 3.750 = 600$ fr. $= N$.

N° 10. $120 : 5 = 24 = N$.

N° 11. $120 : 24 = 5 = N$.

N° 12. 500 hommes en 1 jour consomment $67.500 : 90 = 6.750 : 9 = 750$ onces.

1 homme en 1 jonr en consomme $\frac{750\times16 \text{ onces}}{500} = 3\times8 = 24$.

N° 13. 1 homme en 1 jour consomme 24 onces.

500 hommes en 1 jour consomment $\frac{24\times500}{16} = 3\times250 = 750$ liv.

500 hommes en 90 jours en consomment $750\times90 = 67.500$ liv.

N° 14. Sur 1 mètre on gagne $600 : 150 = 4$ fr.; $29 - 4 = 25$ fr. $= N$.

N° 15. $35 + 40 + 38 = 113$; 113 mèt. ont été payés 339 fr., et $339 : 113 = 3$ fr. $= N$.

N° 16. $7 - 1 = 6$; $6\times4 = 24$. 168 lieues ont été faites en 24 jours, et en 1 jour on en a fait $168 : 24 = 7$.

N° 17. A 6 lieues par jour on fait $18\times6 = 108$ lieues en 18 jours; pour faire 108 lieues en 12 jours, il faut en faire chaque jour $108 : 12 = 36 : 4 = 9$.

N° 18. En faisant 5 lieues par jour, pour en faire 120 il faut $120 : 5 = 24$ jours; si l'on en fait 8 au lieu de 5, il faut

120 : 8 = 15 jours. Le cavalier devra donc partir 24 — 15 = 9 jours après le fantassin.

N° 19. 432 — 324 = 108 = le gain fait sur le coupon, mais 108 sont le produit de 9 fr. par mètre; il y avait donc un nombre de mètres = à 108 : 9 = 36 : 3 = 12.

N° 20. 432 — 324 = 108 fr. = le gain fait sur 12 mètres; 108 : 12 = 9 fr. = celui fait sur 1 mètre.

N° 21. 5×120 = 600 fr. = le gain fait sur 120 mètres 3.600 — 600 = 3.000 = le déboursé.

N° 22. 875×5 = 4.375ᵈ = le montant des 5 sacs; en payant la toile 35ᵈ on a dépensé 4.375ᵈ, il y en avait donc un nombre d'aunes = à 4.375 : 35 = (XXVIII) 875 : 7 = 125.

N° 23. 875×5 = 4.375ᵈ = le montant des 5 sacs; 125 aunes coûteront donc 4.375ᵈ, et une aune coûtera 4.375ᵈ : 125 = 35ᵈ.

N° 24. 35ᵈ×125 = 4 375ᵈ = le prix de 125 aunes; les 5 sacs contenaient donc 4.375ᵈ, et 1 sac en contenait 4 375 : 5 = 875.

N° 25. 5 f.×365 = 1.825 f. la dépense d'un an; l'économie d'un an = 3.000 f. — 1.825 = 1.175 f., et celle de 10 ans = 1.175×10 = 11.750.

N° 26. 2.595 — 1.500 = 1.095 f. = la somme à dépenser chaque année; 1.095 : 219 = 219 : 73 = 3 f. = N.

N° 27. 23.500 : 10 = 2.350 = la somme à payer chaque année pour l'acquit de 23.500 f.; 6.000 — 2.350 = 3.650 = la somme à dépenser chaque année; 3 650 : 365 = 10 = celle à dépenser chaque jour.

N° 28. 3.600×60 = le nombre de rations nécessaire à 3 600 chevaux pendant 60 jours; $\frac{3.600 \times 60}{3}$ = le nombre de bottes et $\frac{3.600 \times 60}{3 \times 60}$ = 1.200 = N.

N° 29. 1.200×60×3 = le nombre de rations que fournit la prairie, et puisqu'il y a 3.600 chevaux, chaque che-

val consomme $\frac{1.200 \times 60 \times 3}{3.600} = 20 \times 3 = 60$ rations, et il faudra 60 jours pour faire cette consommation.

N° 30. En 1 jour le gain a été de 112 : 8 = 14 f.

En une heure il a été de 14 : 7 = 2 f.

Ou par une autre analogie:

En 8 jours l'ouvrier a travaillé 8 × 7 = 56 heures.

En une heure il a gagné 112 : 56 = 2 f.

N° 31. En six semaines le grain a augmenté de (14.490 × 16 × 12) = 2.782.080 fois son poids; en une semaine elle a augmenté de 2.782.080 : 6 = 463.680; en un jour de 463.680 : 7 = 66.240; en une heure de 66.240 : 24 = (xxvi) 16.560 : 6 = 2.760; et en une minute elle a augmenté de 2.760 : 60 = 276 : 6 = 46 fois son poids.

N° 32. Une aune a été vendue 525 : 15 = 35 f., elle coûtait donc 35 — 8 = 27 f., et pour 1.782 f. on a eu un nombre d'aunes = 1.782 : 27 = (xxix) 198 : 3 = 66.

N° 33. Une aune a coûté 1.782 : 66 = (xxxi) 162 : 6 = 27 f.; en vendant 15 aunes pour 525 f., une aune a été vendue 525 : 15 = 35 f., le gain a donc été de 35 — 27 = 8 f. par aune.

N° 34. Une aune a été vendue 525 : 15 = 35 f.; elle coûtait donc 35 — 8 = 27 f., et 66 aunes ont coûté 27 × 66 = 1.782 f.

N° 35. N × 12 = 456 × 15 = 6.840, il est donc = à 6.840 : 12 = 570.

N° 36. Suivant l'énoncé le plus petit nombre est contenu 21 fois dans le plus grand; en réunissant les deux nombres, le plus petit est donc = à la 22[e] partie du total, or 374 : 22 = 17; 17 est donc le plus petit nombre, et 374 — 17 = 357 est le plus grand.

N° 37. $\frac{N}{27} = 1.091 \times 3 = 3.273$ il est donc = à 3.273 × 27 = 88.371.

N° 38. $N = \frac{24 \times 7}{8} = 3 \times 7 = 21.$

N° 39. $N = \frac{48 \times 3 \times 4}{12 \times 2} = 2 \times 3 \times 4 = 24.$

N° 40. $N = \frac{30 \times 5 \times 3 \times 6}{6 \times 9} = 30 \times 5 = 150.$

N° 41. $N = \frac{65 \times 7}{13 \times 5} = \frac{5 \times 7}{5} = 7.$

N° 42. 36 — 20 = 16 = la somme ajoutée aux 20 f. reçus, donc l'argent que le jeune homme avait est diminué de 16 f. ou de la moitié, et il avait 16 × 2 = 32 f.

N° 43. 36 + 16 = 52; 52 — 16 × 2 = 52 — 32 = 20 = N.

N° 44. 720 f. : 15 = 48 = le prix d'achat d'une livre.

16 × 2 = 32 f.; 48 — 32 = 16 = la perte faite sur chaque livre.

N° 45. 7.000 : 2 = 3.500 = la somme retirée par le premier. La mutation ayant lieu, le total (n° 1) serait diminué de 3,500 et augmenté de 4.000 f., ce qui fait une augmentation réelle de 4.000 — 3.500 = 500 f., donc le total = 24.500 — 500 = 24.000 f., et le troisième a mis 24.000 — (7.000 + 9.000) = 24.000 — 16.000 = 8.000 f.

N° 46. Les 10.000 f. retirés de la 2e mise pour les ajouter à la 3e, ne changent pas (n° 1.) le total des trois mises ou 45.000 f., et la mise du 3e était de 45.000 — (15.000 + 22.000) = 8 000 f.; après le changement la 1re était de 15.000, la 2e de 22.000 — 10.000 = 12.000, et la 3e de 8.000 + 10.000 = 18.000 f.

N° 47. 57 × 30 = 1.710 f. = le produit des 57 mètres à 30 f. 1.710 : 18 = 95 = le nombre de mètres à 18 f.

N° 48. $\left(\frac{350}{2} \times 30\right) = 175 \times 30 = 5.250$ f. = la somme déboursée pour la 2e qualité; 5 mètres de la 1re coûtent 7 × 30 = 210 f., 1 mètre coûte 210 : 5 = 42 f.,

et 175 mètres coûtent 42 f. $\times$ 175 = 7.350 f.; 7.350 + 5.250 = 12.600 = le débonrsé total.

N° 49. $\frac{2.250}{15 \times 50}$ = 225 : 75 = 3^{s} = ce qu'un ouvrier aurait touché de plus chaque jour si les 2.250^{s} eussent été payés de plus, dans ce cas il aurait touché 50^{s}, il touche donc réellement 50 — 3 = 47^{s}.

N° 50. 325 — 12 = 313; 313 + 325 = 638 = le prix de la vente.

N° 51. 250 + (250 : 2) = 375; 375 $\times$ 7 = 2.625 = le prix coûtant.

N° 52. 3 rames coûtent 4 + 3 + 6 = 13 f.; donc, pour 13 f. il a eu 3 rames, pour 1 f. il en a eu 3 : 13, et pour 117 f. il en a eu (3 : 13) $\times$ 117 = 3 $\times$ 9 = 27 en tout, ou 27 : 3 = 9 de chaque sorte.

N° 53. 18.000 $\times$ 4 = 72.000 = le nombre de rations consommées; $\frac{3 \times 16}{24}$ = 2 rations = 1 pain de 3 liv.; 72.000 rations = 72.000 : 2 = 36.000 pains; 36.000 : 450 = 80 = N.

N° 54. Un pain de 3 liv. = $\frac{3 \times 16}{24}$ = 2 rations; on a donc transporté dans les 80 chariots 450 $\times$ 80 = 36.000 pains ou 36.000 $\times$ 2 = 72.000 rations; pour un jour il en a fallu 72.000 : 4 = 18.000, et conséquemment il y avait 18.000 hommes.

N° 55. Avec 80 chariots on a transporté un nombre d'onces de pain = à 80 $\times$ 450 $\times$ 3 $\times$ 16; un homme a consommé un nombre d'onces = à $\frac{80 \times 450 \times 3 \times 16}{18.000}$ = 8 $\times$ 4 $\times$ 3 = 96, et il lui a fallu 96 : 24 = 4 jours pour faire cette consommation.

N° 56. $\frac{18.000 \times 4 \times 24}{3 \times 16}$ = 6.000 $\times$ 6 = 36.000 = le nombre de pains consommés, et 36.000 : 80 = 450 = N.

N° 57. $\frac{80 \times 450 \times 3 \times 16}{4 \times 18.000} = 2 \times 3 \times 4 = 24 =$ la consommation journalière de chaque homme; chaque ration = donc 24 onces.

N° 58. 12 mètres ont coûté 540 f.;
1 a coûté 540 : 12 = 45 f.;
28 coûteront 45 × 28 = 1.260 f.

N° 59. Pour 540 f. on a eu 12 mètres;
pour 1 f. on en a eu 12 : 540;
pour 2.295 f. on en aura (12 : 540) × 2.295 = 2.295 : 45 = 459 : 9 = 51 = N.

N° 60. Sur 2.400 f. le gain a été de 320;
sur 1 f. il a été de 320 : 2.400;
sur 4.155 f. il a été de (320 : 2.400) × 4.155 = (2 : 15) × 4.155 = 554 f.

N° 61. Le gain a été de 554 f. sur 4.155 f.;
il serait de 1 f. sur 4.155 : 554;
il sera de 320 f. sur (4.155 : 554) × 320 = 15 × 160 = 2.400.

N° 62. 7 pieds viennent de 8;
1 pied vient de 8 : 7;
203 pieds viennent de (8 : 7) × 203 = 232.

N° 63. Pour 500 hommes il faut 12.500 f.;
pour 1 homme il faudrait 12.500 : 500;
pour 329 hommes il faudra (12.500 : 500) × 329 = 25 × 329 = 8.225 f.; 8.225 + 12.500 = 20.725.

N° 64. Pour 829 hommes on dépense 20.725;
pour 1 homme on dépenserait 20.725 : 829;
pour 829 — 171 = 658 hommes on dépensera (20.725 : 829) × 658 = 25 × 658 = 16.450 f.

N° 65. 18 ouvriers ont été 15 jours;
1 ouvrier serait 15 jours × 18;
9 ouvriers seront $\frac{15 \times 18}{9} = 30$ jours.

N° 66. Pour faire l'ouvrage en 15 jours, il faut 18 ou-

vriers ; pour le faire en 1 jour, il en faudrait 18×15; pour le faire en 9 jours, il en faudra $\frac{18 \times 15}{9} = 30$.

N° 67. Un officier a dépensé en 13 jours $390 : 13 = 30$ f.; en un jour il a dépensé $30 : 15 = 2$ f. et $13 + 7$, ou 20 officiers ont dépensé en 17 jours $(2 \text{ f.} \times 17) \times 20 = 680$ f.

N° 68. 25 hommes en 18 jours ont fait 1,350 toises; 1 homme en un jour en aurait fait $1{,}350 : (25 \times 18) = 3$ toises; 17 en 50 jours en feront 3 toises $\times (17 \times 50) =$ 2.550 toises.

N° 69. En un jour le premier a fait $51 : 17 = 3$ toises; en un jour un des deux derniers en a fait $472 : (2 \times 59) =$ 4 toises, chacun des deux ouvriers a donc fait une toise d'ouvrage de plus par jour.

N° 70. 104 f. sont le produit de 100 f.; 1 f. est le produit de 100 f. : 104 et 416 f. seraient le produit de $(100 : 104) \times 415 = 25 \times 16 = 400$ f, mais alors le prix d'achat serait diminué de 100 f.; la marchandise avait donc coûté $400 + 100 = 500$ f.

N° 71. Pour 100 on recevra 108; pour 1 on recevra 108 : 100; et pour 1.375 on recevra $(108 : 100) \times 1.375 = 27 \times 55 = 1{,}485$.

N° 72. Sur 108 on en paye 100; sur 1 on en paye 100 : 108, sur 1.485 on n'en paye que $(100 : 108) \times 1.485 = 25 \times 55 = 1.375$.

N° 73. Sur 1.375 on en a eu $1.485 - 1.375 = 110$; sur 1 on en aurait 110 : 1.375; sur 100 on en aura $(110 : 1.375) \times 100 = 2 \times 4 = 8$.

N° 74. Avec 500 f. on a gagné en un an 25 f.; avec 1 f. on gagnerait en un mois 25 f. : $(12 \times 500) = 1$ f. : 240; avec 480 f. on gagnera en un mois $(1 \text{ f.} : 240) \times 480 = 2$ f., d'où il résulte que pour gagner 30 f. il faudra un nombre de mois $=$ à $30 : 2 = 15$.

N° 75. Pour payer 75 ouvriers, il faut 1.350 f.; pour en payer 1, il faudrait $1.350 : 75 = 18$ f., et chaque ouvrier

recevant 18 f., avec 1.836 f. on en paiera un nombre = à 1.836 : 18 = 102.

N° 76. 1 f. est le produit de 11 mois : 429 ; 1.053 f. seront le produit de (11 : 429) × 1.053 = 1.053 : 39 = 351 : 13 = 27 mois.

N° 77. 17 mètres coûteraient 629 f ; 1 mètre coûterait 629 f : 17 = 37 f., et les trois pièces contiennent un nombre de mètres = à 2.775 : 37 = 75.

N° 78. Un exemplaire revient à 108.000 : 1.200 = 108 : 12 = 9 f.

Le 1er libraire a dû avoir	3.600 : 9 =	400 exemplaires;
Le 2e	5.400 : 9 =	600
Le 3e	1.800 : 9 =	200
A eux trois, ils ont eu		1.200

N° 79. La dépense d'un exemplaire = 10,800 : 1,200 = 9 f.; donc, le 1er avait mis 9 × 400 = 3.600 f.

le 2e	9 × 600 =	5.400
le 3e	9 × 200 =	1.800
En tout,		10.800

N° 80. 1.350 toises ont été faites en 18 jours par 25 hommes; 1.350 toises seraient faites par un homme en 18 jours × 25; une toise serait faite par un homme en $\frac{18 \text{ jours} \times 25}{1.350}$ = 1 jour : 3.

Pour faire 2.550 toises il lui faudrait (1 : 3) × 2.550 = 850 jours, et 17 hommes ne feraient que 850 : 17 = 50 jours.

N° 81. Un homme a fait 150 : 30 = 5 mètres, et si un homme fait 5 mètres dans un temps donné, pour en faire 485 dans le même temps, il faudra un nombre de jours = à 485 : 5 = 97.

N° 82. Un pied a été fait en 5 jours : 85 ; 459 — 85 = 374 pieds seraient faits en (5 jours : 85) × 374 = 374 : 17 = 22 jours.

N° 83. Suivant le principe établi (11), il faut rendre chaque somme qui compose le total 4 fois plus forte; mais

pour quadrupler une somme, il faut y ajouter 3 fois cette même somme ; donc, l'augmentation de la 1[re] mise $= 540 \times 3 = 1.620$; celle de la 2[e] $= 800 \times 3 = 2.400$, et celle de la 3[e] $= 2.400 \times 3 = 7.200$.

N° 84. $15 \times 14 = 210 =$ le nombre d'heures employé à faire la 1[re] route; $210 : 21 = 10 =$ le nombre d'heures à employer chaque jour en revenant.

N° 85. 3 mètres coûtent $48 + 34 + 29 = 111$ f.; suivant l'énoncé le total est de 1.887 f. Ce total, comparativement à celui qu'on doit obtenir, est donc trop petit d'un nombre de fois $=$ à $1.887 : 111 = 17$, et pour le rendre 17 fois plus fort il faut (11) multiplier les 3 nombres qui l'ont formé par 17, d'où il résulte qu'il y a 17 mètres de chaque qualité.

N° 86. Le cheval coûtant 1 f.
Le jardin coûterait 4 f. $= 1 \times 4$.
La maison coûterait 20 f. $= 4 \times 5$.

Le total de la dépense serait 25 f.

Suivant l'énoncé il est 10.000 f.; il est donc trop petit d'un nombre de fois $=$ à $10.000 : 25 = 400$, d'où il résulte que le cheval a coûté $1 \times 400 = 400$ f., le jardin $4 \times 400 = 1.600$ f., et la maison $20 \times 400 = 8{,}000$ f. $= 1.600 \times 5$.

N° 87. Pour tendre un nombre de pieds $=$ à $25 \times 15 \times 10$ on a payé 750 f.; pour tendre un pied on a payé $750 : (25 \times 15 \times 10)$, et pour en tendre $30 \times 24 \times 14$ on devra payer une somme $=$ à $\frac{750 \times 30 \times 24 \times 14}{25 \times 15 \times 10} = 6 \times 24 \times 14 = 2.016$ f.

N° 88. Pour couvrir un nombre de pieds de toiture $=$ à 180×10 on a employé un nombre de pouces en ardoises $=$ à $180 \times 10 \times 18 \times 12$; pour en couvrir un pied on en a employé $\frac{180 \times 10 \times 8 \times 12}{1.800} = 18 \times 12$; pour en couvrir $(15 \times 6) \times 14$ il en faudra un nombre $=$ à $15 \times 6 \times 14 \times 18 \times 12$.

Or, chaque ardoise qu'on doit employer aura $14 \times 10 = 140$ pouces de superficie, il faudra donc un nombre d'ardoises $= à \frac{15 \times 6 \times 14 \times 18 \times 12}{140} = 3 \times 3 \times 18 \times 12 =$ 1.944.

N° 89. Le produit divisé par le plus petit nombre est divisé par 4, puisqu'il est égal au quart du dividende; le plus petit nombre est donc 4, et le plus grand $13 - 4 = 9$.

N° 90. $2.459 - 1.575 = 884 =$ le tiers de l'argent comptant, et l'argent qu'il avait au commencement du mois $= 884 \times 3 = 2.652$.

N° 91. La dépense $= (220 \times 12) + 1.200 + (2\text{ f.} \times 365) = 2.640 + 1.200 + 730 = 4.570$; elle excède donc la recette de $4.570 - 1.800 = 2.770$.

Ces 2.770 ont diminué le revenu d'un quart, ce revenu est donc $=$ à $2.770 \times 4 = 11.080$.

N° 92. Le domestique a dû recevoir pour 6 mois la moitié de la somme qu'il eût reçue pour un an, et conséquemment il reste au maître, sur le montant de l'année, une somme semblable à celle qu'il a payée; or il lui reste $120 - 15 = 105$ f., le cheval $+ 15$ f. valent donc 105, et le cheval seul vaut $105 - 15 = 90$ f.

N° 93. Si les ouvriers eussent travaillé autant de jours l'un que l'autre, le 1er eût fait 6 jours de moins et il n'aurait reçu que $54 \times \frac{54}{3} = 72$ f., donc pour 6 jours de plus il reçoit $96 - 72 = 24$ f.; pour un jour il reçoit $24 : 6 = 4$ f., et il a travaillé $96 : 4 = 24$ jours;

Le 2e a travaillé $24 - 6 = 18$ jours, et il a gagné par jour $54 : 18 = 3$ f.

N° 94. 1.250 hommes en 150 jours consomment $18 \times 1.250 \times 150 = 33.750.000$ onces.

Suivant les nouvelles dispositions, cette quantité ne doit durer que 125 jours: la consommation d'un jour sera donc de $33.750 000 : 125 = 27.000$ onces; chaque homme ayant

18 onces par jour, il en résulte que la garnison est composée de 27 000 : 18 = 1.500 hommes, et qu'il y en a 1 500 — 1.250 = 250 de plus qu'il n'y en avait.

N° 95. 1.500 hommes en 25 jours consommeraient 18 × 1.500 × 125 = 33.750.000 onces; la 1re garnison eût été 150 jours pour faire la même consommation, la consommation d'un jour eût été de 33.750.000 : 150 = 22.500 onces, et il y avait par conséquent 22.500 : 18 = 1.250 hommes.

Si la farine eût dû suffire pour le même temps, chaque homme n'aurait eu par jour que 22.500 : 1.500 = 225 : 15 = 15 onces.

N° 96. Un tonneau transporté à une lieue coûterait 60 f. : (18 × 30) = 60 : 540 9 tonneaux transportés à 20 lieues coûteront (60 : 540) × 9 × 20 = 20 f.

N° 97. Un ouvrier, en une journée d'une heure, a fait 1.350 : (9 × 15 × 10) = 27 : 27 = 1 toise.

17 ouvriers, en 19 jours de 8 heures, en feront 1 toise × 17 × 19 × 8 = 2.584.

N° 98. En 7 mois 1.500 hommes consommeraient une quantité d'onces de pain = à 18 × 7 × 30 × 1.500, et cette quantité, suivant l'énoncé, devra être consommée en 15 jours par la nouvelle garnison; la consommation d'un jour sera de (18 × 7 × 30 × 1.500) : (15 × 30) = 18 × 7 × 100, et puisque chaque homme consomme 14 onces, il y en aura un nombre = à (18 × 700) : 14 = 50 × 18 = 900; il faudra donc faire sortir 1.500 — 900 = 600 hommes.

N° 99. 15 × 36 = 540 = le prix de 36 mètres de casimir à 15 f.; il faudra donc vendre pour 540 f. de toile à 3 f., ce qui fera 540 : 3 = 180 mètres.

N° 100. Le drap ayant $\frac{9}{8}$, il en faut 2.135 aunes.

Le drap ayant $\frac{1}{8}$, il en faudrait 9 fois plus = 2.135 × 9.

Le drap ayant $\frac{5}{8}$, il en faudrait 5 fois moins = (2.135 × 9) 5 : 5 = 427 × 9 = 3.843 aunes; il devra donc en fournir plus, 3.843 — 2.135 = 1.708.

N° 101. En 6 mois ou 180 jours, 6 000 hommes consommeraient une quantité d'onces de pain = 18 onces × 180 × 6.000; mais dans le 2ᵉ cas, cette quantité devra être consommée en 10 mois ou 300 jours, par 7.200 hommes; une ration, ou la consommation journalière d'un homme, sera donc de (18×180×600) : (7.200×300) = 9 onces.

N° 102. En 3 mois ou 90 jours, 3.500 hommes consommeraient 24 onces×90×3.500; après la réduction, 2.100 hommes doivent consommer cette quautité en 10 mois ou 300 jours; la consommation d'un jour sera donc = à (24 × 90×3.500) : 300 × 2.100 = 12 onces, et il faudra diminuer sur chaque ration 24 — 12 = 12 onces.

N° 103. Un ouvrier, en un jour d'une heure, ferait 450 mèt. : (25×10×9) = 1 mèt. : 5.

45 ouvriers, en 1 jour de 5 heures, en feraient (1 mèt. : 5) ×(45×5) = 45; et pour en faire 450 mètres, il leur faudrait un nombre de jours = à 450 : 45 = 10.

N° 104. En 1 jour d'une heure, le gain serait de 210 f. : (15×7) = 2 f.; en 19 jours de 5 heures, il sera de 2 f. × (19×5) = 190 f.

N° 105. Une des 1res personnes, en 1 jour, a dépensé 210 : (15 × 7) = 2 f.; en 1 jour les dernières ont dépensé 340 : 17 = 20 f., leur nombre était donc = à 20 : 2 = 10.

Questions sur les nombres exprimés en parties décimales.

N° 106. 246,20 + 340 + 150,20 + 1.372,25 + 1.000 f. = 3.108,65; 3.108,65 — 357,49 = 2 751,16 = N.

N° 107. 2.464,28 — 628,27 = 1.836,01 = N.

N° 108. La perte faite sur une pièce = 282 : 8 = 35 f. 25 c.; or, chaque pièce a été vendue 4 550,48 : 8 = 568,81; une pièce avait donc coûté 568 81 + 35,25 = 604,06.

N° 109. En buvant une bouteille par jour, ce rentier en boira pendant une année 365 bouteilles qu'il paiera 239, 25 c., alors une bouteille lui reviendra à 239,25 : 365 = 65 c.

N° 110. 4,50 par jour donnent une dépense annuelle de $4,50 \times 365 = 1.642,50$; mais cette somme comparativement au revenu est trop forte de 150 f. Ce revenu est donc réellement de $1.642,50 - 15 = 1.492,50$.

N° 111. Pour 95 oranges, la recette a été de 14,25.

Pour une, elle a été de 14,25 : 95.

Pour 12, elle a été de $(14,25 : 95) \times 12 = 15 \times 12 = 1$ f. 80 c.

N° 112. 12 oranges se sont vendues 1,80.

Une orange s'est vendue $1,80 : 12 = 15$ c.

95 oranges se sont vendues 15 c. $\times 95 = 14$ f. 25 c

N° 113. Si 270 litres font 810 rations, et que chaque ration ait été payée 15 c., un tonneau a été payé 15 c $\times 810 = 121,50$ c., et 1 litre a été payé $121,50 : 270 = 12,15 : 27 = 1,35 : 3 = 45$ c.

Maintenant, si 270 litres font 810 rations, chaque litre fait un nombre de rations = à $810 : 270 = 81 : 27 = 3$, d'où il résulte que pour 18,000 hommes on a dû en distribuer $18.000 : 3 = 6,000$.

N° 114. Suivant l'énoncé, un litre a coûté $121,50 : 270 = 45$ c., et comme 1 litre fait 3 rations, chaque ration revient à 45 c. : $3 = 15$ c.; pour 2.700 f. on a eu un nombre de rations = à 2.700 : 15 c. $= 270.000 : 15 = 18.000$, et conséquemment il y avait 18.000 hommes.

N° 115. Le paiement total pour le passage a été de 155 f. $\times 125$; et puisqu'on a donné 1,25 c. par homme, il y a un nombre d'hommes = à $(155 \times 125) : 1,25 = 155 \times 100 = 15.500$.

N° 116. L'entrepreneur a reçu 155 f. $\times$ 125, et pour cette somme il a passé 15.500 hommes; la dépense pour un homme s'est donc élevée à $(155 \times 125) : 15.500 = 125 : 100 = 1,25$.

N° 117. $3.500 - 1.537,50 = 1.962,50$ = la somme à payer pour solder la propriété; et comme il faudra 5 années pour opérer ce solde, les épargnes de chaque année =

1.962,50 : 5 = 392,50. Or, chaque année cette personne dépense,

1° pour la rente viagère,	150
2° pour son loyer,	110
3° pour ses dépenses, etc., 1,50 × 365 =	547,50
Elle met de côté,	392,50
Son revenu égale donc ces 4 sommes, ou	1.200

N° 118. En 1 jour 34 pièces ont tiré 34 coups × 75;

En 18 jours elles ont tiré 34 × 75 × 18, et elles ont consommé un nombre de kil. = à 34 × 75 × 18 × 4. Or, cette quantité a coûté 413.100 f.; chaque kil. a donc coûté 413.100 f. : (34 × 75 × 18 × 4) = 153 : (24 × 2) = 2,25.

N° 119. La poudre coûtant 2,25 le kil., pour 413.100 f. on en a eu 413.100 : 2,25 = 183.600 kil.; la charge moyenne étant 4 kil., pendant 18 jours une pièce a consommé 4 kil. × 75 × 18, et il y avait en batterie un nombre de pièces = à 183.600 : (5 × 75 × 18) = 2.550 : 75 = 34

N° 120. Pour 5.384 f. 75 c. on a eu un nombre de mètres = à 5.384,75 : 42,50 = 107.695 : 850 = 21.539 : 170 = 126 mèt. 7 décim. Or, les deux premières pièces contiennent 50 mèt. 2 décim. + 40 = 90 mèt. 2 décim., la troisième en contient donc 126,7 — 90,2 = 36 mèt. 5 décim.

N° 121. 562,50 — 450 = 112,50 = le prix de 2 mèt. 5 décim., d'où il résulte que le prix d'un mètre = 112,50 : 2,5 = 45 f., qu'il y a dans le petit coupon 450 : 45 = 10 mètres de drap, et qu'il y en a 10 + 2,5 = 12,5 dans le plus grand.

N° 122. 280 bouteilles ont été payées 266 f.

Une bouteille a été payée 266 : 280 = 133 : 140 = 13,30 : 14 = 95 c., et pour 237,50 on en a eu un nombre de bouteilles = à 237,50 : 0,95 = 4.750 : 19 = 250

N° 123. Une bouteille (n° 122) a été payée 95 c.

250 devront être payées 95 × 250 = 237,50.

N° 124. 15,2 × 15,25 = 231,80.
12 × 19,20 = 230,40.
15,30 × 27 = 413,10.

Total de la recette, 875,30.

Les 11 journées, à 3,25 pour 18 ouvriers, se sont montées à 11 × 3,25 × 18 = 642,50; 875,30 — 643,50 = 23.180 = ce qui devrait rester au fabricant; il ne lui reste que 81,80; il a donc prêté 231,80 — 81,80 = 150 f.

N° 125. Une semaine de travail = 6 jours.

Une journée d'homme = donc 16,50 : 6 = 2,75; une de femme = 10,50 : 6 = 1,95, et une d'enfant = 4,50 : 6 = 75 cent.

24 jours étant égaux à 4 semaines, le gain total fait par un homme = 16,50 × 4 = 66 f.; celui fait par une femme = 10,50 × 4 = 42 f., et celui fait par un enfant = 4,50 × 4 = 18 f.

Sachant que les hommes ont eu 18.400 f., il est évident qu'il y en avait un nombre = à 18,480 : 66 = (xxxi) 1.680 : 6 = 280; par la même raison il y avait 1.530 : 18 = 170 : 2 = 85 enfans, et les hommes et les enfans ayant reçu (18.840 + 1.530) = 20.010 f., les femmes en ont reçu 25 470 — 20.010 = 5.460, et il y en avait un nombre = à 5.760 : 42 = 910 : 7 = 130.

N° 126. 2.100 : 52,5 = 40 f. = le prix du drap de seconde qualité; 5 mètres de la 1re qualité coûteraient donc 40 × 7 = 280 f., 1 mètre coûterait 280 : 5 = 56 f., et pour 2.100 on en aurait un nombre de mètres = à 2.100 : 56 = 150 : 4 = 37 mèt. 5 décim.

N° 127. 928 + 272 + 50 = 1.250 = le prix coûtant de l'eau-de-vie, 1.250 + 425 = 1.675 f. = ce qu'il faut en retirer; or, les 4 barriques contiennent 125 × 4 = 500 bouteilles. Il faut donc vendre chaque bouteille 1.675 : 500 = 16,75 : 5 = 3 f. 35 c.

N° 128. Pour 6 chevaux on a payé 756 f., pour 1 cheval

on a payé 756 : 6 = 126 ; et puisqu'une poste n'est payée que 1 f. 75 c., le nombre de postes courues = 126 : 1,75 = 12.600 : 175 = (XXVII) 504 : 7 = 72.

N° 129. Le prix de 72 postes = 756 f. ; le prix d'une poste = 756 : 72 = 84 : 8 = 10 f. 50 c. ; mais pour une poste, un cheval ne coûte que 1 f. 75 c. On a donc employé un nombre de chevaux = à 10,50 : 1,75 = 6.

N° 130. En 9 jours, on a gagné 29 f. 25 c.

En 1 jour, on gagnerait 29,25 : 9.

En 1 an 7 mois 17 jours ou 527 jours, on gagnera (29,25 : 9) × 527 = 3,25 × 527 = 1.712 f. 75 c.

N° 131. 155 mètres se vendent 395,25 ; 1 mètre se vend 395,25 : 155 = 79,05 : 31 = 2,55 ; et pour 74,97, on aura un nombre de mètres = à 74,97 : 2,55 = 7.497 : 255 = 29 mètres 4 décimètres.

N° 132. Les 9 premiers ouvriers ont reçu 4,50 × 9 = 40,50. On n'a donc plus, pour payer les 20 — 9 = 11 ouvriers qui restent à solder, que 65,25 — 40,50 = 24,75, et ils auront chacun 24,75 : 11 = 2,25.

N° 133. 8 mètres coûteraient 2,50 × 8 = 20 f. ; les 4 pièces ont coûté 300 — 20 = 280 f. ; une pièce a coûté 280 : 4 = 70 f., et elle contient 70 : 2,50 = 700 : 25 = (XIX) 7 × 4 = 28 mètres.

N° 134. Suivant l'énoncé, 200 + 10 = 210 bouteilles coûteraient 945 f. ; une bouteille revient donc à 945 : 210 = 189 : 42 = 63 : 14 = 4,50

N° 135. Un mouchoir a coûté 409,50 : 117 = 3,50, et il devra produire un bénéfice = à 111,15 : 117 = 12,35 : 13 = 95 c. Il faudra donc vendre un mouchoir 3,50 + 95 = 4,45, et 12 devront être vendus 4,45 + 12 = 53,40.

N° 136. Un quintal ou 100 liv. coûte 325 f. ; une liv. coûte 325 : 100 = 3,25.

Pour gagner 4,05 sur 15 liv., il faut gagner sur une 4,05 : 15 = 81 : 3 = 27 c. Il faudra donc vendre chaque liv. 3,25 + 27 c. = 3 f. 52 c.

N° 137. La perte a été de 4,50 sur 100 f.; elle a été de 1 f. sur 100 : 4,50; elle sera de 684 f. sur (100 : 4,50) × 684 = 200 × 76 = 15 200 f.

N° 138. Sur 1 f. ou 100 c., on a retranché 4 c., ils sont donc réduits à 96; donc 96 unités viennent de 100, une vient de 100 : 96, et 2.356,80 viennent de (100 : 96) × 2.356,80 = 2.450 f.

N° 139. 1.000 millimes — 175 = 825; donc 1.000 millimes ou 1 f. se réduisent à 825, et 5.000 f. se réduisent à 825 × 5.000 = 4.125 f = N.

N° 140. 2.75 × 365 = 1.003,75 = la dépense d'un an 1.003,75 + les 196,25 d'économie = 1.200 f. = le produit de 25 × 12 ou de 300 jours; chaque journée de travail est donc de 1.200 : 300 = 4 f.

N° 141. 137.760 : 1,20 = 1.377.600 : 12 = 114.800 = le nombre de rations fournies en 164 jours, ce qui porte la fourniture de chaque jour, et conséquemment le nombre des chevaux à 114.800 : 164 = 2.870 : 41 = 700.

Le corps a reçu 143.500 — 137.760 = 5 740 f. de plus qu'il n'a dépensé; il a donc gagné sur une ration 5.740 : 114 800 = 574 : 11 480 = pour avoir des centimes au produit, 5.740 : 1.148 = 1.435 : 287 = 205 : 41 = 05 c.

N° 142. (130 × 4) + (130 : 2) = 520 + 65 = 585 = le nombre de bouteilles fournies par les 4 barriques. Ce nombre a rapporté 1,80 × 585 = 1.053 f.; le marchand n'avait donc déboursé que 1.053 f. — 353 f. = 700 f. Les deux dernières barriques lui ont coûté 700 — 400 = 300, et il a gagné sur chaque bouteille 353 : 585 = 70,60 : 117 = 60 c. $\frac{40}{117}$.

N° 143. 12 litres ont coûté 2 50 × 12 = 30 f.; le marchand a retiré 30 + 20 = 50 f., et il a dû nécessairement vendre un nombre de verres = à 50 f. : 10 c. = 5.000 : 10 = 500. Or, 500 verres font 500 : 20 = 25 litres; il avait donc ajouté 25 — 12 = 13 litres d'eau.

N° 144. Si le premier ouvrier eut gagné 2 f. 40 c. de plus par jour, il aurait touché 2,40 $\times$ 25 = 60 f. de plus, ce plus est ce que le second ouvrier a gagné pendant 15 jours; donc le premier ouvrier a gagné en 25 jours 210 — 60 = 150 f.; en 1 jour il a gagné 150 : 25 = (XIX) 1,50 $\times$ 4 = 6 f., et le second, qui a travaillé 15 jours, a gagné 60 : 15 = 4 f.

N° 145. Les dépenses d'un mois et 3 jours ou de 33 jours = 2,25 $\times$ 33 = 74,25 ; 74,25 — 75 c. = 73,50 = le gain réel fait par l'ouvrier, et il a travaillé un nombre de jours = à 73,50 : 3,50 = 735 : 35 = 105 : 5 = 21.

N° 146. Pour 120 hommes l'officier a reçu 2.700 f.; pour 1 homme il a reçu 2.700 : 120 = 270 : 12 = 22,50, et le nombre de lieues fait par le détachement = 22,50 : 15 c. = 150.

24,75 — 22,50 = 2,25 = ce que chaque homme a reçu de plus qu'il ne lui revenait. Si l'officier n'eut pas retenu moitié, chaque homme aurait reçu 4,50 en sus de 22,50, en tout 27 f. Il reste donc un nombre d'hommes = à 2.700 : 27 = 100, et il en est déserté 120 — 100 = 20.

N° 147. A 45 f. la mesure, la livre de pain vaut 25 c.;

A 1 f., elle vaudrait 25 c. : 45;

A 41,40, elle vaudra (25 : 45) $\times$ 41,40 = 05 $\times$ 4,60 = 23 centimes.

N° 148. Pour augmenter de 18 f., il faut gagner 81 f.; pour augmenter d'un f., il faut gagner 81 : 18 = 9 : 2 = 4 f. 50 c.; pour augmenter de 8.100 f., il a fallu gagner 4,50 $\times$ 8.100 = 36.450; le gain d'un an a été de 36.450 : 5 = 7.290, et celui d'un jour a été de 7.290 : 365 = 1.478 : 73 = 19 f. 97 c. $\frac{19}{73}$.

N° 149. Sur 108 poires on en paiera 100;

Sur une on en paiera 100 : 108;

Sur 621 on en paiera (100 : 108) $\times$ 621 = (25 : 27) $\times$ 621 = 25 $\times$ 23 = 575; d'où il résulte que si 100 poires

coûtent 10,50, une coûte 10,50 : 100, et 575 coûtent (10,50 : 100) × 575 = (105 : 1.000) × 575 = 60,375 = 60 f. 37 c. ½.

N° 150. 1 soldat, pour 17 jours, a reçu 63,75 : 15 = 4,25; 1 soldat, pour 1 jour, a reçu 4,25 : 17 = 25 c. 23 soldats, pour 13 jours, recevront 25 c. × 23 × 13 = 74 f. 75 c.

N° 151. Pour une poste et 1 cheval on paierait 756 : (72 × 6) = 7 : 4; pour 12 postes et 50 chevaux on paiera (7 : 4) × 12 × 50 = 21 × 50 = 1.050 f.

N° 152. 1 homme du 1er détachement a reçu pour 1 jour de solde 63,75 : (15 × 17) = 25 c.

On a payé, pour 1 jour, au 2e détachement 74,75 : 13 = 5,75, et il était composé d'un nombre d'hommes = à 5,75 : 25 c. = (XIX) 5,75 × 4 = 23.

N° 153. La dépense de chaque jour devait être de 189 : 18 = 21 : 2 = 10 f. 50 c., et il y avait un nombre de soldats = à 10,50 : 30 = 105 : 3 = 35

Lors de la réception de l'avis, il y avait déjà 8 jours d'écoulés, la dépense de ces 8 jours montait à 10,50 × 8 = 84 f., et il ne restait plus que 189 — 84 = 105 f.; mais d'après les nouveaux ordres, cette somme doit durer 15 jours. On ne pourra donc dépenser chaque jour que 105 : 15 = 7 f., et chaque homme recevra 7 f. : 35 = 700 : 35 = 100 : 5 = 20 cent.

N° 154. 6.637,05 ont rapporté 948,15; 1 f. a rapporté 948,15 : 6.637,05; 2.960,51 devraient rapporter (948,15 : 6.637,05) × 2.960,51 = (43 : 3,01) × 2.960,51 = (43 : 43) × 422,93 = 422,93; donc la 2e somme est placée à un intérêt plus élevé, puisqu'elle rapporte 508 f., tandis qu'au taux de la 1re elle ne devrait en rapporter que 422,93.

Questions sur les nombres complexes.

N° 155. $2.464^{\#}\ 15^{s}\ 6^{d} + 346^{\#}\ 10^{s} + 350^{\#}\ 0^{s}\ 3^{d} + 1.090^{\#}\ 13^{s}\ 8^{d} = 4.251^{\#}\ 19^{s}\ 6^{d}$; $24^{\#} \times 200 = 4.800^{\#}$; $4.800 - 4.251^{\#}\ 19^{s}\ 6^{d} = 548^{\#}\ 0^{s}\ 7^{d} = N$.

N° 156. L'âge du jeune = (1.816 ans 0 mois 15 jours) — (1.784. 8. 25) = 31 ans 3 mois 20 jours.

Celui du cadet = (1.816.0.15) — (1.815. 4. 24) + (32.1 8) = 32 ans 8 mois 29 jours.

Celui de l'aîné = (31. 3. 20.) + (32. 8. 29.) = 64 ans 19 jours, et l'époque de sa naissance = (1.816. 0. 15.) — (64. 0. 19.) = (1.751. 11. 26) = le 26 décembre 1.751.

N° 157. Le nombres d'hommes du régiment=le quotient de $2.100^{\#}$: $(17^{s}\ 6^{d})$ = pour faire disparaître les nombres complexes $(2.100 \times 2 \times 4) : 7 = 300 \times 2 \times 4 = 2.400$,

N° 158. $2.100 : 2.400 = 21 : 24 = 7 : 8 = (7 \times 20 : 8) = 35^{s} : 2 = 17^{s}\ 6^{d}$.

N° 159. Une chemise revient à $421^{\#}\ 17^{s}\ 6^{d} : 75$ = pour faire disparaître les nombres complexes $3.375 : (75 \times 5 \times 4) = 135^{\#} : 24 = 5^{\#}\ 12^{s}\ 6^{d}$.

Une chemise a été vendue $91^{\#}\ 4^{s} : 12 = 456 : (12 \times 5) = 38^{\#} : 5 = 7^{\#}\ 12^{s}$; $7^{\#}\ 12^{s} - 5^{\#}\ 12^{s}\ 6^{d} = 1^{\#}\ 19^{s}\ 6^{d} = N$.

N° 160. Une chemise (n° 159) coûte $5^{\#}\ 12^{s}\ 6^{d}$, et il faudra vendre chaque douzaine $(5^{\#}\ 12^{s}\ 6^{d} + 1^{\#}\ 19^{s}\ 6^{d}) \times 12 = 91^{\#}\ 4^{s}$.

N° 161. La pièce revient à $17^{\#}\ 15^{s} \times 14$, et puisqu'elle contient 52 aun. $\frac{1}{2}$, chaque aune revient à $(17^{\#}\ 15^{s} \times 14) : 52\frac{1}{2} = (35^{\#}\ 10^{s} \times 14) : 105 = (\text{xiv})\ (71 \times 7) : 105 = 4^{\#}\ 14^{s}\ 8^{d}$.

N° 162. $25 \times 360 = 9.000$ = la circonférence de la terre.

En 1 jour de 6 heures, un homme ferait 114 pas $\times 2 \times 60 \times 6$ qui réduits en lieues $= (114 \times 2 \times 60) : (6 \times 2.280) = 6$. et $9{,}000 : (6 \times 365) = 1.500 : 365 = 300 : 73 = 4$ ans 40 jours = N.

1[er] homme de la file à la hauteur de l'inspecteur, le dernier en sera à 13.500 pieds, et il lui faudra 1 heure 52 minutes 30 secondes pour parcourir cet espace et terminer le passage de la colonne.

N° 174. En 1 heure 52 minutes 30 secondes, ou 6 750 secondes, un homme fait $6.750 \times 2 = 13.500$ pieds; le 1[er] homme de la file, étant à la hauteur de l'inspecteur, lorsqu'il aura marché 1 heure 52 minutes 30 secondes, il aura fait 13.500 pieds; or, suivant l'énoncé, au même moment, le dernier sera arrivé au point d'où est parti le premier; donc la colonne occupe le terrain qui se trouve entre eux, ou 13.500 pieds.

$13.500 : 3 = 4.500 =$ le nombre d'hommes qui compose chaque file, et $4.500 \times 4 = 18.000 =$ la force totale de la colonne.

Questions sur les nombres fractionnaires.

N° 175. $4\frac{1}{8} - 2\frac{2}{3} = 4\frac{5}{24} - 2\frac{16}{24} = 1$ aun. $\frac{11}{24} =$ N.

N° 176. 25 aun. $\frac{25}{30} - 16\frac{4}{30} = 9$ aun. $\frac{21}{30} = 9$ aun. $\frac{7}{10} =$ le reste.

$291 : 9\frac{7}{10} = 2.910 : 97 = 30$ f. $=$ le prix d'une aune.

N° 177. $360\,000 : 1\frac{1}{2} = (360.000 \times 2) : 3 = 240\,000$ $=$ la quantité de rations produites par les 360.000 bottes; $240.000 : 6.000 = 240 : 6 = 40 =$ la quantité de rations que chaque cheval consommera, et par conséquent le nombre de jours qu'il faudra pour faire cette consommation; et puisque l'avoine doit durer autant que le fourrage, il faut que 160.000 boisseaux produisent 240.000 rations, ce qui mettra chaque ration à $160.000 : 240.000 = 16 : 24$ $= 2 : 3 = \frac{2}{3}$ de boisseau.

N° 178. Il y avait en magasin un nombre de rations $=$ à $(2.700 \times 12) : \frac{3}{4} = (32.400 \times 4) : 3 = 10.800 \times 4 =$ 43.200, et la garnison en consomme chaque jour $43.200 : 60 = 720$ rations.

Lors de l'arrivée des nouvelles troupes, il ne restait plus en magasin que 43.200 — (720 × 40) = 43.200 — 2.880 = 15.400, et cette quantité a été consommée en 8 jours par les deux troupes réunies ; la consommation a donc été chaque jour de 15.400 : 8 = 1.925 rations, conséquemment la première troupe a été augmentée de 1.925 — 720 = 1.180 = la force de la deuxième troupe.

N° 179. 55 muids 1 setier 1 boisseau $\frac{1}{3}$ = 7.933 $\frac{1}{3}$ × $\frac{12}{2}$ = 7.933 $\frac{1}{3}$ × 6 = 47.600 doubles rations, et on en a consommé chaque jour, pendant 17 jours, 47.600 : 17 = 2.800; donc il y avait 2.800 hommes de commandés.

N° 180. Pour faire une lieue il faudrait (3 heures 45 min.) : 4 = 56 min. $\frac{1}{4}$; pour faire 286 lieues $\frac{1}{2}$ il faudra un nombre de jours = à 56 min. $\frac{1}{4}$ × 286 $\frac{1}{2}$ = 16.115 min. $\frac{5}{8}$ = 33 jours 4 heures 35 minutes 37 secondes $\frac{1}{2}$.

N° 181. Pour faire 4 lieues il faudra (33 jours 4 heures 35 min. 37 secondes $\frac{1}{2}$ × 4 : 286 $\frac{1}{2}$ = (1.933.875 × 4) : 573 = 13.500 secondes = 3 heures 45 minutes.

N° 182. En 4 heures on fait $\frac{7}{60}$ × 2 × 4 = $\frac{28}{30}$ = $\frac{14}{15}$; et en marchant 4 heures, chaque jour il faudra, pour faire 14 lieues, 14 : $\frac{14}{15}$ = (14 × 15) : 14 = 15 jours.

Ou par une autre analogie :

Pour faire $\frac{1}{60}$ de lieue il faut $\frac{1}{2}$ heure : 7; pour en faire $\frac{60}{60}$ ou une entière il faut ($\frac{1}{2}$: 7) × 60 = 30 : 7 ; pour en faire 14, il faut (30 : 7) × 14 = 30 × 2 = 60 heures ; 60 : 4 = 15 jours de 4 heures.

N° 183. $\frac{1}{4}$ × $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{6}$ de la somme = 3 f. $\frac{1}{3}$, $\frac{6}{6}$ ou la somme entière = 3 $\frac{1}{3}$ × 6 = 20 f.

N° 184. Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4}$ = (XXXVI) $\frac{2 \times 3}{3 \times 4}$ = $\frac{1}{2}$ = la partie de la somme qui a été dépensée; donc $\frac{1}{2}$ de la somme = 10 f., et la somme entière = 10 × 2 = 20 f.

N° 185. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3}$ = $\frac{6}{12}$.
La $\frac{1}{2}$ des $\frac{5}{6}$ = $\frac{5}{12}$.

Total. $\frac{11}{12}$.

Donc 5 centimes restant $= \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ de la totalité, donc l'écolier avait 5 c. $\times$ 12 = 60 c.

N° 186. Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5} = \frac{8}{15}$; la $\frac{1}{2}$ des $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$; $\frac{8}{15} - \frac{3}{8} = \frac{64}{120} - \frac{45}{120} = \frac{19}{120}$; donc la dépense $= \frac{120}{120} - \frac{19}{120} = \frac{101}{120} = 38$; $\frac{1}{120} = 38 : 19 = 2$ f., et $\frac{120}{120} = 2$ f. $\times 120 = 240$ f.

N° 187. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{11}{12}$; les $\frac{11}{12}$ de deux entiers ou les $\frac{11}{12}$ de $\frac{24}{12}$ = (xxxvi) $\frac{11 \times 24}{12 \times 12} = \frac{11}{6}$; donc $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ du double de la somme $= \frac{11}{6}$ de cette même somme. Or, suivant l'énoncé, la somme étant augmentée de $\frac{11}{6} - \frac{6}{6} = \frac{5}{6}$, elle serait augmentée de 5 f.; $\frac{1}{6}$ de la somme = donc 5 f. . 5 = 1 f., et la somme entiere = 6 f.

N° 188. $(\frac{1}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6})$ = en réduisant au même dénominateur $\frac{57}{12}$ et $\frac{57}{12} - \frac{57}{12} : 3 = \frac{57}{12} - \frac{19}{12} = \frac{58}{12}$; si les $\frac{58}{12}$ du contenu de la bourse = 646 pièces $\frac{1}{12} = 646 : 38 = 17$, et $\frac{12}{12}$ ou l'entier $= 17 \times 12 = 204$.

N° 189. $300 - 32 = 268$. $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8}$ de $\frac{4}{1} = 268$ f., en réduisant au même dénominateur on aura les $\frac{67}{24}$ de $\frac{96}{24}$ = (xxxvi) $\frac{67 \times 96}{24 \times 24} = \frac{67}{6} = 268$ f.; donc $\frac{1}{6} = 268 : 67$, et $\frac{6}{6}$ ou le contenu de la bourse $= (268 : 67) \times 6 = 4 \times 6 =$ 24 fr.

N° 190. Quelle que soit la somme, elle subit 3 opérations; elle est $\times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4}$ et divisée par $4\frac{1}{2}$ ou $\frac{9}{2}$, mais diviser par $\frac{9}{2}$ revient à $\times \frac{2}{9}$; l'opération se réduit donc à évaluer les $\frac{4}{5}$ des $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{9}$, ce qui donne (xxxvi) $\frac{4 \times 3 \times 2}{5 \times 4 \times 9} = \frac{2}{15}$; donc la somme demandée $\times \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$; donc elle est = à $\frac{2}{3} : \frac{2}{15} = \frac{2}{3} \times \frac{15}{2} = 5$ f.

N° 191. Il est évident que le produit du nombre $\times \frac{3}{4} =$

$16 \times 4\frac{1}{2} = 72$; or, ce produit est égal aux $\frac{3}{4}$ de la somme demandée, donc, $\frac{1}{4} = 72 : 3$, et $\frac{4}{4} = (72 : 3) \times 4 = 96$.

N° 192. $\frac{1}{24} = 1.320 : 11 = 120$; $\frac{24}{24}$ ou l'entier $= 120 \times 24$, et $\frac{1}{10}$ de l'entier $= (120 \times 24) : 10 = 12 \times 24 = 288$.

N° 193. Après la vente, il devrait rester $\frac{9}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$, il ne reste que $\frac{1}{8} + 6$ aunes; 6 aunes représentent donc $\frac{4}{9} - \frac{1}{8} = \frac{32}{72} - \frac{9}{72} = \frac{23}{72}$, et si $\frac{23}{72} = 6$ aunes, $\frac{1}{72} = 6 : 23$, et $\frac{72}{72} = (6 : 23) \times 72 = 18$ aunes $\frac{18}{23} =$ N.

N° 194. $\frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$; $\frac{1}{8} = (\frac{1}{3} - 4$ aun. $\frac{1}{2})$; 4 aun. $\frac{1}{2} =$ donc $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$, d'où il résulte que $\frac{1}{15} = 4\frac{1}{2} : 2$, et $\frac{15}{15} = 4\frac{1}{2} : 2 \times 15 = 135 : 4 = 33$ aun. $\frac{3}{4} =$ N.

N° 195. Une aune a coûté 202# 8^s : $5\frac{1}{2} = (4.048^s \times 2) : 11 = (\text{xxxvi})\ 368^s \times 2 = 36\# 16^s$; une aune a été vendue 418# 12^s : $9\frac{1}{2} = 2.093^s : 46 = 91 : 2 = 45\#$ 10^s; 45# 10^s — 36# 16 = 8# 14^s = le bénéfice fait sur chaque aune, d'où il résulte que 1 522# 10 : 8# 14^s = 30.450 : 174 = 5.075 : 29 = 175 = N.

N° 196. Une poire a coûté 2^s : 5 $= \frac{2}{5}$ de sous; une a été vendue 3^s : 4 $= \frac{3}{4}$ de sous.

Le gain, sur une poire, a été de $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{7}{20}$ de sous. Or, si le gain a été de $\frac{7}{20}$ sur une poire, il a été de 7^s sur 20, de 1^s sur 20 : 7, et de 3# 10^s ou 70^s sur $(20 : 7) \times 70 = 200$.

N° 197. $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$; une aune à $\frac{1}{12}$ coûterait 258 f : $(43 \times 10) = 129 : 215$; 56 aunes à $\frac{3}{4}$ ou $\frac{9}{12}$ coûteraient $(129 : 215) \times (56 \times 9) = 33{,}60 \times 9 = 302$ f. 40.

N° 198. Pour une aune à $\frac{1}{8}$ il faudrait 8 liv. : $(26\frac{2}{3} \times 7) = 24$ 560 = 3 : 70; pour 99 aunes à $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{8}$ il faudra 3 : 70 $\times (99 \times 10) = 297 : 7 = 42$ liv. $\frac{3}{7}$.

N° 199. ($\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.) Si le drap n'avait qu'un douzième, il en faudrait 9 fois plus $= 350 \times 9$; mais puisqu'il a $\frac{2}{3}$ ou $\frac{8}{12}$, il en faut 8 fois moins $= (350 \times 9) : 8 = 1.575 : 4 = 393$ aunes $\frac{3}{4}$.

N° 200. Si le drap avait $\frac{9}{8}$, il n'en faudrait que 352 aun.; il y aurait donc sur le tout une diminution = à 396 — 352 = 44 aunes, et sur une aune il y en aurait une de 44 : 396

$= 4 : 36 = \frac{1}{9}$; donc $\frac{9}{8}$ sont réduits à $\frac{8}{8}$, et le drap employé avait une aune de large.

N° 201. Pour un quintal, à une lieue, on paierait 16 f. $\frac{1}{2} : (8\frac{3}{4} \times 20) = 33$ 350; pour un quintal, à 30 lieues, on paierait $(33 : 350) \times 30 = 99 : 35$, et pour 27 f. on transporterait à 30 lieues un nombre de quintaux $=$ à 27 f. : $\frac{99}{35}$ $= 27 \times \frac{35}{99} = 105 : 11 = 9$ quintaux $\frac{6}{11}$.

N° 202. Un quintal, pour une lieue, coûterait $4,50 : (8 \times 6) = 3 : 32$; 16 quintaux, pour une lieue, coûteraient $3 : 32 \times 16 = 3$ f. : 2, et pour 15 f. on transporterait 16 quintaux à un nombre de lieues $=$ à $15 : \frac{3}{2} = 15 \times \frac{2}{3} = 10$.

N° 203. 1re époque, 30 quintaux ont été transportés à 15 lieues; 2e époque, $30 - 7\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$ l'ont été à 10 lieues; 3e époque, $22\frac{1}{2} + 12 = 34\frac{1}{2}$ l'ont été à 15 lieues.

Pour 1 quintal, à une lieue, on paie $6\frac{1}{2} : 40 = 13 : 80$; pour 30 quintaux, à 15 lieues, on paiera $(13 : 80) \times (30 \times 15) = 585 : 8 = 73\frac{1}{8}$; pour $22\frac{1}{2}$, à 10 lieues, on paiera $(13 : 80) \times (22\frac{1}{2} \times 10) = 36\frac{9}{16}$; pour $34\frac{1}{2}$, à 15 lieues, on paiera $(13 : 80) \times (34\frac{1}{2} \times 15) = 84\frac{6}{32}$; la somme totale à payer sera donc $=$ à $73\frac{1}{8} + 36\frac{9}{16} + 84\frac{6}{32} = 193\frac{7}{8}$.

N° 204. $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

40 aun. de drap contiennent une superficie $=$ à $15 \times 40 = \frac{600}{12}$, et il faudrait $\frac{600}{12}$ de toile pour le doubler; or chaque aune en contient 8; il en faudra donc un nombre d'aunes $=$ à $600 : 8 = 75$.

Ou par une autre analogie :

Si la toile avait $\frac{15}{12}$, il en faudrait 40 aunes;

Si elle n'avait que $\frac{1}{12}$, il en faudrait 15 fois plus $= 40 \times 15$; mais puisqu'elle a $\frac{8}{12}$, il en faut 8 fois moins $= (40 \times 15) : 8 = 5 \times 15 = 75$ aunes.

N° 205. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6} = \frac{15}{24}$; $\frac{5}{6} - \frac{15}{24} = \frac{5}{24} =$ ce qui reste à l'acheteur;

$\frac{1}{24}$ coûte 72 f. : $24 = 3$ f., et $\frac{15}{24} = 3 \times 15 = 45$ f. $=$ la somme à rembourser.

N° 206. $4.260 : 355 = 12 =$ la quantité d'arpens qu'a eu le 2ᵉ acheteur ; mais cette portion $= \frac{1}{3}$ des $\frac{4}{5}$ ou $\frac{4}{15}$ de la totalité ; donc $\frac{1}{15} = 12 : 4 = 3$ arpens, et le tout $= 3 \times 15 = 45$ arpens ; alors il reste au 1ᵉʳ vendeur $\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 45 : 5 = 9$ arpens, il en reste au 2ᵉ $45 - (12 + 9) = 45 - 21 = 24$ arpens, et le dernier en a 12.

N° 207. Les $\frac{7}{8}$ ont été payés par le marchand $3.300 - 136 = 3.164$ f., et ils contenaient $3.164 : 56,50 = 316.400 : 5.650 = 6.328 : 113 = 56$ mètres ; $\frac{1}{8}$ en contenait $56 : 7 = 8$, et $\frac{8}{8}$ ou la pièce entière en contenait $8 \times 8 = 64$; mais les $\frac{9}{10}$ de $64 = (64 : 10) \times 9$; $6,40 \times 9 = 57$ mèt. 6 décim. ; il reste donc au 1ᵉʳ acheteur $64 - 57,6 = 6$ mèt. 4 décim., et son bénéfice est de $(6,4 \times 56,50) + 136 = 361,60 + 136 = 497$ f. 60 c.

N° 208. La plus petite somme $= \frac{1}{7}$ de la plus grande.

En retranchant la plus petite de la plus grande, on a pour reste la différence, mais cette différence $= \frac{7}{7} - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ de la plus forte, donc $\frac{6}{7}$ de cette somme $= 18$ f., $\frac{1}{7} = 18 : 6 = 3$, et $\frac{7}{7} = 21$ f., par conséquent la plus petite $= 21 : 7 = 3$ f.

N° 209. $\frac{5}{7}$ des $_6 = \frac{5}{14}$; $\frac{14}{14} - \frac{5}{14} = \frac{9}{14} =$ la portion d'ouvrage faite, et si $\frac{9}{14} = 270$ toises ; $\frac{1}{14} = 270 : 9$ et $\frac{14}{14}$ ou le total $= (270 : 9) \times 14 = 30 \times 14 = 420$.

Les $\frac{9}{14}$ de l'ouvrage ont été faits en 18 jours ; $\frac{1}{14}$ serait fait en $18 : 9 = 2$ jours, et les $\frac{5}{14}$ restans seront faits en $2 \times 5 = 10$ jours.

27 ouvriers, en 18 jours, ont fait 270 toises ; 1 ouvrier en 1 jour, en a fait $270 : (27 \times 18) = 10 : 8 = \frac{5}{9}$ de toises.

En effet, en $18 + 10 = 28$ jours, 27 ouvriers feront $\frac{5}{9} \times (28 \times 27) = 420$ toises.

N° 210. $(\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{8}) - \frac{9}{8} = \frac{1}{8} =$ ce que le fabricant fournit de moins :

$\frac{10}{8}$ valent 18 f. ; $\frac{1}{8}$ vaut $18 : 10 = 1,80$; donc sur 18 f. on doit lui retenir 1,80 ; sur 1 f. il ne recevra que $1,80 : 18$; sur $18 \text{f.} \times 4.648$ il ne recevra que $(1,80 : 18) \times (18 \times 4.648)$

$= 1{,}80 \times 4.648 = 8.366{,}40$ et $8.366{,}40 - 600 = 7.766{,}40$ = le bénéfice du capitaine.

N° 211. $\frac{3}{4} \times 1240 = 930$ aunes = la quantité de drap passé par le gouvernement, et 27 f. $\times 930 = 25.110$ f. = la somme qu'il paie; sur $\frac{3}{4}$ d'étoffe on économise $\frac{1}{12}$, sur $\frac{1}{4}$ on économise $\frac{1}{12} : 3$, et sur $\frac{4}{4}$ ou sur une aune on économise $(\frac{1}{12} : 3) \times 4 = \frac{1}{9}$. Donc l'économie est égale au neuvième de la somme reçue, et elle est de 25.110 f. $: 9 = 2.790$ pour le 12e seulement; et comme, suivant la convention faite, le fabricant ne recevra que $\frac{25.110 - 2.790}{20} = 22.320 : 20 = 1.116$ f. L'économie totale du corps sera de $2.790 \times 1.116 = 3.906$. Le conseil économisant $\frac{1}{9}$ de la totalité du drap, il n'en faudrait que $930 - (930 : 9) = 930 - 103\frac{1}{3} = 826$ aunes $\frac{2}{3}$. Et c'est cette quantité qu'il faut remplacer; donc le drap ayant $\frac{7}{8}$, il en faut 826 aunes $\frac{2}{3}$; le drap ayant $\frac{1}{8}$, il en faudrait $826\frac{2}{3} \times 7$; le drap ayant $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{8}$, il en faudra $(826\frac{2}{3} \times 7) : 10 = 1.736 : 30 = 1736 : 3 = 578$ aunes $\frac{2}{3}$.

N° 212. Une aune du 1er drap à $\frac{5}{8}$ a coûté $975 : 13 = 75$#; une aune du même drap à $\frac{1}{8}$ serait payé $75 : 5 = 15$#; une aune à $\frac{7}{8}$ coûterait $15 \times 7 = 105$#; une aune du dernier a coûtée $840 : 7 = 120$#; il y a donc une augmentation de $120 - 105 = 15$# par aune.

N° 213. Si la plus petite tour avait 156 pieds de plus, elle serait aussi haute que l'autre. Or, elle est = aux $\frac{5}{7}$ de la plus haute; donc $\frac{5}{7}$ de la plus haute tour plus 156 pieds = les $\frac{7}{7}$ de cette même tour; $\frac{7}{7} - \frac{5}{7} = \frac{4}{7} = 156$ pieds; $\frac{1}{7} = 156 : 4 = 39$ pieds; $\frac{7}{7}$ ou la totalité de la hauteur $= 39 \times 7 = 273$ pieds; et la plus petite tour a $273 - 156 = 117$ pieds.

N° 214. La compagnie se composait au total de $(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + 27) = \frac{15}{24} + 27 = \frac{5}{8} + 27$; donc le capitaine a perdu les $\frac{5}{8}$ de sa compagnie, et il lui reste encore 27 hommes; donc 27 hommes représentent $\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ du total de la compagnie avant les pertes, $\frac{1}{8} = 27 : 3 = 9$ et $\frac{8}{8} = 9 \times 8 = 72 = N$.

N° 215. $\frac{1}{1}$, ou le nombre des moutons composant le troupeau $+ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = (\frac{12}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12}) = \frac{19}{12}$, donc les $\frac{19}{12} + (\frac{19}{12} : 5)$, ou les $\frac{114}{60}$ du troupeau $= 342$ moutons; $\frac{1}{60} = 342 : 114 = 3$ et $\frac{60}{60}$ ou le troupeau $= 3 \times 60 = 180 =$ N.

N° 216. Suivant l'énoncé $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}) - \frac{5}{20} = 350 - 5 = 245$#, en réduisant au même dénominateur on a $\frac{75}{40} - \frac{6}{40} = \frac{69}{40} = 345$#; $\frac{1}{40} = 365 : 69$; $\frac{40}{40} = 345 : 69 \times 40 = 5 \times 40 = 200$# $=$ N.

N° 217. $(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) + 25$ ou $\frac{7}{12} + 25 =$ la quantité d'oranges, etc. (Voir la solution 214.); $60 =$ N.

N° 218. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}) + 10 + 6\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{6}$ de la totalité, $+ 16\frac{2}{3}$ $=$; donc 16 poulets $\frac{2}{3} = \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$, etc. (*Voir* n° 214.); $100 =$ N.

N° 219. $(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7}) + (\frac{2}{3}$ d'œuf $+ 3$ œufs $\frac{1}{3} + 6\frac{5}{7})$, ou $\frac{25}{28} + 10$ œufs $\frac{5}{7} =$ la totalité donc, etc. (*Voir* n° 214.); $100 =$ N.

N° 220. L'âge du vieillard se compose; 1° des $\frac{3}{8}$ de son existence, depuis sa naissance jusqu'à la fin de ses études; 2° du temps qu'il est resté dans le commerce; 3° d'un autre 8e pour le temps qu'il a passé avec sa femme; 4° de 10 ans 3 mois 4 jours. Or, comme, en quittant le commerce, son âge était double, il est clair qu'il y est resté $\frac{3}{8}$ de son existence. Donc $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} +$ 10 ans 3 mois 4 jours $=$ le total cherché, etc. (*Voir* n° 214.) D'où il résulte qac $\frac{1}{8} =$ 10 ans 3 mois 4 jours, et que

La 1re époque	= 10 ans 3 m. 4 j. × 3 =	30 ans	9 m.	12 j.
La 2e	=	30	9	12
La 3e	=	10	3	4
La 4e	=	10	3	4
	Total de l'âge,	82	1	8

N° 221. En raisonuant comme pour la solution précédente, on trouvera que $(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} + \frac{1}{2}) + 5 + 4$ ans $=$ la totalité de l'âge, etc. (*Voir* n° 214); $84 =$ N.

N° 222. 4 ans 1 jour — 1 an 11 mois 15 jours $=$ 2 ans

0 mois 16 jours; donc $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6})+$ 2 ans 0 mois 16 jours = le total de l'âge d'où il résulte, (n° 214), que 24 ans 6 mois 12 jours = N.

N° 223. Tous les ouvriers du premier entrepreneur eussent fait $\frac{1}{30}$ de l'ouvrage par jour; étant moitié moins, ils n'en feront que $\frac{1}{30}:2=\frac{1}{60}$; le quart des ouvriers du 2e en feront $\frac{1}{45}:4=\frac{1}{180}$; ceux du 3e en feront $\frac{1}{15}$, et $\frac{1}{3}$ de ceux du 4e en feront $\frac{1}{20}:3=\frac{1}{60}$; conséquemment, entre eux tous, ils feront chaque jour $\frac{1}{60}+\frac{1}{180}+\frac{1}{15}+\frac{1}{60}=\frac{19}{180}$ de l'ouvrage; pour en faire $\frac{1}{180}$, il leur faudrait $\frac{1}{19}$ de jour, et pour faire le tout il leur faudra $\frac{1}{19}\times 180=9$ jours $\frac{9}{19}$.

N° 224. Le 1er nombre étant 3, les $\frac{4}{9}$ du 2e seraient 2, $\frac{1}{9}$ serait $2:4=\frac{1}{2}$, et $\frac{9}{9}$ seraient $\frac{1}{2}\times 9=4\frac{1}{2}$; dans ce cas,

Le 1er nombre serait 3, le 2e $4\frac{1}{2}$, et la différence $1\frac{1}{2}$; donc la différence étant $1\frac{1}{2}$, le plus petit nombre est 3; la différence étant 1, il serait = à $3:1\frac{1}{2}$; la différence étant 6, il est = à $3:1\frac{1}{2}\times 6=36:3=12$, et le plus grand est = à $12+6=18$. Suivant le principe établi (v), $6:1\frac{1}{2}=4$; $3\times 4=12=$ le plus petit nombre; $4\frac{1}{2}\times 4=18=$ le plus grand.

N° 225. La différence = (VIII) $4\frac{1}{2}\times 2=9$; donc le 1er nombre étant 5, le 8e du 2e serait 1, etc. *Voir* la solution précédente; 15 et 24 = N.

N° 226. En une heure les 2 fontaines fourniraient $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$ de l'eau nécessaire; donc $\frac{9}{20}$ du bassin seraient remplis en une heure, $\frac{1}{20}$ le serait en une heure : 9, la totalité le serait en une heure : $9\times 20=2$ heures $\frac{2}{9}$.

N° 227. En une heure les deux écluses emplissent $\frac{1}{18}$ du fossé; en une heure la 1re en emplit $\frac{1}{30}$; donc la 2e, dans le même temps, en emplit $\frac{1}{18}-\frac{1}{30}=\frac{1}{45}$, et il faut 45 heures pour emplir la totalité.

N° 228. En une heure, la première écluse fournit $\frac{1}{4}$ de l'eau, la 2e en fournit $\frac{1}{5}$, et la 3e $\frac{1}{8}$; donc les 3 écluses coulent ensemble. Le fort reçoit en une heure $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}=\frac{23}{40}$ de l'eau nécessaire : d'où il résulte que $\frac{1}{40}$ en fournit en

une heure : 23, et la totalité en une heure : $23 \times 40 =$ une heure 44 minutes 20 secondes $\frac{20}{25}$.

N° 229. En une heure le bassin reçoit $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ de l'eau qui est nécessaire; en $\frac{1}{2}$ heure le robinet vide $\frac{1}{3}$ de l'eau, en $\frac{2}{2}$ ou une heure il en vide $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$; donc le bassin reçoit réellement, chaque heure, $\frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$. Il faudra donc 6 heures pour l'emplir.

N° 230. Dans une heure le bassin reçoit $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ de l'eau nécessaire à l'emplir; en une heure le robinet en vide $\frac{1}{2}$ ou $\frac{10}{20}$. Il se perd donc $\frac{1}{20}$ de l'eau par heure, et conséquemment le bassin sera vide en 20 heures.

N° 231. En une heure le bassin reçoit $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{11}{30}$ d'eau, et il en perd $\frac{1}{8} + \frac{1}{10} = \frac{9}{40}$; donc il augmente par heure de $\frac{11}{30} - \frac{9}{40} = \frac{17}{120}$ de sa totalité; il augmente de $\frac{1}{120}$ en une heure : 17, et de $\frac{120}{120}$ ou de la totalité en une heure : 17×120; mais le bassin était déjà à moitié; donc il faudra, pour achever de l'emplir, $\frac{1 \text{ heure} : 17 \times 120}{2} = 60 : 17 =$ 3 heures $\frac{9}{17}$.

N° 232. $(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}) = \frac{11}{12}$; $\frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12} =$ la partie de la pièce vendue à 30 f.

Si la pièce contenait 12 mètres, le marchand en aurait vendu 6 à 24 f., 2 à 20 f., 3 à 27 f., et 1 à 30 f.; il aurait reçu $144 + 40 + 81 + 30 = 295$ f., il aurait déboursé $12 \times 20 = 240$ f., et il aurait gagné $295 - 240 = 55$ f.; donc pour gagner 55 f. il faut vendre 12 mèt., pour gagner 1 f. il faut en vendre 12 : 55, et pour gagner 165 f. il faut en vendre $(12 : 55) \times 165 = 36$ mètres.

N° 233. Pour 12 fagots on en a eu 13; pour 1 on en a eu 13 : 12; pour 600 on en a eu $13 : 12 \times 600 = 13 \times 50 = 650$; donc 650 coûtent $75 \times 6 = 450$ f., 1 coûte $450 : 650 = 45 : 65 = 9 : 13 = 69$ c. $\frac{5}{15}$, et $80 - 69\frac{5}{15} = 0{,}10$ c. $\frac{10}{15}$ = N.

N° 234. $500 \times 12 = 6.000 =$ le nombre d'assiettes

$(6.000 \times 12) : 16 = 4.500$ liv. $= 4.000 \frac{1}{2} = 45$ quintaux $=$ le poids :

$2,70 \times 500 + 70$ f. $\times 4 \frac{1}{2} + 2 \times 45 = 1.350 + 315 + 90 = 1.755 =$ le montant des dépenses; donc $6.000 - 60 = 5.940$ assiettes ont coûté 1.755 f.; une a coûté $1.755 : 5.940 = 13$ f. : $44 = 0,29$ c. $\frac{6}{11}$; pour gagner 10 c. $\frac{5}{11}$, il faudra vendre chaque assiette $29 \frac{6}{11} + 10 \frac{5}{11} = 40$ c., ce qui fait $40 \times 12 = 4,80$ la douzaine.

N° 235. $\frac{1}{3} + (\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$; $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{9} = \frac{5}{36}$; $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{5}{36} = \frac{25}{36}$, donc $\frac{25}{36} = 7.525$, $\frac{1}{36} = 7.525 : 25 = 301$ f., et le total de l'héritage ou $\frac{36}{36} = 301 \times 36 = 10.836$, par conséquent le 1[er] héritier a eu $10.836 : 3 =$ 3.612 f.

Le 2[e] a eu $(3.612 : 3) \times 2 =$	2.408
Le 3[e] a eu $(3.612 + 2.408) : 4 =$	1.505
Pour les frais, $10.836 - 7.525 =$	3.311
Total,	10.836 f.

N° 236. $\frac{1}{3} - \frac{3}{10} = \frac{1}{30} = 35$ f., et $\frac{30}{30}$ ou la somme entière $= 35 \times 30 = 1.050$ f.

N° 237. $628 + 72 = 700$ f. $= \frac{7}{5}$ du déboursé, d'où il résulte que $N = (700 : 7) \times 5 = 500$ f.

N° 238. $\frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} =$ le nombre de louis du joueur après son gain, $\frac{1}{5}$ de la totalité ou de $\frac{5}{3} = \frac{1}{3}$; donc $\frac{1}{3}$ d'une somme $\times \frac{1}{3}$ de l'autre, doit être égal à $\frac{2}{3} \times 4$ ou $\frac{8}{3}$; mais pour avoir $\frac{8}{3}$ au produit, il faudrait multiplier $\frac{1}{3}$ par 8; donc $\frac{1}{3}$ de la somme qu'avait le joueur $= 8$, la totalité $= 8 \times 3 = 24$, et il a gagné $(24 : 3) \times 2 = 16$ louis.

N° 239. $\frac{3}{4} =$ ce qui reste au joueur, $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4} =$ ce qu'il a perdu, $\frac{1}{4} \times (\frac{1}{6}$ des $\frac{3}{4})$ ou par $\frac{1}{8}$ doit égaler les $\frac{4}{4}$ de la somme qu'il avait. Or, pour avoir $\frac{4}{4}$ au produit, il faut multiplier $\frac{1}{4}$ par 4; 4 $=$ donc $\frac{1}{8}$ de la somme, et cette somme $= 4 \times 8 = 32$.

N° 240. $\frac{1}{6} =$ la perte, $\frac{1}{6} \times 5 = \frac{5}{6} =$ le reste, $\frac{1}{6} \times (\frac{1}{2}$ des $\frac{5}{6})$ ou par $\frac{5}{12}$ doit être égal à $\frac{5}{6} \times 3$ ou $\frac{15}{6}$; or, pour avoir $\frac{15}{6}$ au produit, il faut multiplier $\frac{1}{6}$ par 15 ; 15 $=$ donc les $\frac{5}{12}$ de la

sommé des louis; $\frac{12}{12} = (15 : 5) \times 12 = 36$, il en a perdu $36 : 6 = 6$, et il lui en reste $36 - 6 = 30$.

N° 241. 1° L'estimation $= \frac{1}{1}$; 2° 1re adjudication $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$; 3° 2e adjudication $\frac{4}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{2}$; 4° 3e adjudication $\frac{3}{2} + (\frac{3}{2} : 4) = \frac{3}{2} + \frac{3}{8} = \frac{15}{8}$; donc $\frac{15}{8}$ de l'estimation $= 51.000$ f., $\frac{8}{8} = (51.000 : 15) \times 8 = 27.200 = N$.

N° 242. La perte, quelle qu'elle soit, = la somme que le joueur a apporté $+ \frac{3}{4}$ de cette même somme $-$ 10 f. $= \frac{7}{4} - 10$ f; or, il a perdu $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}) + 6$ f. $+ 134 =$ les $\frac{9}{6}$ de ce qu'il a apporté $+ 140$ f.; $\frac{7}{4} - 10$ f. = donc $\frac{9}{6} + 140$, ce qui revient à $\frac{42}{24} - 10$ f. $= \frac{36}{24} + 140$ f. Si on ne retranchait pas 10 f. aux $\frac{42}{24}$, ils vaudraient 10 f. de plus et seraient égaux à $\frac{36}{24} + 150$ f. Or, en retranchant (111) un même nombre des deux quantités égales, leur égalité ne sera pas détruite, donc $\frac{6}{24}$ ou $\frac{1}{4} = 150$, et $\frac{4}{4} = 150 \times 4 = 600 = N$.

N° 243. $\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$ d' $\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; $\frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$; $\frac{1}{4}$ des $\frac{2}{12} = \frac{1}{24}$; $\frac{3}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$ ou $\frac{21}{24}$ ou $(\frac{7}{8} + 9 - 3) = \frac{7}{8} + 6$ f. = la totalité de la somme demandée; conséquemment $\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8} = 6$ f., et $6 \times 8 = 48 = N$.

N° 244. $\frac{7}{7} + \frac{5}{7}$ = la somme dépensée; donc, (xx) les $\frac{5}{7}$ ajoutés sont devenus les $\frac{5}{12}$ du nouveau total; donc, $(668 : 12) \times 5 = (167 : 3) \times 5 = 278$ f. $\frac{1}{3}$ = la somme dépensée par le 1er, et $668 - 278\frac{1}{3} = 389\frac{2}{3}$ = celle dépensée par le 2e. En effet, $\frac{7}{7} + \frac{5}{7} = \frac{12}{7} = 668$ f., et $\frac{7}{7}$ ou la somme dépensée par le 1er $= (668 : 12) \times 7 = 389\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7} = (668 : 12) \times 5 = 278\frac{1}{3}$.

N° 245. En diminuant une somme des $\frac{3}{4}$ elle est réduite à $\frac{1}{4}$; il faudrait donc la diviser par 4 pour obtenir le résultat demandé; or, diviser par 4 revient à diviser par $\frac{4}{1}$; mais suivant le principe établi, et connu d'où il résulte que pour diviser un nombre par une fraction, il faut le multiplier par la même fraction dont les termes sont renversés; en multipliant par $\frac{1}{4}$ on a le même résultat qu'en divisant par 4 ou par $\frac{4}{1}$; donc, pour diminuer une somme des $\frac{3}{4}$, il faut la multiplier par $\frac{1}{4}$.

N° 246. Quelle que soit une somme, pour la rendre une fois $\frac{1}{2}$ plus forte, il faudrait la multiplier par 2 $\frac{1}{2}$; or, d'après le réciproque du principe établi au N° précédent; multiplier une somme par $\frac{5}{2}$ revient à la diviser par $\frac{2}{5}$; donc, pour rendre une somme 2 fois $\frac{1}{2}$ plus forte, il faut la diviser par $\frac{2}{5}$.

N° 247. Quel que soit le quotient d'une division, il indique le nombre de fois que le diviseur est contenu dans le dividende; donc la somme de la 1re personne est = aux $\frac{7}{5}$ de celle de la 2e; donc $\frac{5}{5} + \frac{7}{5}$ = la somme partagée, etc. (*Voir* la solution 244), 28 et 20 = N.

N° 248. (*Voir* la solution précédente), 87 $\frac{3}{4}$ et 20 $\frac{1}{4}$ = N.

N° 249. 1re qualité 45 mètres à $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{8}$ ont coûté 2.250 f.; 1 mètre à $\frac{1}{8}$ coûterait 2.250 : (45 $\times$ 10) = 5 f; 60 mètres à $\frac{7}{8}$ coûteraient 5 f. $\times$ 60 $\times$ 7 = 2.100 f.; mais le prix de la 1re qualité est = aux $\frac{9}{8}$ de la seconde; donc, pour la même quantité de chaque sorte, la 1re coûtant 9 f. la 2e coûte 8, la 1re coûtant 1 f. la 2e coûterait 8 f. : 9, et la 1re coûtant 2.100 f. la 2e coûte 8 : 9 $\times$ 2.100 = 1.866 f. $\frac{2}{3}$.

N° 250. S'il était 5 heures, il y aurait encore les $\frac{4}{5}$ de 5 heures ou 4 heures à s'écouler; sur 9 il y en aurait encore 4; sur une il y en aurait encore 4 : 9; sur 24 il y en a encore 4 : 9 $\times$ 24 = 10 heures $\frac{2}{3}$; et par conséquent il était 24 — 10 $\frac{2}{3}$ = une heure $\frac{1}{3}$ = une heure 40 minutes après midi.

N° 251. La dépense faite, plus la somme rapportée = 72 f.

Deux fois la dépense + $\frac{1}{5}$ de la somme rapportée = 72 f; une fois la dépense = donc $\frac{3}{5}$ — $\frac{9}{5}$ ou $\frac{2}{5}$ de la somme rapportée; donc $\frac{5}{5}$ rapportés + $\frac{2}{5}$ dépensés ou la somme totale = 72, et (xx) la dépense = (72 : 5) $\times$ 2 = 28 f. $\frac{4}{5}$.

N° 252. Un ouvrier, en 15 jours, ne ferait que $\frac{1}{90}$ de l'ouvrage, et en 1 jour il n'en ferait que $\frac{1}{15}$ d' $\frac{1}{90}$ = $\frac{1}{1350}$; 50 ouvriers, en 1 jour, en feront 50 fois plus = $\frac{5}{135}$ = $\frac{1}{27}$; par conséquent il leur faudra 27 jours pour faire le tout; ils seront donc 12 jours de plus.

N° 253. 6 semaines = 42 jours. Lorsque l'entrepreneur a augmenté le nombre des ouvriers, il y avait encore pour 42 — 15 = 27 jours d'ouvrage, et cet ouvrage a été fait en 27 — 12 = 15 jours. Un ouvrier, en 27 jours, ferait $\frac{1}{50}$ de l'ouvrage; en 1 jour il en ferait $\frac{1}{27}$ d' $\frac{1}{50} = \frac{1}{1350}$; en 15 jours il en ferait $\frac{15}{1350} = \frac{1}{90}$; pour faire le tout dans le même temps il en faudrait 90, et conséquemment le nombre des ouvriers a été augmenté d'un nombre = à 90 — 50 = 40.

N° 254. 245 : 30 = $\frac{3}{2}$ de toise = ce qu'un ouvrier a fait en 5 jours de 8 heures; il a donc fait par heure $\frac{1}{40}$ de $\frac{3}{2} = \frac{3}{80}$ de toise; en 20 fois 10 heures ou 200 heures il en a fait $\frac{3}{8} \times 200 = \frac{15}{2}$, et 25 ouvriers feront $\frac{15}{2} \times 25 = \frac{375}{2} = 187$ toises $\frac{1}{2}$.

N° 255. Un ouvrier, en 1 jour d'une heure a fait 540 $\frac{3}{4}$: (54 × 17 $\frac{1}{2}$ × 8 $\frac{1}{2}$); 27 en 34 jours de 7 heures feraient $\left(\frac{540\frac{3}{4}}{54 \times 17\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2}}\right) \times (27 \times 34 \times 7) = \frac{2.163}{54 \times 35 \times 17} \times 27 \times 34 \times 7 = 2.163 : 5 = 432$ toises $\frac{3}{5}$; les derniers ouvriers ont donc fait, comparativement aux premiers, 450 $\frac{7}{8}$ — 432 $\frac{3}{5}$ = 18 toises $\frac{11}{40}$.

N° 256. $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$; $\frac{5}{4} = \frac{15}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$.

En réunissant les 3 différentes largeurs, nous trouverons que l'étoffe, n'ayant que $\frac{1}{12}$ de large, il en faudrait, pour établir la compensation, 72 + 80 + 135 = 287 aunes; donc 15 ouvriers, en 18 jours de 7 heures, feraient 287 aun. d'étoffe à $\frac{1}{12}$; 1 ouvrier, en 1 jour d'une heure, en ferait 287 : (15 × 18 × 7); 9, en 14 jours de 10 heures, en feraient $\left(\frac{287}{15 \times 18 \times 7}\right) \times 9 \times 14 \times 10 = 191$ aunes $\frac{1}{3}$, et l'étoffe ayant $\frac{10}{12}$, ils n'en feront que 191 aunes $\frac{1}{3}$: 10 = 574 : 30 = 19 aunes $\frac{2}{15}$.

N° 257. Si la seconde qualité coûtait 1 f., 5 mètres de la 1re coûteraient 7 f. et 1 mètre coûterait 7 : 5 = $\frac{7}{5}$ de franc; donc le prix de la 1re qualité est égal aux $\frac{7}{5}$ de celui de la 2e, etc. (*Voir* la solution 244), 42 et 30 = N.

N° 258. $\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ = le premier reste; $\frac{3}{7}$ des $\frac{3}{5} = \frac{9}{35}$; $\frac{3}{5} - \frac{9}{35} = \frac{12}{35}$ = le deuxième reste; $\frac{5}{6}$ des $\frac{12}{35} = \frac{2}{7}$; $\frac{12}{35} - \frac{2}{7} = \frac{2}{35}$ = le troisième reste; donc, (n° 214), $\frac{2}{35} - \frac{1}{35} = \frac{1}{35}$ = 160 f., et $\frac{35}{35}$ ou le revenu total = 160 $\times$ 35 = 5 600 f.

N° 259. En ne travaillant qu'un jour d'une heure, il faudrait 12 $\times$ 20 $\times$ 18 = 1.920 hommes de la 1re troupe; en ne travaillant qu'un jour d'une heure, il en faudrait 10 $\times$ 14 $\times$ 9 = 1.260 de la deuxième; donc, pour faire 246 aunes en une heure, il faudrait 1.920 + 1.260 = 3.180 hommes; donc chaque homme fait par jour $\frac{1}{3180}$ de 246 aun. = 41 aunes : 530, et 12 + 10 = 22 hommes, en 30 jours de 8 heures $\frac{5}{6}$, en feraient (41 $\times$ 22 $\times$ 30 $\times$ 8$\frac{5}{6}$) : 530 = (41 $\times$ 22 $\times$ 30 $\times$ 53) : (530 $\times$ 6) = 41 $\times$ 11 = 451 aun.

N° 260. $\frac{1}{3}$ d' $\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{12} = \frac{1}{48}$; $\frac{1}{4}$ d' $\frac{1}{48} = \frac{1}{24}$ de la totalité = la part du sous-lieutenant = 16 666,50; d'où il résulte que la valeur de la prise = 16.666,50 $\times$ 24 = 399.996 f.;

Les officiers ont donc eu 399.996 : 4 =	99.999 f.	
Les sous-officiers 399.996 : 5 =	79.999	20
Les matelots 399.996—(99.999+79.999,20)=	219.997	80
Total de la prise,	399 996 f.	

La part de chaque individu se déduira facilement au moyen des données ci-dessus. 33.333 f. = la part du capitaine; 24.999,75 = celle de chaque lieutenant; 16 666,50 = celle du sous-lieutenant; 5.999,94 = celle de chaque sous-officier; 5.333,28 = celle du maître, et 1.466,66 $\frac{8}{15}$ = celle de chaque matelot.

Questions dont les solutions se déduisent immédiatement de la théorie des inégalités ou des différences.

N° 261. 15.000 — 9.000 = 6.000; 9.000 — 6.000 = 3.000 = la différence des mises; donc (IV) le 2e devra ajouter 3.000 f. à sa mise.

N° 262. 15.000 — 6.000 = 9.000 = la mise du premier; donc (IV) il doit retirer 3.000 f.

N° 263. 9.000 — 6.000 = 3.000 = la somme que le premier a mis de plus; il faut donc (VIII) que le premier retire 3.000 : 2 = 1.500 f., et que le deuxième les ajoute, ou, ce qui revient au même, qu'il les donne au premier; de cette manière le premier aura mis 9.000 — 1.500 = 7.500, le deuxième 6.000 + 1.500 = 7.500, et le total sera toujours de 15.000 f. *

N° 264. 15.000 f. = le total des mises; lorsque le premier aura mis 3.000 f. de plus, la différence sera de 3.000 f.; donc (VII) le second aura mis (15.000—3.000) : 2 = 6.000 f., le premier devra mettre 9.000 — 7.500 = 1.500 f. de plus, et le second 7.500 — 6.000 = 1.500 de moins, ou, ce qui revient au même, il devra recevoir 1.500 f. du premier.

N° 265. Avant de changer les mises, la différence était 2.500 f.; mais (VI) après l'augmentation, la différence n'est plus que de 2.500 — 1.800 = 700 f., et après la diminution (VI) elle est de 700 + 1.000 = 1.700 f.

N° 266. Après l'augmentation, la différence (VI) est diminuée de 1.800 f.; après la diminution, (*id.*) elle est augmentée de 1.000 f.; donc, avant ces deux opérations, la différence était = à (1.700 + 1.800) — 1.000 = 2.500 f.

N° 267. Suivant le principe établi (V), (15.000 × 3) — 15.000 = 30.000 = l'augmentation du premier; (12.000 × 3) — 12.000 = 24.000 = celle du deuxième.

N° 268. Pour diminuer la différence de moitié, il faut (V) diviser les 2 nombres par 2; chacun des marchands doit donc retirer la moitié de sa mise.

N° 269. 37.250 + 37.250 = 74.500 = la mise; la différence = 15.500; donc, (n°s VIII et IX) le premier a mis 37.250 + (15.500 : 2) = 45.000 f., et le deuxième 37.250 — 7.750 = 29.500.

N° 270. La différence des deux âges = 22; donc, (VII)

l'âge du fils = (54 — 22) : 2 = 32 : 2 = 16; et celui du père = 16 + 22 = 38.

N° 271. L'aîné et le cadet ont 30 ans de plus que le jeune; donc, (VII) l'âge du jeune = (60 — 30) : 2 = 30 : 2 = 15.

L'aîné et le jeune ont 18 ans de plus que le cadet; ce dernier (VII) a donc 60 — 18 : 2 = 42 : 2 = 21 ans, et l'aîné a 60 — (15 + 21) = 60 — 36 = 24 ans.

N° 272. 15 ans de moins à l'âge du père et 4 de plus à l'âge du fils diminuent la différence (VI) de 19; mais alors les deux âges sont égaux; donc le père a 19 ans de plus que son fils, et puisque son âge est double, il a 19 + 19 = 38, et le fils 19 ans.

N° 273. En augmentant de 20 l'âge du fils, la différence (VI) serait détruite, et les 2 âges seraient égaux; mais en doublant l'âge du fils, il a 10 ans de plus que son père; donc son âge = 20 + 10 = 30, et celui du père 30 + 20 = 50.

N° 274. Si le père avait 10 ans de plus, les 2 âges feraient 90, et celui du fils serait égal à la moitié de celui du père; donc 90 seraient le total d'une somme à laquelle on aurait ajouté la $\frac{1}{2}$ de cette même somme; le fils aurait donc (XX) 90 : 3 = 30, et le père 90 — 30 = 60; mais alors ce dernier aurait 10 ans de plus qu'il n'a réellement; il n'a donc que 60 — 10 = 50 ans.

N° 275. Si le fils avait 45 ans de plus, il aurait l'âge du père; mais alors il aurait l'âge qu'il a réellement + 3 fois ce même âge; 45 : 3 = 15, font donc son âge, et le père a 15 × 4 = 60 ans.

N° 276. 18 ans retirés de l'âge du père pour les joindre à celui du fils, détruiraient la différence; donc, (VIII) cette différence était de 18 + 18 = 36; donc, (VII) l'âge du fils = (60 — 36) : 2 = 24 : 2 = 12, et celui du père = 12 + 36 = 48. Ou par une autre analogie : Si les 2 âges étaient égaux, ils auraient chacun 30 ans; donc, l'âge du père —

18 = 30, l'âge du fils + 18 = 30; donc, le père a 30 + 18 = 48, le fils 30 — 18 = 12.

N° 277. L'âge des deux filles = (VII) 38 — 10 : 2 = 14, et celui de la mère = 14 + 10 = 24.

Or, l'aîné a 2 ans de plus que la cadette; la cadette a donc 14 — 2 : 2 = 6 ans, et l'aînée 6 + 2 = 8.

N° 278. En retranchant 150 bouteilles du premier tonneau, la différence = 150; en en retirant 50 du deuxième, qui alors contient la plus grande quantité, la différence (VI) = 150 — 50 = 100; mais alors le deuxième contient moitié plus, le premier contient donc 100 × 2 = 200, et le deuxième 200 + 100 = 300 bouteilles, et il y en a réellement dans chaque tonneau (300 + 200 + 150 + 50) : 2 = 700 : 2 = 350.

N° 279. Après le coup, le deuxième joueur (VII) a 40 — 6 : 2 = 34 : 2 = 17 f., et le premier en a 17 + 6 = 23; mais alors le premier a gagné 10 f. au second; il avait donc d'abord 23 — 10 = 13 f., et le second 17 + 10 = 27 f.

N° 280. La différence (VIII) = 1 × 2 = 2; donc le frère a 2 oranges de plus que la sœur; en donnant 1 orange à son frère, la différence (IX) s'augmenterait de 2; dans ce cas le frère aurait 2 + 2 = 4 oranges de plus; mais alors il en aurait le double; la sœur en aurait donc 4 et le frère 8, ce dernier en a donc 8 — 1 = 7, et la sœur 4 + 1 = 5.

N° 281. Même raisonnement qu'au N° précédent, la dernière différence = 20 f.; conséquemment (N° 275) il ne reste plus au premier que 20 : 4 = 5, le deuxième a 5 × 5 = 25, et ils ont 25 + 5 = 30 f. à eux deux; mais ce que l'un a perdu l'autre l'a gagné; donc, le total est resté le même; donc, le premier avait (30 — 10) : 2 = 20 : 2 = 10 f., et le deuxième 10 + 10 = 20 f.

N° 282. Même raisonnement qu'aux deux solutions précédentes; 100 = la dernière différence, 100 : 4 = 25 = la plus petite somme lorsque l'une est 5 fois plus forte que l'autre, 25 × 5 = 125 = la plus grande; ils avaient, avant

6

de se mettre au jeu, l'un 125 — 25 = 100 f., l'autre 25 + 25 = 50.

N° 283. $\frac{5}{4} + \frac{1}{10} = \frac{17}{20}$; $\frac{17}{20}$ + 29 f. surpassent de 5 f. les $\frac{20}{20}$ ou la somme totale; mais si on n'ajoutait que 29 — 5 = 24 aux $\frac{17}{20}$; on aurait $\frac{17}{20}$ + 24 f. = $\frac{20}{20}$, etc. (*Voir* la solution 214); 160 f. = N.

N° 284. La différence des deux nombres = (VIII) $\frac{2}{5}$ le premier étant 5, le deuxième serait 3, et le total serait 8; donc, quel que soit le total, le premier nombre est égal aux $\frac{5}{8}$ de ce même total = (392 : 8) × 5 = 5 × 49 = 245, et le second = 392 — 245 = 147.

On eût pu considérer aussi que le total étant 8 au lieu d'être 392, il était trop petit d'un nombre de fois = à 392 : 8 = 49, et qu'il fallait multiplier (II) chacun des deux nombres qui l'avaient formé par 49, pour le rendre 49 fois plus fort; alors on aurait eu 5 × 49 = 245 = le premier nombre; 3 × 49 = 147 = le deuxième. Ou par une autre analogie: Le total étant 8, le premier nombre = 5; le total étant 1 il serait = à. 5 : 8; le total étant 392, il est = à (5 : 8) × 392 = 245, etc.

N° 285. 2.500 f. + 1.000 f. + le prix de 4 pièces = la valeur de 18 pièces; mais (III) en retranchant un même nombre de deux quantités égales, l'égalité n'est pas détruite; donc, 3.500 = la valeur de (18 — 4) = 14 pièces, et la valeur d'une pièce = 3.500 : 14 = 250 f.

N° 286. Le fils a (XX) 44 : 4 = 11, le père 44 — 11 = 33, et la différence des âges = 33 — 11 = 22. Or, lorsque le père aura le double de l'âge de son fils, la différence sera toujours la même car (III) on aura ajouté deux nombres égaux à deux nombres inégaux; donc le fils aura 22 ans de moins que le père, qui aura deux fois son âge; donc, (N° 274) 22 ans à cette époque seraient égaux à l'âge du fils, et le père aurait 22 × 2 = 44; mais 22 = 11 + 11 et 44 — 33 = 11; donc, 11 ans plus tard, l'âge du père sera double de celui du fils.

N° 287. Cette question se rapporte entièrement à la précé-

dente, car la mise du 2e=(xx)10.625 : 5=2.125, celle du 1er= 10.625—2.125=8.500, et la différence=8 500—2.125= 6.375, etc. (*Voir* la solution précédente) Ils auront dû ajouter chacun 9.562,50—8 500=1 062,50=3.187,50—2.125.

N° 288. En opérant sur des petits nombres pour abréger, nous dirons ; si le père avait 3 ans, le fils aurait 1 an, et la différence serait 2 ; mais, (N° 286) quand l'âge du père sera double, la différence sera toujours la même ; donc, (N° 274) suivant notre hypothèse, le fils aurait 2 ans et le père 2 × 2 = 4. Mais, par notre opération, l'âge supposé du père a été augmenté d' $\frac{1}{3}$, et celui du fils a été doublé ; donc quels que soient les âges, il faut augmenter le premier d' $\frac{1}{3}$ et doubler le second ; or, suivant l'énoncé, on a ajouté 8 à chaque âge, le père avait donc 8 × 3 = 24 ans et le fils 8 ans.

On eût pu dire aussi, quels que soient les âges, 8 ans plus tard pour que le père ait le triple de l'âge du fils, il faudrait que son âge fût augmenté de 3 fois 8=24 ; donc, à cette époque, il n'aurait que 3 fois l'âge du fils—16 ans. Or, suivant l'énoncé, il a exactement 2 fois l'âge du fils ; 16 ans représentent donc une fois cet âge lorsque celui du père est double ; donc le père, à la même époque, a 32 ans, 8 ans auparavant il avait 32 — 8 = 24, et le fils 16 — 8 = 8.

N° 289. *Voir* la solution précédente à laquelle cette question se rapporte entièrement ; car elle peut être ramenée à cet énoncé, l'aîné a 3 fois l'âge du jeune, dans 14 ans il n'en aura que le double, etc. 49 et 21 = les deux âges demandés.

N° 290 (*Voir* le N° 288), 2.105 et 421 = les 2 mises.

N° 291 Le jeune a fourni 1.272 : 4 = 318 ; l'aîné a mis 1.272 — 318 = 954, et la différence = 954 — 318 = 636 ; donc, lorsque la somme de l'aîné sera double, la différence (N° 286) sera la même ; donc, (N° 274) à cette époque, la somme du jeune sera égale à 636, et celui de l'aîné à 636 × 2 = 1.272, d'où il résulte que la première somme a été

augmentée de 1.272 — 954 = 318, et la seconde de 636 — 318 = 318; 318 : 63,60 = 3.180 : 636 = 1.060 : 212 = 265 : 53 = 5 = le nombre de mois qu'ils ont dû attendre pour compléter la somme.

N° 292. 12 pommes coûtent 15^d + l'excédant.

12 pommes	coûtent 15^d + l'excédant.
10	12^d — l'excédant.
2	3

L'excédant étant le même dans les deux quantités en retranchant une somme de l'autre; quelles que soient ces sommes, l'excédant se réduit à 0; donc la différence existe seulement dans la quantité des pommes et des sommes connues.

Si les pommes coûtaient $\frac{1}{5}$ de moins, on en aurait 50 de plus; donc, avec les $\frac{2}{5}$ de la totalité de l'argent qu'on a dépensé, on en aurait 50 × 3 = 150, elles coûteraient 3^d : 2 × $\frac{2}{5}$ = 6 : 6 = 1^d pièce, et on aurait dépensé 150^d; on n'en a donc eu pour 150^d que 150 : 1 $\frac{1}{2}$ = 100.

N° 293. Quelle que soit la somme ajoutée, en prenant 12 oranges on la rend lorsqu'on en prend 8; donc, 12 + 8 = 20 oranges coûtent 3 + 3 = $6^{\#}$ = 120^d, et 1 orange coûte 120 : 20 = 6^d, en prenant 12 oranges on a dû ajouter 12 × 6 ou 72^d — 60 = 12^d, et en en prenant 8 on a dû rendre 60 — (8 × 6) = 12^d.

En généralisant on aurait :

	12 oranges	= 60^d + l'excédant.
	8	= 60^d — l'excédant.
Totaux,	20	= 120

Les deux quantités étant additionnées, l'excédant devient nul, car ce qui est de plus dans la première est de moins dans la seconde; donc le raisonnement fait pour cette solution est applicable à toutes les questions du même genre sans exception.

N° 294.

	3 fois le contenu de la	1re volière	= 60 + l'excéd.
	1 fois	1re	= 60 — l'excéd.
Totaux,	4 fois le contenu de la	1re volière	= 120

Si 4 fois ce que contient la première volière = 120, 1 fois = 120 : 4 = 30, et la deuxième contient 30 × 3 = 90 oiseaux.

N° 295. (*Voir* N° 292.)

Si de 2 fois le montant + l'excédant = 27.
On retranche 1 fois. — l'excédant = 15.
On aura 1 fois = 12 = N.

N° 296. (*Voir* N° 292).

Si de 4 fois le nombre de louis = 90 + l'excéd.
On retranche 1 fois = 18 — l'excéd.
On aura 3 fois = 72
Et 72 : 3 = 24 = N.

N° 297. (*Voir* N° 292).

Si de 5 fois le nombre de louis = 30 + l'excéd.
On déduit 2 fois = 6 — l'excéd.
On aura 3 fois = 24
Et 24 : 3 = 8 = N.

N° 298. (*Voir* le N° 292).

Si de	24 journées du père	+ 18 du fils	= 174,
On déduit	24	+ 15	= 165,
On aura	0	3	= 9 f.

Donc, chaque journée du fils = 9 : 3 = 3 f.; en 15 jours il a gagné 3 × 15 = 45 f., et le père, en 24 jours, a gagné 165 — 45 = 120 f., ce qui fait 120 : 24 = 10 : 2 = 5 f. par jour.

N° 299. Si de	5 onces d'or	+ 7 onces d'argent	= 522 f.
On déduit	3	+ 5	= 318
On aura	2	+ 2	= 204

La différence provenant des deux valeurs, on ne peut en déduire le prix de chacune, il faut donc amener cette différence à un point tel qu'elle n'existe que dans une des deux. C'est pourquoi, en nous servant de la dernière donnée, nous dirons :

	2 onces d'or	+ 2 onces d'argent	= 204.
	1	+ 1	= 102.
Total,	3	+ 3	= 306.

Et par suite,

	Si de 3 onces d'or	+ 5 onces d'argent	= 318
On déduit	3	+ 3	= 306
On aura	0	+ 2	= 12#.

Donc, 1 once d'argent = 12 : 2 = 6, 5 onces d'argent = 6 × 5 = 30#, 3 onces d'or = 318 — 30 = 288#, et 1 once = 288 : 3 = 96#. On voit par cet exemple que cette manière d'opérer donne les moyens de trouver les résultats demandés quelles que soient les différences; les 6 questions suivantes sont des applications du principe établi ci-dessus.

N° 300. (*Voir* le N° 299).

10 bout. de la prem qual. + 15 de la 2e = 85 f.; 1 bout. de la prem. qual. + 15 : 10 ou 1 ½ de la 2e = 85 : 10 = 8,50; 15 bout. de la prem. qual + 1 ½ de la deux. × 15 ou 22 ½ = 8 50 × 15 = 127,50; donc,

(N° 292) si de	15 bout. de la 1re qual.	+ 22 ½, de la 2	= 127,50
on déduit	15 bout.	+ 12	= 96
on aura	0	10 ½	= 31,50

d'où il résulte que 4 f. et 3 f. = les prix demandés.

N° 301. (*Voir* le N° 299).

1 fois la somme du premier + ½ de celle du deuxième = 50.000; ⅓ de la somme du premier + ½ : 3 = ⅙ de celle du deuxième = 50.000 : 3 = 16.666 ⅔; donc, (N° 292) si

de ⅓ de la somme du 1er	+ 1 fois ou 6/6 de celle du 2e		= 50.000
on déd. ⅓ de la s. du	+	⅙	= 16.666 ⅔.
on aura 0		5/6	= 33.333 ⅓.

⅙ = 33.333 ⅓ : 5 et 6/6 ou la somme du deuxième = (33.333 ⅓ : 5) × 6 = 200.000 : 5 = 40 000 f., alors la somme du premier = 50.000 — (40 000 : 2) = 30.000, et celle du troisième = 50.000 — (30.000 : 4) = 42.500.

N° 302. (*Voir* le N° 299).

(La perte de l'aîné + celle du cadet) + (celle de l'aîné + celle du jeune) = 10 + 9 = 19 f.; mais celle du cadet + celle du jeune = 11 f.; donc, (N° 292) 2 fois la perte de

l'aîné $=19-11=8$ f., donc l'aîné a perdu $8:2=4$ f., le cadet $10-4=6$ f., et le jeune $11-6=5$ f.

N° 303 (*Voir* le N° 299). $\frac{1}{2}$ de la somme du frère $+\frac{1}{4}$ de celle de la sœur $=35$ f., 1 fois la somme du frère $+\frac{1}{5}\times 2$ ou $\frac{2}{5}$ de celle de la sœur $=35\times2=70$ f; donc, (N° 292) si

de 1 fois la somme du frère + 1 fois celle de la sœ. $=75$ f.

on déd.	1 fois	$+\frac{2}{5}$	$=70$
on aura	0	$\frac{1}{5}$	$=5$f.

$\frac{3}{5}=15$ f., et le frère avait $75-15=60$ f.

N° 304. $\frac{1}{3}$ ou $\frac{5}{15}$ du premier $+\frac{1}{5}$ ou $\frac{3}{15}$ du deuxième $=32\frac{1}{3}$; $\frac{5}{15}\times3$ ou $\frac{15}{15}$ du premier $+\frac{3}{15}\times3$ ou $\frac{9}{15}$ du deuxième $=32\frac{1}{3}\times3=97$; donc, (N° 292)

si de $\frac{15}{15}$ du premier $+\frac{15}{15}$ du deuxième $=150$

on déduit	$\frac{15}{15}$	$+\frac{9}{15}$	$=97$
on aura	0	$\frac{6}{15}$	$=53$

et si $\frac{6}{15}$ du deuxième nombre $=53$; $\frac{15}{15}=53:6\times15=132\frac{1}{2}$, et $150-132\frac{1}{2}=17\frac{1}{2}=$ le premier. (*Voir* le N° 299).

N° 305. 1° les 4 âges réunis $=59$ ans; 2° 3 fois l'âge du premier + la somme des 3 autres $=83$; $83-59=24=2$ fois l'âge du premier, qui par conséquent a $24:2=12$ ans; 3° 3 fois l'âge du premier + 4 fois celui du deuxième + la somme des 2 autres $=128$; $128-83=45=3$ fois l'âge du deuxième, qui a $45:3=15$ ans; 4° 5 fois l'âge du troisième + la somme des trois autres $=115$; $115-59=56=4$ fois l'âge du troisième, qui a $56:4=14$ ans, et l'âge du quatrième $=59-(12+15+14)=18$.

N° 306. Puisqu'il faut ajouter 30 f. à la somme pour l'égaler à 85 f., elle est réellement égale à $85-30=55$ f.; donc, 1 fois la somme $=55$ f. + l'excédant;

1 fois la somme $=85$ f. — l'excédant.

2	140

Et la somme $=140:2=70$ f. Ou par une autre ana-

logie : Il est évident que les 30 f. qu'on donnerait augmenteraient d'autant la somme qu'on a réellement, et par cette augmentation on aurait autant au-dessus de 85 qu'on a au-dessous; donc, des 30 f. qu'on recevrait, une moitié complèterait la somme à 85 f., et l'autre formerait l'excédant; par conséquent on a 85 — 30 : 2 = 85 — 15 = 70 f.; donc la solution des questions de ce genre se réduit à cette formule. La somme connue — (l'excédant : 2) = le résultat demandé; soit ces nouvelles données; en ajoutant 12 f. à la somme que j'ai, j'aurai autant au-dessus de 36 que j'ai réellement au-dessous, nous aurons 36 — (12 : 2) = 3 = le nombre cherché.

N° 307. Suivant la démonstration faite au N° précédent en ajoutant moitié moins à l'âge du jeune, il serait = à celui de son frère ; donc l'âge du jeune + $\frac{1}{6}$ de celui de l'aîné = l'âge de ce dernier; donc, l'âge du jeune = les $\frac{5}{6}$ de celui de l'aîné; donc, $\frac{11}{6}$ de l'âge de l'aîné = 44 ans, $\frac{6}{6}$ = 44 : 11 × 6 = 24, et celui du jeune = 44 — 24 = 20.

Questions relatives aux intérêts simples.

N° 308. En un an, 100 f. rapporteraient 7 f.; 1 f. rapporterait 7 : 100, et 25.648 f. rapporteront (7 : 100) × 25.648 = 7 × 256,48 = 1.795,36; on peut donc établir en principe que pour trouver le produit d'un capital à un intérêt quelconque, il faut diviser ce capital par 100 en reculant la virgule de 2 chiffres et multiplier le quotient par le taux de l'intérêt, ce qui réduit l'opération à une simple multiplication. (*Voir* 309 et 310).

N° 309. Du principe établi (N° 308) on déduira que,
1.° 564,5856 × 5 $\frac{1}{2}$ = 3.105,2208 = le premier revenu;
2.° 306,4856 × 8,40 = 2.574,4790 = le deuxième;
3.° 364,50 × 4 $\frac{1}{3}$ = 1.579,50 = le troisième.

Total, 7.259,1998 = le revenu annuel = 7.259,20 c. à un centime près.

N° 310. $100^{\#}$ rapportent $7\frac{1}{2}$; $1^{\#}$ rapporterait $7\frac{1}{2} : 100 = 15 : 20 = 3^{\#} : 40$, et $2.464^{\#}\ 9^{s}$ rapporteront une somme $=$ à $3^{\#} : 40 \times 2.464^{\#}\ 9^{s} = 184^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d}\ \frac{1}{10} =$ le montant de l'intérêt de la première somme.

Lorsque le capital est exprimé en nombres complexes, la méthode que nous venons d'employer est plus abrégée, parce que la division se faisant sur le plus petit nombre, elle est beaucoup plus facile; on pourrait donc établir en principe que pour trouver l'intérêt annuel d'un capital exprimé en nombres complexes, il faut multiplier ce capital par la plus simple expression d'une fraction qui aurait d'abord 100 pour dénominateur et le taux de l'intérêt pour numérateur. Dans notre première somme, la fraction primitive $= 7\frac{1}{2} : 100 = \frac{15}{200} = \frac{3}{40}$, et $2.464^{\#}\ 9^{s} \times \frac{3}{40} = 184^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d}\ \frac{1}{10}$; dans la deuxième, la fraction primitive $= 12\frac{1}{2} : 100 = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}$, et $248^{\#}\ 10^{s}\ 4^{d} \times \frac{1}{8} = 31^{\#}\ 1^{s}\ 3^{d}\ \frac{1}{2}$; donc, $184^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d} + 31^{\#}\ 1^{s}\ 3^{d}\ \frac{1}{2} = 215^{\#}\ 19^{s}\ 11^{d}\ \frac{3}{5} =$ le total de l'intérêt.

N° 311. 25.648 ont rapporté 1.795,36, 1 f. a rapporté 1.795,36 : 25.648, 100 f. rapporteront (1.795,36 : 25.648) $\times$ 100 $=$ 179.536 : 25.648 $=$ 7 f. On peut donc établir en principe que pour trouver le taux d'un capital dont on connaît le produit annuel, il faut ajouter à ce produit 2 zéros ou avancer la virgule de 2 chiffres et le diviser par le capital, ce qui réduit l'opération à une simple division.

N° 312. Du principe établi au (N° 311), on déduira que,

1° 310.522,08 : 56.458 56 $=$ (XXVI), 3.881.526 : 705.732 $=$ (XXVIII) 646.921 : 117.622 $=$ $5\frac{1}{2}$ $=$ l'intérêt du premier capital;

2° 257 447,9040 : 30.648,56 $=$ (XXVI), 3.218.098,80 : 383.107 $=$ 8,40 $=$ l'intérêt du deuxième;

3° 157.950 : 3.450 $=$ 3.159 : 345 $=$ (XXIX), 351 : 81 $=$ 39 : 9 $=$ 13 : 3 $=$ $4\frac{1}{3}$ $=$ l'intérêt du troisième.

N° 313. (*Voir* le N° 311).

$(184^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d}\ \frac{1}{10} \times 100) : 2.464^{\#}\ 9^{s} = (1.843^{\#}\ 7^{s}\ 6^{d}$:

2.464# 9s) = pour faire disparaître les nombres complexes, (18.483# 7s 6d $\times$ 2 $\times$ 20) : (2.464# 9s $\times$ 2 $\times$ 20) = 7 $\frac{1}{2}$ = l'intérêt de la première somme;

(31# 1s 3d $\frac{1}{2}$ $\times$ 100) : 248# 10s 4d = 3.106# 9s 2d : 248# 10s 4d = pour faire disparaître les nombres complexes (3.106# 9s 2d $\times$ 6 $\times$ 20) : (248# 10s 4d $\times$ 6 $\times$ 20) = 12 $\frac{1}{2}$.

N° 314. Si 1 f. rapportait 7 f., il suffirait de diviser le produit par 7 pour avoir le capital; dans le cas présent on aurait 1.795,36 : 7 = 256,48; mais ce sont 100 f. qui rapportent 7 f.; donc le capital est 100 fois plus fort; il est donc = à 256,48 $\times$ 100 = 25.648 f.; donc, règle générale pour avoir un capital dont on connaît le produit annuel et le taux de l'intérêt, il faut diviser le produit par le taux et ajouter 2 zéros ou avancer la virgule de deux chiffres au quotient, ou, ce qui revient au même, avancer la virgule au produit d'abord, et le diviser par le taux. (*Voir* 315 et 316).

N° 315. Suivant le principe établi (N° 314), nous déduirons que,

1° 310.522,08 : 5 $\frac{1}{2}$ = 621.044,16 : 11 = 56.458,56 = le premier capital;

2° 237.447,0040 : 8,40 = 30.648,56 = le deuxième;

3° 157.950 : 4 $\frac{1}{3}$ = 473.850 : 13 = 36.450 = le troisième; en tout 123.557 f. 12 c.

N° 316. 7 $\frac{1}{2}$ sont le produit de 100 f., 1 f. est le produit de 100 f. : 7 $\frac{1}{2}$ = 40 : 3, 184# 16s 8d $\frac{1}{10}$ sont le produit de 40 : 3 $\times$ 184# 16s 8d $\frac{1}{10}$ = 40 $\times$ 184# 16s 8d $\frac{1}{10}$ = 2.464# 9s; donc, pour trouver un capital exprimé en nombres complexes, lorsque l'on connaît le taux de l'intérêt et le produit, il faut multiplier ce produit par la plus simple expression d'une fraction dont le numérateur est 100 et le dénominateur le taux de l'intérêt, ce qui est la réciproque du principe établi (N° 310); donc, pour la deuxième somme, nous aurons 100 : 12 $\frac{1}{2}$ = $\frac{200}{25}$ = $\frac{8}{1}$, et 31# 1s 3d $\frac{1}{2}$ $\times$ 8 = 248# 10s

4 d. = la somme placée, d'où il résulte que le total = 2.712 # 19 s 4 d.

N° 317. Le gain fait avec 56,25 c. = 75 — 56,25 = 18,75, celui fait avec 1 f. = 18,75 : 56,25 = 75 : 225 = 1 f. : 3, et celui fait avec 100 f. = 1 : 3 × 100 = 33 f. $\frac{1}{3}$.

N° 318. Pour avoir 5 f., il faudra débourser 72,15 ; pour avoir 1 f., il faudra débourser 72,15 : 5 = 14 f. 43, et pour avoir 2.450 f., il faudra débourser 14,43 × 2.450 = 35.353,50. (*Voir* les N°s 319 et 320).

N° 319. 72 f. 15 donnent 5 f. de revenu, 1 f. donne 5 f. : 72,15, 35.253,50 donnent (5 : 72,15) × 35.353,50 = 2.450 f.

N° 320. Pour avoir 2.450 f. on a déboursé 35.353,50 ; pour avoir 1 f. on a déboursé 35.353,50 : 2.450 ; pour avoir 5 f. on déboursera 35.353 : 2.450 × 5 = 3.535,35 : 490 = 72,15 ; les rentes étaient donc au cours de 72 f. 15.

De la solution de cette question et des deux précédentes, nous pourrons déduire une manière abrégée pour résoudre toutes les questions de ce genre sans exceptions et quelles que soient les données.

Dans le premier cas on devra *multiplier* le revenu connu par le cinquième du prix du cours ; dans le deuxieme on devra *diviser* la somme déboursée par le cinquième du prix du cours, et dans le troisième, suivant le principe établi (XVII), que multiplier un dividende par un nombre revient à diviser le diviseur par le même nombre. L'opération se réduit à diviser la somme déboursée par le cinquième du produit ;

En effet,

1er cas, 72,15 : 5 = 14,43 ; 2.450 × 14,43 = 35.353,50 ;
2e 72,15 : 5 = 14,43 ; 35.353,50 : 14,43 = 2.450 ;
3e 2.450 : 5 = 490 ; 35.353,50 : 490 = 72,15.

N° 321. En recevant 500 f., la somme était placée à 5 ; en recevant 1 f., elle eût été placée à 5 : 500 = 1 : 100 ; en recevant 750 f., elle est placée à 1 : 100 × 750 = 750 : 100 = 75 : 10 = 7 $\frac{1}{2}$.

N° 322. A 1 pour cent en 1 jour, 1 f. produirait 104 $\frac{1}{6}$: $(5\times300\times1.500) = 625 : (5\times300\times1.500\times6) = 1 : (72\times300)$; à 4 pour $\frac{0}{0}$ en 1.500 jours, 3.000 f. produiront $(4\times1.500\times3.000) : (72\times300) = 2.500 : 3 = 8333, \frac{1}{3}$.

N° 323 A 6 $\frac{1}{4}$ l'intérêt a été de 1.548 f. $\frac{5}{4}$. à 1 f. il n'aurait été que de 1.548,$\frac{5}{4}$: 6 $\frac{1}{4}$ = 6.195 : 25 = 1.239 : 5, à 5 f. il est de 1.239 : 5×5 = 1.239 f.

N° 324. 106 f. sont le produit de 100; 1 f. est le produit de 100 : 106; 10.600 sont le produit de 100 : 106 $\times$ 10.600 = 100×10.600 : 106 = 1.060.000 : 106 = 10.000 f.

On peut donc établir en principe que pour trouver le capital et les intérêts d'une somme quelle qu'elle soit, il faut y ajouter 2 zéros ou avancer la virgule de 2 chiffres et la diviser par le capital 100, plus les intérêts d'un an, ce qui réduit l'opération à une simple division.

N° 325. En 11 ans 100 f. produiront $7\times11 = 77$ f.; donc, 177 f. sont le produit de 100 f. après 11 ans, donc, (N° 324) 8.850.000 : 177 = 50.000 = N.

N° 326. Les 25.000 f. ont rapporté d'intérêts 38.500 — 25.000 = 13.500; donc, (N° 311) 100 f. ont rapporté 1.350.000 : 25.000 = 1.350 : 25 = (XIX) 13,50 $\times$ 4 = 54 f., et puisque le taux est à 9 pour cent par an, 54 f. sont le produit de 54 : 9 = 6 ans.

N° 327. 38.500 — 25.000 = 13.500 = le produit des intérêts pendant 6 ans; en 1 an ils ont rapporté 13.500 : 6 = 2.250; donc, (N° 311) 225.000 : 25.000 = 225 : 25 = (XIX) 2,25 $\times$ 4 = 9 = N.

N° 328. Après 6 ans l'intérêt de 100 f. sera de 9×6 = 54 f.; donc, (N° 308) l'intérêt de 25.000 f. sera = à 25.000 $\times$ 54 = 13.500, et après 6 ans le remboursement sera de 25.000 + 13.500 = 38.500.

N° 329. Dans les 14.400 f. sont compris les intérêts de 8 — 3 = 5 ans à 8 : 2 = 4 pour cent, ou ceux d'un an à 4×5 = 20; donc, (N° 324) le capital = 1.440.000 : 120

$= 144000 : 12 = 12.000$ f., et les intérêts $= 14.400 - 12.000 = 2.400$ f.

N° 330. L'intérêt de 5 ans $= 14.400 - 12.000 = 2.400$, en 1 an il égale $2400 : 5 = 480$ f.; et si 12.00 f. ont rapporté 480 f, 100 f. (N° 311) ont rapporté $480.00 : 12.000 = 48 : 12 = 4$ f.; mais la moitié seulement de l'intérêt a été remboursée; donc, la somme était placée à $4 \times 2 = 8$ pour cent.

N° 331. L'intérêt $= 76.106,25 - 45.000 = 31.106,25$; donc, (N° 311) 100 f. ont rapporté $3.110.625 : 45.000 = 345.625 : 5000 = 69.125$, or, le taux était de 7 pour cent par an; donc, 1 f. est l'intérêt de 1 an : 7, 69 125 sont l'intérêt de $69.125 : 7 = 69.125 : 7.000 = 2.765 : 280 = 553 : 56 = 9\frac{49}{56} = 9$ ans 10 mois 15 jours.

N° 332. 100 f. rapportent en 1 an ou 360 jours 7 f., en 1 jour ils rapporteraient 7 f. : 360, en 9 ans 10 mois 15 jours ou 3.555 jours ils rapporteront $(7 : 360) \times 3.555 = 553 : 8 = 69,125$; donc, (N° 314) $450\,00 \times 69,125 = 31.106,25$ = l'intérêt que produiraient 45 000 f., et à l'époque du remboursement le prêteur devra toucher $45.000 + 31.106,25 = 76.106,25$.

N° 333. $76.106,25 - 45.000 = 31.106,25$ = le produit de l'intérêt; donc, (N° 311) $3.110.625 : 45\,000 = 3.110,625 : 45 = 345,625 : 5 = 69,125$ = l'intérêt de 100 f. pendant 9 ans 10 mois 15 jours ou 3.555 jours; donc, l'intérêt d'un jour = 69,125 : 3.555, et celui d'un an ou 360 jours $= (69,125 : 3.555) \times 360 = (69,125 \times 40) : 395 = 69,125 \times 8 : 79 = 553 : 79 = 7$ f.

N° 334. 13 ans 9 mois 10 jours = 4.960 jours.

L'intérêt d'un jour $= 4.456\frac{1}{4} : 4.960$, l'intérêt d'un an ou 360 jours $= (4456\frac{1}{4} : 4.960) \times 360 = (3.565 \times 45) : 496$, $4\frac{1}{2}$ sont l'intérêt de 100 f. pendant 1 an. Maintenant 1 est l'intérêt de $100 : 4\frac{1}{2} = 200 : 9$, et $(3.565 \times 45) : 496$, intérêt annuel et total de la somme placée seront l'intérêt de $(3.565 \times 45 : 496) \times (200 : 9) = 445.625 : 62 = 7.187$ f. $\frac{1}{2}$ = N.



N° 335. Suivant le principe établi (N° 308), la première somme rapporte $250 \times 10\frac{1}{2} = 2.625$; la deuxième $600 \times 9 = 5.400$; la troisième $150 \times 12\frac{2}{5} = 1.900$ f.; la quatrième $18 \times 7 = 126$, en tout 10.051 f.; donc, $25.000 + 60.000 + 15.000 + 1.800 = 101.800$ rapportent 10 051; c'est donc comme s'ils étaient placés (N° 311) à raison de $1.005.100 : 101.800 = 10.051 : 1.018 = 9\frac{889}{1018}$.

N° 336. $800 + 480 + 320 = 1.600$ f. = le produit de 1.000 f.; 1 f. est le produit de $1.000 : 1.600 = 5$ f. : 8; 800 f. sont le produit de $(5 : 8) \times 800 = 500$ f.; 480 sont le produit de $(5 : 8) \times 480 = 300$ f., et 320 sont le produit de $(5 : 8) \times 320 = 200$ f.; $1.600 - 1.000 = 600$ = les intérêts de 1.000 f. pendant 12 ans; ceux d'un an $= 600 : 12 = 50$ f., et ceux de 100 f. pendant le même temps $= (50 : 1.000) \times 100 = 5$ f.

N° 337. En $48 - 15 = 33$ mois, l'intérêt a été de $3.936 - 3.705 = 231$ f.; en 1 mois il a été de $231 : 33 = 21 : 3 = 7$ f., et en 15 mois il a été de $7 \times 15 = 105$ f.; mais après 15 mois le capital et les intérêts étaient de 3.705; le capital était donc de $3.705 - 105 = 3.600$ f., d'où il résulte que 1 f. en 1 mois a rapporté $105 : (3.600 \times 15) = 7 : 3.600$, et 100 f. en 12 mois ont rapporté $(7 : 3.600) \times 100 \times 12 = 7 : 3 = 2\frac{1}{3}$.

N° 338. 1 f. en 1 an rapporte $144 : (900 \times 3) = 4 : 75$; 9.450 f. dans le même temps rapporteraient $(4 : 75) \times 9.450 = 4 \times 126 = 504$ f.; or, si 504 f. sont l'intérêt d'un an, 1 f. est l'intérêt d'un an : 504, et 1.764 f. sont l'intérêt de $(1 : 504) \times 1.764 = 7 : 2$, 3 ans $\frac{1}{2}$.

N° 339. Suivant le principe établi (N° 308), 3,50 à 20 pour cent doivent produire $0{,}350 \times 20 = 7.000 = 70$ centimes, et $3{,}50 + 70 = 4{,}20 = N$.

N° 340. Dans les 2,40 sont compris le capital et les intérêts; donc, on déduira du principe établi (N° 324) que le prix de l'achat $= 240 : 106\frac{1}{4} = (240 \times 4 : 425 = 192 : 85 = 2{,}25\frac{15}{17}$.

N° 341. $2,40 \times 365 = 876$ f.; le revenu étant de 876 f., il serait augmenté d'un tiers; donc, (xx) le rentier aurait de plus $876 : 4 = 219$ f., et il n'a réellement que $876 - 219 = 457$; or, les 219 f. sont le produit des $\frac{9}{10}$ de la somme qu'il désire placer à $12 \frac{1}{2}$ pour cent, conséquemment (N° 314) le capital de 219 à $12 \frac{1}{2} = 21.900 : 12 \frac{1}{2} = (21.900 \times 2) : 25 = 876 \times 2 = 1.752$; donc, les $\frac{9}{10}$ de la somme supposée $= 1.752$, $\frac{1}{10} = 1.752 : 9$, et $\frac{10}{10} = 17.520 : 9 = 1.946$ f. 66 c. $\frac{2}{3}$ = ce qu'il aurait si son épargne était 6 fois plus forte; elle n'est donc que de $1\,946,66 \frac{2}{3} : 6 = 324,44 \frac{4}{9}$.

N° 342. Pour avoir 140 f., il a fallu placer à 5; pour avoir 1 f. il aurait fallu placer à $5 : 140$; pour avoir 175 f. il faudra placer à $(5 : 140) \times 175 = 175 : 28 = 6 \frac{7}{28} = 6 \frac{1}{4}$.

N° 343. Le bénéfice 3.450 f. est le produit de 8 pour $\frac{0}{0}$ sur le prix d'achat; donc, (N° 314) ce prix $= 345.000 : 8 = 43.125$, et les réparations montent à $3.450 + 540 = 4.000$ f.

N° 344. $540.000 : 6 = 90.000$ = (N° 314) la somme mise chez le banquier; $90.000 + 10.000 = 100.000$ = la troisième portion, $100.000 + 100.000 = 200.000$ = le total des fonds. Connaissant le total des fonds on en déduira que le produit de la première portion à $4 \frac{1}{2} = 200.000 : 100 = 2.000$ f., et que conséquemment (N° 314) cette portion $= 200\,000 : 4 \frac{1}{2} = 400.000 : 9 = 44.444,44 \frac{4}{9}$
que les deux premières portions montant à 100.000 f., la deuxième $= 100.000 - 44.444,44 \frac{4}{9} = 55.555,55 \frac{5}{9}$, et qu'étant placée à 9 pour $\frac{0}{0}$ elle doit rapporter (N° 308) $55.555,55 \frac{5}{9} \times 9 = 5.000$ f.; donc,

La 1re partie	= 44.444,44 c. $\frac{4}{9}$, et produit	2.000
La 2e	= 55.555,55 c. $\frac{5}{9}$,	5.000
La 3e	= 90.000	5.400
La somme retirée	= 10.000	
Totaux,	200.000 qui produisent	12.400 f.

N° 345. L'intérêt d'un mois $= 9\frac{3}{4} : 12 = 39 : 48 = 13 : 16$, et celui de 5 ans 4 mois ou 64 mois $= (13 : 16) \times 64 = 13 \times 4 = 52$ f.; donc, (N° 308) $305{,}25 \times 52 = 15\,873$ f. = le revenu. Or, 64 mois $= 64 \times 30 = 1.920$ jours; on ne devra donc recevoir que $15.873 - (5{,}40 \times 1.920) = 15.873 - 10.368 = 5.505$ f.

N° 346. Le capital (N° 324) $= 65.084\,000 : 115 = 13.016.800 : 23 = 565\,947{,}82\,\frac{14}{23}$, et le bénéfice sur lequel le commis doit avoir 8 pour $\frac{0}{0} = 650.840 - 565.947{,}82\,\frac{14}{23} = 84.892{,}17\,\frac{9}{23}$; donc, (N° 308) ses honoraires se monteront à $848\,9217\,\frac{9}{23} \times 8 = 6.791$ f. $3.739\,\frac{5}{23}$.

N° 347. $3.567{,}65 + 78{,}15 = 3.645{,}80 =$ le produit de 10 pour $\frac{0}{0}$; donc, (N° 314) le marchand a déboursé $364.580 : 10 = 36.458$, et il lui est rentré $36.458 + 3.567{,}65 = 40.025{,}65 =$ le prix de la vente.

N° 348. Pour avoir 1 f. on aurait dû mettre 50.000 f. : $4.625 = 400 : 37$; pour avoir 3.552 f. on a dû mettre $(400 : 37) \times 3.552 = 38.400$, et on a gagné (N° 311) $355.200 : 38.400 = 37 : 4 = 9\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$.

N° 349. $25.640 - 22.400 = 3.240$ ont produit 648 f.; donc, (N° 311) le bénéfice fait sur 100 f. $= 64.800 : 3.240 = 720 : 36 = 80 : 4 = 20$ f., et (N° 308) le premier a gagné $256{,}40 \times 20 = 5.128$, et le deuxième $224{,}00 \times 20 = 4.480$.

N° 350. Après 6 ans, le produit de la somme placée à $7\frac{1}{2}$ sera de $11.645{,}26 + 354{,}74 = 12\,000$ f.; après 1 an il ne sera que de $12\,000 : 6 = 2.000$ f.; donc, (N° 314) la somme placée $= 200.000 : 7\frac{1}{2} = 400.000 : 15 = 8.000 : 3 = 26.666$ f. $\frac{2}{3}$.

N° 351. 1 f. rapporte en un an $7\frac{1}{2} : 100 = 15 : 200 = 3 : 40$; en 10 ans il rapporterait $3 : 40 \times 10 = 3 : 4 = \frac{3}{4}$ de f.; donc, sur 1 f. il y aurait $\frac{1}{4}$ de différence au bout de 10 ans; conséquemment, pour avoir une différence d'un franc il faudrait 4 f., et pour en avoir une de 3.000 f. il faudrait $4 \times 3.000 = 12.000$ f.

N° 352. Il faudrait que le produit d'un mois fût de 3.375 : 27 = 375 : 3 = 125 ; que celui d'un an ou 12 mois fût de 125 $\times$ 12 = 1.500 f. ; alors (N° 311) l'argent serait placé à 150 000 : 30.000 = 15 : 3 = 5 pour $\frac{0}{0}$.

N° 353. Après 1 mois 1 f. rapporte 6 $\frac{1}{4}$: (12 $\times$ 100) = 6 $\frac{1}{4}$: 1.200 ; après 5 ans 8 mois ou 68 mois, 1 f. rapporte (6 $\frac{1}{4}$: 1.200) $\times$ 68 = 17 : 48 ; donc, après 5 ans 8 mois 1 f. vaut 1 f. + $\frac{17}{48}$ = $\frac{65}{48}$; donc, $\frac{65}{48}$ seraient venus de $\frac{48}{48}$, 65 f. seraient venus de 48 f., 1 f. serait venu de 48 : 65 et 8.450 seraient venus de 48 : 65 $\times$ 8 450 = 130 $\times$ 48 = 6.240 ; donc, 8 450 payables dans 5 ans 8 mois, valent comptant 6.240 f., n'ayant égard qu'aux intérêts simples.

N° 354. Le dernier capital = (N° 311) 350.000 : 7 = 50.000 f. ; or, 50.000 f. sont le produit des intérêts du premier capital, plus ce même capital. Mais en 4 ans 100 f. ont rapporté 5 $\times$ 4 = 20 f. ; donc, (N° 324) 5.000.000 : 120 = 500.000 : 12 = 41.666 $\frac{2}{3}$.

N° 355. En 1 an, 100 f. produisent 15 f. ; or, 15 sont les $\frac{15}{100}$ ou les $\frac{3}{20}$ de 100 ; donc, quelle que soit la sommè placée, les intérêts produisent chaque année les $\frac{3}{20}$ des $\frac{20}{20}$ du capital ; donc les $\frac{3}{20}$ du capital sont produits en 1 an, $\frac{1}{20}$ serait produit en 1 an : 3, et 3 fois $\frac{20}{20}$ ou $\frac{60}{20}$ seront produits en 60 : 3 = 20 ans.

N° 356. Si, en 20 ans, les intérêts eussent égalé le capital, chaque année ils eussent produit $\frac{1}{20}$ de ce capital ; or, à cette époque, ils étaient triples. Le produit annuel était donc 3 fois plus fort, et conséquemment il était = aux $\frac{3}{20}$; donc, chaque année, 100 f. ont produit (100 : 20) $\times$ 3 = 15 f., donc l'intérêt était à 15 pour $\frac{0}{0}$.

N° 357. 5 ans d'intérêt = les $\frac{2}{5}$ de la somme placée ; les intérêts de 100 f. = (100 : 5) $\times$ 2 = 40 f. ; 1 an d'intérêt = 40 : 5 = 8 f. ; donc l'argent était placé à 8 pour $\frac{0}{0}$.

N° 358. Sur 1 f. on remet 5 : 100 = 1 : 20 ; sur 3.50 on remet 3,50 : 20 = 35 c. : 2 = 0,175, donc un exemplaire revient à 3,50 — 0,175 = 3,325, et 12 reviennent à 3.325

$\times$ 12 — 39,90; mais avec les 13es un exemplaire ne revient réellement qu'à 39,90 : 13 = 3,06 $\frac{12}{13}$. Sur 3,50, il y a donc une remise de 3,50 — 3,06 $\frac{12}{13}$ = 0,43 c. $\frac{1}{13}$: donc (N° 311) 100 f. rapporteront (43 c. $\frac{1}{13} \times 100$) : 3,50 = (43 $\frac{1}{13} \times 2$) : 7 = 86 $\frac{2}{13}$: 7 = 12 $\frac{4}{13}$ Donc, quelle que soit la valeur de l'ouvrage, en remettant 13 exemplaires pour 12 et 5 pour $\frac{0}{0}$ sur le prix, on remet réellement 12 $\frac{4}{13}$ pour $\frac{0}{0}$.

N° 359 Sur 1.500.000 f. il y a eu pour 25.000 f. d'avarie, sur 1 f. il y en a eu pour 25.000 : 1.500.000 = 1 f. : 600; sur 50.000 f. il y en a pour 50.000 : 600 = 500 : 6 = 83 f. $\frac{1}{3}$. Donc en remboursant 7 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ des avaries, pour 1 f. il faudra rembourser 7,50 : 100 = 3 : 40; pour 83 f. $\frac{1}{3}$ il faudra rembourser 340 $\times$ 83 $\frac{1}{3}$ = 250 : 40 = 25 : 4 = 6 f. 25 c.

N° 360. 637.500 : 7 $\frac{1}{2}$ = 1.275.000 : 15 = 255.000 : 3 = 85.000 = (N° 314) la somme placée à 7 $\frac{1}{2}$; 75.000 $\times$ 8 = 6.000 = (N° 308) le produit de la deuxième. Sur 185.000 f. on a placé 85.000 + 75 000 = 160 000, et ces 160.000 f. rapportent 6.375 + 6 000 = 12.375; donc 185.000 f. — 160.000 = 25.000 f., rapportent 14.625 — 12.375 = 2.250; donc ils sont placés (N° 311) à 225.000 : 25.000 = 225 : 25 = (XIX) 2,25 $\times$ 4 = 9 pour $\frac{0}{0}$.

N° 361. 456,00 $\times$ 3 $\frac{3}{4}$ = (N° 308) 1 710 = l'intérêt d'un an, celui d'un mois = 1.710 : 12 = 142,50, et celui de 15 mois = 142,50 $\times$ 15 = 2.137,50; et si sur 1 f. on déduit 31 c. $\frac{1}{4}$, sur 213.750 on déduira 31 c. $\frac{1}{4}$ $\times$ 2.137,50 = 666,72, à moins d'un centime près; donc il reste net 2.137,50 — 666,72 = 1.470,78.

N° 362. Les dépenses se composent, savoir :

Pour le 1er marché	de 46 f. $\times$ 500 =	23.000 f.
2e	de	8.750
3e	de 2,80 $\times$ 648 =	1.814,40
4e	de 29,04 $\times$ 25 =	726
	Total,	34.290,40

Donc, suivant le principe établi (N° 308)

le 1er bénéfice	$= 230 \times 11{,}95 \frac{15}{23} =$	2.750
2e	$= 87{,}50 \times 12 =$	1.050
3e	$= 18{,}144 \times 33{,}92 \frac{6}{7} =$	615,60
4e	$= 7{,}26 \times 44{,}62 \frac{98}{121} =$	324
	Total,	4,739,60

D'où il résulte que le gain fait sur un mètre de drap $= 2.750 : 500 = 11 : 2 = 5{,}50$; celui fait sur un mètre de toile $= 1.050 : 2.500 = 105 : 250 = 0{,}42$ c.; celui fait sur un mouchoir $= 615{,}60 : 648 = 0{,}95$ c.; celui fait sur une douzaine de cravates $= 324 : 25$, et celui fait sur une $= 324 : (25 \times 12) = 27 : 25 = 1{,}08$ c. Le total de la recette $= 34.290{,}40 + 4.739{,}60 = 39.030$ f.

N° 363. 1re portion. La dépense $= 23{,}000$ f.; la recette $= 51{,}50 \times 5.000 = 25.750$; le bénéfice $= 25.750 - 23.000 = 2.750$, et (N° 311) le gain fait sur 100 f. $= 275.000 : 23{,}000 = 275 : 23 = 11{,}95 \frac{15}{23}$.

2e portion. La dépense $= 8.750$; la recette $= 9.800$; le bénéfice $9.800 - 8.750 = 1.050$, et (N° 311) le gain fait sur 100 f. $= 105.000 : 8.750 = 105.000 : 875 = 420 : 35 = 84 : 7 = 12$ f.

3e portion. La recette $= 54 \times 12 \times 3.75 = 2.430$ f. Sur 100 mouchoirs le gain a été de 95 f.; sur un il a été de 95 c.; sur $54 \times 12 = 648$ il a été de 95 c. $\times 648 = 615{,}60$. Le déboursé $= 2.430 - 615{,}60 = 1814{,}40$, et (N° 311); le gain fait sur 100 f. $= 61.560 : 1814{,}40 = 615{,}600 : 18.144 = 68.400 : 2.016 = 7.600 : 224 = 1.900 : 56 = 475 : 14 = 33{,}92$ c. $\frac{6}{7}$.

4e Portion. La dépense $= 25 \times 12 \times 2{,}42 = 726$ f.; la recette $= 25 \times 42 = 1.050$; le bénéfice $= 1.050 - 726 = 324$, et (N° 311) le gain fait sur 100 f. $= 32.400 : 726 = 10.800 : 242 = 5.400 : 221 = 44{,}62$ c. $\frac{98}{121}$.

N° 364. Le total du prix d'achat $= 4.080 + 4.380 + 1\,000 + 540 = 10.000$ f., à quoi il faut ajouter les divers frais, savoir :

1° pour commission	(N° 308)	100,00 × $1\frac{1}{4}$ =	125 f.
2° . . droits		100,00 × $7\frac{1}{2}$ =	750
3° . . transports		8,64 × $12\frac{1}{2}$ =	108
4° chargement			17
		Total,	1.000

Donc les marchandises reviennent à 10 000 + 1.000 = 11.000 f.; et pour que cette somme rapporte 15 pour $\frac{0}{0}$ elle devra donner un bénéfice (N° 308) = à 110 × 15 = 1.650 f. Conséquemment le négociant devra recevoir 11.000 + 1.650 = 12.650. Or, au prix de facture, les marchandises ne donneraient que 10.000 f.; donc 10.000 f. devraient produire 12.650 f. 1 f. devra produire 12.650 : 10.000 = 1,265, et, successivement, les prix d'achat devront être portés à 4.080 × 1,265 = 5.161,20; à 4.380 × 1,265 = 5.540,70; à 1.000 × 1,265 = 1.265 f; à 540 × 1,265 = 683,10 c., et le total sera = à 5.161,20 + 5.540.70 + 1.265 + 683,10 = 12.650 = 10.000 × 1,265. Maintenant on voit que chaque mètre du premier article devra être vendu 5.161,20 : 2,40 = 21,50 $\frac{1}{2}$; chaque mètre du deuxième 5.540,70 : 120 = 46,17 $\frac{1}{4}$; chaque mètre du troisième 1.265 : 400 = 3,16 $\frac{1}{4}$, et chaque mètre du quatrième 683,10 : 45 = 15 f. 18 c.

N° 365. 5 × 5 = 25 f. = le produit de 100 f. après 5 ans; donc (N° 308) 6.000 f. produiraient 60,00 × 25 = 1.500 f. Le capital, à cette époque, serait donc de 6.000 + 1.500 = 7.500. 4.000 f., après 5 ans, rapporteraient 40,00 × 25 = 1.000 f.; en tout 5.000 f. Les 600 f. reçus après un an rapporteraient 6,00 × (5 × 4) = 120; ceux reçus après 2 ans rapporteraient 6,00 × (5 × 3) = 90 f.; ceux reçus après 3 ans rapporteraient 6,00 × (5 × 2) = 60 f.; ceux reçus après 4 ans rapporteraient 6 × 5 = 30; et ceux reçus après 5 ans rapporteraient 0; donc, dans le second cas, les sommes reçues par le vendeur vaudraient, après 5 ans, 5.000 + 3.000 + les produits successifs; en tout 8.300 f.; donc la différence serait de 8.300 — 7.500 = 800 f. à l'avantage du vendeur.

N° 366. Après 2 ans, à raison de 4 pour $\frac{0}{0}$ par an, 100 f. produiraient, capital et intérêt, 108 f.; 1 f. produirait 108 : 100, et 6.000 f. produiraient 108 : 100 $\times$ 6.000 = 6.480 f. Maintenant si la somme laissée était 100 f., après 2 ans elle vaudrait 108 f.; donc la somme retirée devrait aussi être = à 108 f. Alors, sur (108 + 100) ou 208 f. on aurait retiré 108, sur 1 f. on aurait retiré 108 : 208; donc sur 6.480 f. on a dû retirer 108 : 208 $\times$ 6.480 = 108 $\times$ 405 : 13 = 3.364 $\frac{8}{13}$, et on a laissé 6.480 — 3.364 $\frac{8}{13}$ = 3.115 $\frac{5}{13}$.

Questions relatives aux escomptes.

N° 367. 6 pour $\frac{0}{0}$ par an = 6 : 12 = $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois, et puisqu'il y a encore 9 mois d'échéance l'escompte pour ce temps sera de 4 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, et il sera (N° 308) de 36,46 $\times$ 4 $\frac{1}{2}$ = 184,07 pour 3.646 f.; donc ce particulier ne recevra que 3.646 — 164,07 = 3.481,93. Voici comme les banquiers escomptent en France, et ils retirent de la somme l'intérêt qu'elle aurait produit à l'époque de l'échéance, si elle eût été placée au taux de l'escompte.

Dans ce cas, il y a un bénéfice en faveur de l'escompteur, car nous voyons que dans cette question 100 f. doivent rapporter 4 $\frac{1}{2}$; et, par notre opération, le banquier ne donne réellement que 93,50 pour avoir le même produit. *Voir* le N° suivant.

N° 368. 6 pour $\frac{0}{0}$ par an = 4 $\frac{1}{2}$ pour 9 mois.

Dans l'escompte *en dedans* la somme du billet est regardée comme un capital réuni aux intérêts qu'il a produits, et ce sont ces intérêts qu'on retranche du billet; donc (N° 324) le capital ou la somme à payer = 364.600 : 104 $\frac{1}{2}$ = 729.200 : 209 = 3.488,99 $\frac{109}{209}$, donc l'escompte serait de 3.646 — 3.489 = 157 f. On voit que, comparativement à la solution précédente, il y a une différence de 164,07 — 157 = 7,07 au profit de celui qui reçoit.

Quoique cette dernière manière soit la plus juste et celle

qu'on devrait adopter, nous n'emploirons par là suite que la première pour nous conformer à l'usage établi presque généralement en France.

N° 369. 1.920 — 1.875,20 = 44,80 = l'escompte de 7 mois; celui d'un mois = 44,40 : 7 = 6,40, et celui d'un an = 6,40 × 12 = 76,80; d'où il résulte que l'escompte ou l'intérêt de 100 f. pendant le même temps = (N° 311) 7.680 : 1.920 = 768 : 192 = 4 f.

N° 370. 11.178 — 10.800 = 378 = l'escompte de 10.800 f.; 378 : 10.800 = l'escompte d'un fr. (378 : 10,800) × 100 = 378 : 108 = 3 $\frac{1}{2}$ = l'escompte de 100 f.; ce qui revient au principe établi (N° 311). Il est bon de remarquer que tous les raisonnemens faits pour résoudre les questions relatives aux escomptes sont les mêmes que ceux que nous avons faits pour les intérêts simples, et qu'on en déduit les mêmes principes (*Voir* le N° suivant).

N° 371. L'escompte de la première lettre = (N° 370 ou 311) 16.625 : 3.500 = 4 $\frac{3}{4}$; celui de la deuxième = 11.666 : 2.149 = 5 $\frac{3}{7}$; celui de la troisième = 11.500 : 1.250 = 9 $\frac{1}{5}$.

N° 372. 1.280 — 1 222,40 = 57,60 = l'escompte. A 6 pour $\frac{0}{0}$ l'escompte de 1.280 serait, pour un an (N° 308), de 12,80 × 6 = 76,80; pour un mois, il serait de 76,80 : 12 = 6,40 et 57,60 sont l'escompte de 57,60 : 6,40 = 576 : 64 = 9 mois; donc le marchand a payé à près 12 — 9 = 3 mois.

N° 373. 2.480 — 2 331,20 = 148,80 = l'escompte de 8 mois; 148,80 : 8 = 18,60 = celui d'un mois, et 18,60 × 12 = 223,20; donc (N° 311) l'escompte ou l'intérêt de 100 f. = (22.320 : 2480) = 2.232 : 248 = 558 : 124 = 219 : 31 = 9.

N° 374. L'escompte de 100 f. pour 27 mois = (8 : 12) × 27 = 2 × 9 = 18 f.; donc (N° 308) celui de 25.000 f. = 0,18 × 25.000 = 4.500 f.

En ne donnant que 21.500 f. on ne diminue que 25.000 — 21.500 = 3.500 au lieu de 4.500; il y a donc eu 1.000 f. d'escompte. Or, pour 27 mois, l'escompte est de 4.500, ce

qui fait 4 500 : 27 = 500 : 3 = 166 $\frac{2}{3}$ par mois; donc 1.000 f. sont l'intérêt ou l'escompte de (1.000 : 166 $\frac{2}{3}$) = (N° XIX) 1,000 $\times$ 6 = 6 mois; par conséquent le paiement a été avancé de 27 — 6 = 21 mois.

N° 375. 7 $\frac{1}{2}$: 2 = 3 $\frac{3}{4}$ = l'escompte de 6 mois; donc (N° 314) 34,43 $\frac{1}{16}$ seraient le produit de 3.443 $\frac{1}{16}$: 3 $\frac{3}{4}$ = 13.772 $\frac{1}{4}$: 15 = 55.089 : 60 = 918,15 = le montant dont aurait été le billet payable après 6 mois, et 918,15 $\times$ 4 = 3.672, 60 = la dépense totale; d'où il résulte que 3.672,60 : 3 = 1.224,20 = la somme payée comptant, et par suite 3.672,60 — (1.224,20 + 918,15) = 1.530,25 = le montant de la somme payable après 4 mois; 7 $\frac{1}{2}$: 3 = 2 $\frac{1}{2}$ = l'escompte de 4 mois; donc, pour 1.530,25, on devra rembourser (N° 308) 15, 3.025 $\times$ 2 $\frac{1}{2}$ = 38,25625 ; de cette manière, le marchand recevra comptant 3.672,60 — (34,43 + 38,26) = 3.599,91 c.

N° 376. Quel que soit le produit d'une somme pendant un certain nombre de jours, pour en avoir une autre dont le produit serait le même en un jour, il faut la multiplier par le nombre de jours donné. Voici une démonstration rigoureuse de ce principe, qui est aussi applicable aux mois, ans, etc , etc. Supposons que 6 f. en 4 jours rapportent 12 f.; 1 f. en 4 jours rapportera 12 : 6 = 2 f.; en 1 jour il rapportera 2 : 4 = $\frac{1}{2}$ f.; donc $\frac{1}{2}$ f. est le produit d'un franc en 1 jour, 1 f. est le produit d'un franc en 2 jours, 12 f. seront le produit d'un franc en 2 $\times$ 12 = 24 jours ; donc 6 $\times$ 4 = 24 f. en un jour donnent le même produit que 6 f. en 24 jours (*Voir* le N° 382). Maintenant suivant l'énoncé 3.546 $\times$ 37 = 131.211,25 rapporteront en 1 jour ce que 3.546,25 rapporteraient en 37 jours. Mais 100 f. rapportent 1 f. par mois; 1 f. rapporte dans le même temps 1 : 100; en 1 jour il ne rapporte que 1 : (100 $\times$ 30) = $\frac{1}{3000}$ et 131.211,25 rapporteront 131.211,25 : 3.000 = 130,21225 : 3 = 43,74, à moins d'un centime près; donc,

puisqu'il y a égalité dans les deux produits 3.546,25 en 37 jours rapporteraient 43,74 c.

Les deux solutions suivantes donnent des règles générales pour abréger dans ces sortes d'opérations.

N° 377. 7.092 $\times$ 40 ou 283.680 f. produiront (N° 376) en 1 jour ce que produiraient 7.092 f. en 4 ; 1 f. en 1 jour produit $\frac{1}{2}$: 100 $\times$ 30 = $\frac{1}{2}$: 3.000 ; 283.680 f. produiraient ($\frac{1}{2}$: 3.000) $\times$ 283.680 = 141,840 : 3 = 47 f. 28 c. On voit que pour trouver l'escompte d'une somme à quelque taux que ce soit, et pendant un nombre quelconque de jours, il faut, règle générale, multiplier cette somme par le nombre qui exprime les jours, par celui qui exprime le taux de l'escompte et reculer la virgule de trois chiffres, au tiers du produit, ou, ce qui revient au même, diviser la somme avant de multiplier pour opérer sur de plus petits nombres. Pour notre question nous aurons 7,092 : 3 ($\times$ 40 $\times$ $\frac{1}{2}$) = 2.364 $\times$ (40 $\times$ $\frac{1}{2}$) = 2.364 $\times$ 20 = 47,28 = l'escompte demandé. (*Voir* la question suivante pour l'application de ce principe.)

N° 378. Suivant le principe établi (N° 377) nous aurons les opérations suivantes ; Pour le premier billet (1,56030 : 3) $\times$ 120 $\times$ $\frac{5}{4}$ = 1,5630 $\times$ 120 $\times$ $\frac{1}{4}$ = 1,5630 $\times$ 30 = 46,809 : pour le deuxième (1,80 : 3) $\times$ 65 $\times$ $\frac{2}{3}$ = 0,6 $\times$ 65 $\times$ $\frac{2}{3}$ = 39 $\times$ $\frac{2}{3}$ = 26 f. ; pour le troisième, 0,34520 : 3 $\times$ (50 $\times$ $\frac{5}{8}$) = 3,59583 $\frac{1}{3}$; pour le quatrième, 9 : 4 $\times$ (125 $\times$ $\frac{1}{2}$) = 195,8333 $\frac{1}{3}$; pour le cinquième, 0,645 : 3 $\times$ (72 $\times$ 1 $\frac{3}{4}$) = ,645 $\times$ (24 $\times$ 1 $\frac{3}{4}$) = 27,09. Le total de l'escompte se compose donc de 46.809 + 26 + 3,59583 $\frac{1}{3}$ + 195,8333 $\frac{1}{3}$ + 27,09 = 299,32816 $\frac{2}{3}$ = 299,33 c. (*Voir* le N° 382.)

Questions relatives aux intérêts par temps.

N° 379. Les mises étant égales, le bénéfice d'un associé sera plus ou moins fort en raison du temps qu'elles seront restées dans le commerce. Si les mises eussent été faites

successivement, le bénéfice 105.000 f. serait le produit (de 15 + 18 + 24 + 27) = 84 mois, et le produit d'un mois serait = à 105.000 : 84 = 1.250 f.; donc autant de mois chaque mise sera restée dans la société, autant de fois 1.250 f. l'associé devra retirer. Par conséquent le premier retirera 1.250 × 15 = 18.750; le deuxième 22.500; le troisième 30.000; le quatrième 33.750 : en tout 105.000 f.

N° 380. (18 750 + 22.500 + 30.000 + 33.750) = 105.000 = le bénéfice fait en 7 ans, ou 84 mois, et 105.000 : 84 = 1.250 = celui fait en 1 mois; donc (N° 379), les mises étant égales, les bénéfices sont proportionnés au temps, et la mise de chaque associé est restée autant de mois qu'il y a de fois 1.250 dans la somme qu'il a reçue; alors la mise du premier est restée dans la société 18.750 : 1.250 = 15 mois; et, par suite, celle du deuxième y est restée 18 mois; celle du troisième 24; et celle du quatrième 27 mois.

N° 381. Suivant le principe établi (N° 376) nous pouvons changer les termes de l'énoncé, et dire : la mise de chaque associé est restée 1 mois.

La première était de 300 × 6 = 1.800 f.; la deuxième de 480 × 4 = 1.920 f.; la troisième de 290 × 9 = 2.160, et le bénéfice a été de 980; alors nous trouverons (N° 380) que 5.880 f. ont produit 980 f.; qu'un franc a rapporté 880 : 5.880 = $\frac{1}{6}$ de f., et que 1.800 f., 1.920 et 2.160 f. ont produit 1.800 : 6 = 300; 1.920 : 6 = 320, et 2.160 : 6 = 360; en tout 980 f. (*Voir* le N° suivant.)

N° 382. En 15 jours 20 ouvriers ont fait 300 journées, en 18 jours 12 en ont fait 216; 50 — 32 = 18 en 20 jours en ont fait 360; en tout 876. Et puisque chaque journée est égale, une journée a été payée 1927,20 : 876 = 2,20 c. Alors les 20 ouvriers, pour 15 jours de travail, recevront 2,20 × 15 = 33 f.; les 12 recevront 2,20 × 18 = 39,60; et les 18 recevront 2,20 × 20 = 44 f. En effet, 33 × 20 + 39,60 × 12 + 44 × 18 = 1927,20 c.

La solution de cette question et les opérations que nous avons faites pour y parvenir sont la démonstration la plus simple et la plus claire du principe établi (N° 376). En la rapportant au (N° 381), on pourrait dire : 3 associés ont gagné 1927,20; le premier a mis 20 f. pendant 15 mois; le deuxième 12 f. pendant 18, et le troisième 18 f. pendant 20. Combien devront-ils retirer chacun? Alors, suivant ce qui a été dit,

Le prod. de 20 f.	en 15 m.	=	celui de 20×15	en 1 m.	=	300 f.
12	18	=	12×18	1	=	216
18	20	=	18×20	1	=	360
					Total,	876

D'où il résulte que 876 f. ont produit 1927,20; qu'un franc a produit 1927,20 : 876 = 2,20, et que chaque associé a eu autant de fois 2,20 qu'il y a de francs dans sa mise, etc.

N° 383. $(5.500 + 2.000 + 3.000 + 1.500) = 12.000$ f. $(5.500 \times 4) + (2.000 \times 5\frac{1}{2}) + (3.000 \times 8) + (1.500 \times 6) = 66.000$; donc (N° 376) l'intérêt produit par 66.000 f. en 1 mois serait le même que celui produit par les 12.000 f. payés aux différentes époques. Maintenant, puisque le nombre de mois qu'on doit garder les 12.000 f. doit être le terme moyen des diverses époques, il est évident que, quel que soit ce nombre, si on multiplie 12.000 par le même nombre, il doit être aussi = à 66.000 f.; donc 66.000 f. sont le produit d'une multiplication dont 12.000 f. est l'un des facteurs, et le nombre cherché l'autre. Donc, en divisant 66.000 par 12.000, nous aurons ce nombre, et nous aurons $66.000 : 12.000 = 66 : 12 = 22 : 4 - 5\frac{1}{2} = N$.

N° 384. Suivant le principe établi (N° 376), le produit de la mise du premier pendant 18 mois = celui de 50.000×18, ou 900.000 f. pendant 1 mois; et puisque chaque associé a retiré un bénéfice égal, il est évident (N° 383) que la somme qu'ils ont mise chacun étant $\times$ le nombre de mois qu'elle est restée dans la société doit aussi donner un produit = à 900.000 f.; donc le premier a mis 900.000

: 18 = 50.000 ; le deuxième 900 000 : 16 = 56.250 ; le troisième 900.000 : 14 = 64.285 $\frac{5}{9}$; le quatrième 900 000 : 12 = 75.000 f.

N° 385. 50.000 × 18, ou 900.000 f. produiraient (N° 376) en 1 mois une somme égale à celle que produiraient 50.000 f. en 18. Les bénéfices étant égaux, la somme versée par chaque associé (N° 383) étant × le nombre de mois qu'elle est restée dans la société doit donner un produit égal à 900,000 f. ; donc en divisant successivement ce produit par la somme que chacun a versée nous aurons au quotient le nombre qui a servi à le multiplier, et conséquemment le nombre de mois demandé ; donc la mise du premier est restée 900.000 : 50.000 = 90 : 5 — 18 mois ; celle du deuxième 900.000 : 56.250 = 16 ; celle du troisième 900 000 : 64.287 $_7$ = 2 × 7 = 14 ; et celle du quatrième 900 000 : 75 000 = 12 mois.

N° 386. L'intérêt de 18.000 f. pendant 15 mois = (N° 376) celui de 18.000 × 15, ou celui de 27 000 en 1.

L'intérêt de 5.400 en 5 mois = celui de 5.400 × 5, ou celui de 27.000 f. en 1 ; donc la première somme a été payée comptant, et les 1.800 f. restans, en raison du temps qu'on les a gardés, ont rapporté une somme égale au produit de 5.400 f. pendant 5 mois.

N° 387. 3.000 × 12 = 36.000 ; 1.200 × 4 = 4.800 ; 600 × 6 = 3.600 = (N° 376) les produits réduits à 1 mois ; 4 800 + 3.600 = 8.400 ; 36.000 — 8.400 = 27.000 f. Il faut donc que 27.000 f. donnent pendant le temps qu'on les garderait le même produit que (3.000 — 1.800) = 1.200 f. pendant 12 mois, + les intérêts qu'auraient produits 1.200 f. pendant 8 mois, et 600 f. pendant 6.

Or (N° 383), en considérant 27.600 f. comme le produit de 1.200 f. × les différens temps qui restent encore à courir, si on divise cette somme par 1.200, le quotient 23 sera égal au nombre de mois demandé ; c'est-à-dire qu'il désignera l'époque à laquelle on devra faire le paiement du

reste. Pour préciser davantage, si nous supposons l'intérêt à 1 pour $\frac{0}{0}$ par mois, 27.600 f. produiront 276; 12.000, en 23 mois produiront 1.200 : 100 $\times$ 23 = 276. Ou, par une autre analogie, le paiement des 1.200 ayant été avancé de 8 mois, et celui de 600 f. de 6, 1.200 f. pendant 11 mois doivent compenser le produit de 1.200 f. au même taux pendant 8 mois, et celui de 600 pendant 6. En effet (N° 308) 12,00 $\times$ 11 = 132 ; 12,00 $\times$ 8 = 96 ; 6,00 $\times$ 6 = 36 ; et 96 + 36 = 132.

N° 388. 3.600 $\times$ 5 = 18.000 ; 1.800 $\times$ 5 = 9.000 = (N° 316) les produits réduits à 1 mois. Or, si sur 18.000 + 9.000 = 27.000 f. on a donné comptant 18.000 f., il faut que les 9.000 f. restant rapportent autant qu'auraient rapporté 27.000 f. pendant 5 mois; donc il faudra les garder plus de temps; donc (N° 383) il faudra les garder un temps = à 27.000 : 1.800 = 270 : 18 = 15 mois. En effet, en supposant l'intérêt à 1 pour $\frac{0}{0}$; 5.400 f. rapporteront en 5 mois 5.400 : 100 $\times$ 5 = 270 f. ; 1.800 en 15 mois rapporteront 18,00 $\times$ 15 = 18 $\times$ 15 = 270.

N° 389. En 1 mois 2.540 f. ont rapporté 126 : 6 = 21 f., et pour rapporter 409,50, ils devront rester placés un nombre de mois = à 409,50 : 21 = 4.095 : 210 = 819 : 42 = 39 : 2 = 19 mois $\frac{1}{2}$.

N° 390. 6.400 f. seraient le produit de 15 : 2.400 $\times$ 6.400 = 6.400 : 160 = 40 mois = le temps qu'il faudrait garder 2.400 f. pour qu'ils rapportassent 6.400 f.; mais la somme placée est 3 fois plus forte; on devra donc la garder 3 fois moins de temps pour avoir le même produit = 40 : 3 = 13 mois $\frac{1}{3}$. On aurait pu dire d'abord : si la première somme eût été 3 fois plus forte, elle n'aurait dû rester placée que 15 : 3 = 5 mois; alors 6.400 f. seraient le produit de (5 : 2.400) $\times$ 6.400 = 40 : 3 = 13 mois $\frac{1}{3}$.

N° 391. Après 7 $\frac{1}{2}$ l'intérêt d'un franc = 1 f.; après

1 an, celui de 100 f. = 1 f. : $7\frac{1}{2}\times 100 = (2:15)\times 100$ $= 40:3 = 13\frac{1}{3}$

N° 392. $3.973\times 4 = 15.892$ f. en 1 an rapporteraient (N° 316) autant que 3.973 en 4; donc pour que 558 f. rapportent autant, il faudra les garder un nombre d'années $=$ à $15.892 : 993,25 = 63.568 : 3.973 = 16$ ans. En effet, à 5 pour $\frac{0}{0}$, 3.973 en 4 ans rapporteront $5 : 100 \times (4 \times 3973)$ $= 3.973 \times 5 = 794,60$, et 993,20 en 16 ans rapporteraient $5 : 100 \times (16 \times 993,25) = 198,65 \times 4 = 794,60$.

N° 393. Pour avoir 1 f. en 27 mois, il faudrait placer $30.000 : 3.375 = 8 : 9$ f.; pour avoir 1 f. en 1 mois, il faudra placer $(8 : 9 \times 27) = 8 \times 3 = 24$ f.; pour avoir 2.500 en 15 mois, il faudra placer $(24 \times 2.500) : 15 = 8$ $\times 500 = 40.000$ f.

N° 394. Si l'intérêt d'un an était d'un pour $\frac{0}{0}$, les intérêts de 1.000 f. pour 5 ans seraient de 50 f. En payant en 5 fois chaque paiement serait de 200, et 200 f. produiraient 2 f. en 1 an.

Pour qu'il y ait compensation, il faut (N° 376) qu'en multipliant successivement 2 f. par les cinq nombres qui désignent les quantités d'années dont sera composé chaque intervalle, on ait 5 produits dont le total soit égal à 50 f.

Supposons maintenant que l'intervalle soit d'un an; dans cette hypothèse le premier paiement se fera après 1 an, le deuxième après 2 ans, etc.; et, en multipliant successivement 2 francs par les quantités, nous aurons $(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 30$ pour total; donc le total étant 30 f. l'intervalle serait 1 an; étant 1 f. l'intervalle serait $1 : 30$; et le total étant 50 f. l'intervalle sera $1 : 30 \times 50$ $= 5$ ans $: 3 = 1$ an $\frac{2}{3}$; d'où il résulte que le premier paiement se fera après 1 an 8 mois; le deuxième après 3 ans 4 mois, etc. De cette manière les intérêts seront compensés; et, comme l'exige l'énoncé, chaque paiement égal aura été fait à des intervalles égaux.

Questions relatives aux intérêts composés.

N° 395. Les intérêts de la première année, joints au capital, ont rapporté des intérêts qui ont augmenté le capital de la deuxième année; de sorte que chaque année le capital s'est trouvé augmenté des intérêts de l'année précédente, et comme à 10 pour $\frac{0}{0}$ on gagne le dixième du capital, le capital de chaque année s'est augmenté d'un dixième; donc, la première année, 110.000 f. ont rapporté 110.000 + 11.000 = 121.000 f.; la deuxième 121.000 f. ont rapporté 121.000 + 12.100 = 133.100 f.; la troisième 133.100 f. ont rapporté 133.100 + 13.310 = 146.410 f.; la quatrième, cette dernière somme a produit 146.410 + 14.641 = 161.051; la cinquième, le produit a été de 161.051 + 16105,10 = 177.156,10 c.; et, enfin, à la sixième année, on a dû rembourser. 177156,10 + 17715,61 = 194.871 f. 71 c.

N° 396. La somme de 194.871 f. 71 c., offerte en remboursement au bout de 6 ans, doit être regardée, comparativement au capital existant à la fin de la cinquième année, comme le capital et les intérêts d'une somme placée à 10 pour $\frac{0}{0}$; donc, sous ce point de vue, le capital (N° 314) = 19.487.171 : 110 = 1.771.561 : 10 = 177.156,10. Par le même raisonnement, nous trouverons que, successivement, le capital existant à la fin

de la 4ᵉ an. = 17.715.610 : 110 = 1.610.510 : 10 = 161.051 f.
de la 3ᵉ = 16.105.100 : 110 = 1.610.510 : 11 = 146.410
de la 2ᵉ = 14.641.000 : 110 = 1.464.100 : 11 = 133.100
de la 1ʳᵉ = 133.100 : 110 = 1.331.000 : 11 = 121.000;

et, qu'enfin au commencement de la première, le capital placé = 12.100.000 : 110 = 1.210,000 : 11 = 110.000.

Or, 110.000 f. placés à 12 $\frac{2}{3}$ rapporteraient par an (N° 308) 1100,00 × 12 $\frac{2}{3}$ = 13.933 $\frac{1}{3}$; en 6 ans ils rapporteraient 13.933 $\frac{2}{3}$ × 6 = 83.600 f.; et, dans le premier cas, ils rapporteraient 194.871,70 — 110 000 = 84.871,71. Il y aurait

donc sur les 6 ans une différence de 84.871,71 — 83.600 = 1.271,71 c. Et il serait plus avantageux de payer les intérêts simples à 12 $\frac{2}{3}$.

N° 397. Après 1 an, pour 100 f., on recevra 105 f.

pour 1 f. on recevra 105:100 = $\frac{21}{20}$ f.;

donc, après 1 an, 1 f. vaudra $\frac{21}{20}$ de f.; donc il sera augmenté de $\frac{1}{20}$; donc chaque année le capital s'accroît de $\frac{1}{20}$; et $\frac{21}{20}$ de f. existant au commencement de la deuxième année vaudront, au commencement de la troisième, les $\frac{21}{20}$ de 21 f. : 20 = 441 f. : 400; 441 f. : 400 vaudront, au commencement de la quatrième année, les $\frac{21}{20}$ de 441 : 400 = 9.261 : 8.000; et, enfin, 9261 f. : 8.000 vaudront, à la fin de la quatrième année, les $\frac{21}{20}$ de 9.261 : 8.000 = 194.481 : 160.000; donc, puisque 1 f. vaut après 4 ans 194.481 : 160.000; 24.000 f. vaudront, à la même époque, (194.481 : 160.000) $\times$ 24.000 = 97.240,50 $\times$ 3 = 29.172 f. 15 c.

On voit donc, règle générale, que, quel que soit le capital, en calculant ce que produirait 1 f. à l'époque demandée, il suffira, pour avoir le total de la somme à recevoir, de multiplier la somme prêtée par le produit d'un f.

Cette méthode abrège de beaucoup, parce que les opérations s'effectuant sur les plus petits nombres possibles, il y a moins de calculs à faire; et, excepté l'emploi des logarithmes il n'y en a pas de plus courte, à moins que, comme dans les deux numéros précédens, la nature de la question n'indique des moyens qui ne sont pas abrégés dans tous les cas, et qui ne sont applicables qu'à la question qu'on traite.

N° 398. La solution du problême précédent nous conduit à trouver celle de celui-ci; car, pour avoir la somme que produirait le capital après 4 ans, nous avons multiplié cette somme par le produit d'un franc, pendant le même temps; donc, connaissant le produit d'un franc, en divisant le capital + ses intérêts de 4 ans par ce produit, nous aurons pour résultat la somme demandée. Or,

(N° 397) à 5 pour $^0/_0$, le produit d'un franc après 4 ans est $= \grave{a}\ \frac{194481}{160000}$ de franc; donc la somme placée $= 29\,172{,}15 :$
$$\frac{194481}{160000} = \frac{29.172{,}15 \times 160.000}{194.481} = (\text{N° XIV})\ \frac{29.172{,}15 \times 1.600}{194.481}$$
$= 15 \times 1.600 = 24.000$ f.; donc, quel que soit le capital plus ses intérêts au bout d'un certain temps, pour revenir au capital placé au commencement de la première année, il faut diviser ce capital par le capital 1 f. plus ses intérêts pendant le même temps.

Soit, par exemple, 1.458 f. le capital et les intérêts composés d'une somme après 3 ans à raison de $12\frac{1}{2}$ pour $^0/_0$.

Voici l'opération :

A $12\ \frac{1}{2}$ pour $^0/_0$ l'intérêt d'un franc $= 12\frac{1}{2} : 100 = 25 : 100 = 1 : 8$; donc, au bout d'un an 1 f. produit $\frac{1}{8} + \frac{8}{8} = \frac{9}{8}$; donc, quelle que soit la somme placée au commencement de chaque année, son produit, à la fin de la même année, $=$ les $\frac{9}{8}$ de cette même somme; les $\frac{9}{8}$ existant à la fin de la deuxième valent à la fin $\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} = \frac{81}{64}$; ces $\frac{81}{64}$ valent à la fin de la troisième $\frac{81}{64} \times \frac{9}{8} = \frac{729}{512}$; et la somme placée au commencement de la première année $= 1.458 : \frac{729}{512} =$
$$\frac{1\,458 \times 512}{729} = 2 \times 512 = 1.024 \text{ f.}$$

Si la somme placée eût été 1.024 f., et qu'on eût voulu connaître son produit après 3 ans à raison de $12\frac{1}{2}$ pour $^0/_0$, on aurait cherché le produit d'un franc après 3 ans, qui est de $\frac{529}{512}$ de franc, et la somme cherchée aurait été égale à $\frac{729}{512} \times 1.024 = 729 \times 2 = 1.458$ f.; donc, quelles que soient les sommes portées à l'énoncé, il faut d'abord chercher le produit d'un franc à l'époque fixée. Alors, dans le premier cas, on multiplie la somme par la fraction qui exprime ce produit; et, dans le second, on la divise par la même fraction.

N° 399. Suivant le principe établi (N° 397) à 0 pour $^0/_0$, après un an, 1 f. rapporte $\frac{11}{10}$ de f.; après 2 ans, il rap-

porte $\frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = \frac{121}{100}$; après 3 ans, il rapporte $\frac{121}{100} \times \frac{11}{10} = \frac{1331}{1000}$. Maintenant, pour les 8 mois, nous dirons 1 f. rapporte en 12 mois $\frac{1}{10}$, en 1 mois il rapporte $\frac{1}{10} : 12 = \frac{1}{120}$; et, en 8 mois, il rapporte $\frac{8}{120} = \frac{1}{15}$; donc 1 f. vaut après 8 mois $\frac{16}{15}$; donc, quel que soit le capital, après 8 mois, il rapporte les $\frac{16}{15}$ de ce même capital; donc 1 f. qui après 3 ans vaut $\frac{1331}{1000}$, 8 mois après vaudra $\frac{1331}{1000} \times \frac{16}{15} = \frac{2662}{1875}$, et 9.375 f. vaudront $9.375 \times \frac{2662}{1875} = 5 \times 2.662 = 13.310$ f. Si au lieu de mois on avait des jours, on voit que le raisonnement serait absolument semblable; car, supposons qu'au lieu de 8 mois on eût exprimé $8 \times 30 = 240$ jours, nous aurions dit;

1 f. rapporte en 1 an $\frac{1}{10}$ de f. en 1 jour; il rapportera $\frac{1}{10} : (12 \times 30) = \frac{1}{3600}$, et en 240 jours il rapportera $\frac{1}{3600} \times 240 = \frac{24}{360} = \frac{1}{15}$, etc., etc.

N° 400. Après 1 an ou 360 j. 100 f. produisent 10 f.

1 produit $10:100 = \frac{1}{10}$

donc en 360 jours 1 f. rapporte $\frac{11}{10}$; en 1 jour il rapporte $1 : (10 \times 360)$, et en 2 mois 10 jours ou 72 jours il rapporte $72 . 3.600 = \frac{1}{50}$; donc, pendant la cinquième année, 1 f. rapporte seulement $\frac{51}{50}$ de f.; donc après 4 ans 2 mois 10 jours 1000 f. rapporteront $1.000 \times \frac{11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 51}{10 \times 10 \times 10 \times 50}$

$$= \frac{11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 51}{500} = \frac{121 \times 121 \times 51}{500} = \frac{746\ 691}{500} =$$

$1.493,38 \frac{1}{5}$.

N° 401. Suivant le principe établi au (N° 347), la solution du problême (399) nous donnera la solution de celui-ci, et la somme placée $= 13.310 : \frac{2662}{1875} = \frac{13.310 \times 1.875}{2.662}$

$= 5 \times 1\ 875 = 9.375$ f.

N° 402. Des principes que nous avons établis dans les quatre questions précédentes, il résulte que, pour trouver la somme que produit 1 f. après un certain nombre d'années, il faut exprimer par une fraction le rapport d'un an,

et le produit de cette fraction autant de fois facteur que l'argent doit rester placé est égal à la somme demandée.

Or, à 25 pour $\frac{0}{0}$ 1 f. rapporte 25 : 100 $= \frac{1}{4}$, et le produit d'un f. après 1 an $= \frac{5}{4}$ de f.; donc le produit d'un franc après 17 ans sera $=$ à $\frac{5}{4}$ 17 fois facteur.

Puisque 25 pour $\frac{0}{0} = \frac{1}{4}$ du capital après 1 an, 128 valent $128 + 32 = 160$; après 2 ans ils valent $160 + 40 = 200$ f.; après 3 ans ils valent $200 + 50 = 250$; après 4 ans ils valent $250 + 62{,}50 = 312{,}50$; après 5 ans ils valent $312{,}50 + 78{,}125 = 390{,}625$; après 6 ans ils valent $390{,}624 + 97{,}6562 = 488{,}2812$, à moins d'un centime près, etc., etc. En négligeant les parties décimales au-dessus de la quatrième décimale, et en ajoutant toujours le quart à sa dernière somme, on aura pour dernier résultat 5.696,8704.

N° 403. A 10 pour $\frac{0}{0}$ 100 f. rapportent 10 f.
1 rapporte $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$;
donc, quel que soit le capital placé au commencement d'une année, à la fin de la même année, il est augmenté de $\frac{1}{10}$. Il est donc $=$ à ses $\frac{11}{10}$; donc 1 f. après 1 an vaut $\frac{11}{10}$ de f., et après 2 il vaut $\frac{11}{10} \times \frac{11}{10} = \frac{121}{100}$, et 12.000 f. valent

$$\frac{121 \times 12.000}{100} = 121 \times 120 = 14.520 \text{ f.}$$

Si le premier paiement ne s'effectuait qu'à la fin de la deuxième année, à cette époque la somme serait augmentée de $\frac{1}{10}$; donc, dans ce cas, pour s'acquitter suivant les conventions faites il faudrait payer,

1° la somme due pour le premier paiement;

2° $\frac{1}{10}$ ou l'intérêt de cette somme pendant 1 an;

3° le deuxième paiement.

Mais le deuxième paiement est égal au premier; donc les $(\frac{10}{10} + \frac{1}{10} + \frac{10}{10})$, ou les $\frac{21}{10}$ du premier paiement $=$ 14.520 f. $\frac{1}{10} = \frac{14.520}{21} =$ et $\frac{10}{10} = \frac{145.200}{21} = \frac{48.400}{7} = 6.914$ $\frac{2}{7}$ $=$ chacun des deux paiemens égaux.

En effet,

12.000 f. après 1 an vaudront $\frac{12.000 \times 11}{10} = 13.200$. On acquitte 6.914 $\frac{2}{7}$, il reste donc au commencement de la 2e année 13.200 — 6.914 $\frac{2}{7}$ ou 6.285 $\frac{5}{7}$, qui, à la fin de la même année, valent $\frac{6.285\frac{5}{7} \times 11}{10} = \frac{48.400}{7} = 6.914\frac{2}{7}$.

N° 404. Quel que soit le capital placé au commencement de chaque année, à la fin de cette même année il est égal (N° 403) à ses $\frac{11}{10}$; à la fin de la deuxième il est égal aux $\frac{11}{10}$ des $\frac{11}{10} = \frac{121}{100}$; à la fin de la troisième il est égal aux $\frac{11}{10}$ des $\frac{121}{100} = \frac{1551}{1000}$; à la fin de la quatrième il est égal aux $\frac{11}{10}$ des $\frac{1551}{1000} = \frac{14.641}{10.000}$, et 50.000 f. vaudront après 4 ans (N° 397) $\frac{14.641 \times 50.000}{10.000} = 14.641 \times 5 = 73.205$; donc en rapportant à la fin de la quatrième année chacun des trois premiers paiemens égaux, qui devraient être faits successivement, à la fin des trois premières années, à cette époque, le premier sera = à la somme qui aurait dû être payée + les intérêts composés de 3 ans $= \frac{1000}{1000} + \frac{1551}{1000}$; suivant le même raisonnement, le deuxième vaudra $\frac{100}{100} + \frac{021}{100}$; le troisième vaudra $\frac{10}{10} + \frac{11}{10}$; le quatrième vaudra $\frac{10}{10}$.

Et, puisque les 4 paiemens doivent être égaux, en additionnant ces fractions nous aurons $\frac{4641}{1000}$ du premier paiement $= 73.205 =$ la somme totale qu'on devrait payer en ne payant qu'après 4 ans. D'où il résulte que si $\frac{4641}{1000} = 73.205$, $\frac{1}{1000} = 73.205 : 4641$, et $\frac{1000}{1000} = (73.205 : 4641) \times 1.000 = 15.773\frac{2507}{4641}$.

N° 405. 1er Si 100 f. rapportent 6 $\frac{2}{3}$

1 f. rapporte 6 $\frac{2}{3}$: 100 = 20 : 300 = $\frac{1}{15}$;

2° si 100 f. rapportent 10 f.

1 f. rapporte 10 : 100 = $\frac{1}{10}$;

3° si 100 f. rapportent 15 f.

1 f. rapporte 15 : 100 = $\frac{3}{20}$;

donc chaque fois que le premier renouvelle ses fonds ils sont augmentés de $\frac{1}{15}$; de même, ceux du deuxième sont augmentés de $\frac{1}{10}$; ceux du troisième sont augmentés de $\frac{5}{20}$.

Maintenant soit supposé 1.500 f., la somme égale placeée pour le premier.

Après 3 mois elle vaudra 1.500 + 100 = 1.600 f.
après 6 mois 1.600 + 1.600 : 15 = 1.706 $\frac{2}{3}$;
après 9 mois 1.706 $\frac{2}{3}$ + 1.706 $\frac{2}{3}$: 15 = 1.820 $\frac{4}{9}$;
après 12 mois 1.820 $\frac{4}{9}$ + 1.820 $\frac{4}{9}$: 15 = 1.941 f. $\frac{115}{135}$.

Pour le deuxième.

Après 4 mois elle vaudra 1.500 + 150 = 1.650;
après 8 1.650 + 165 = 1.815;
après 12 1.815 + 181 $\frac{5}{10}$ = 1.996 $\frac{1}{2}$.

Pour le troisième.

Après 6 mois elle vaudra . $1.500 + \frac{1.500 \times 3}{20} = 1.725.$

après 12 mois elle vaudra 1.725 + (1.725 : 20) × 3 = 1.983 $\frac{3}{4}$;

donc le bénéfice du 1er serait de 441 f. $\frac{115}{135}$;
2e 496 $\frac{1}{2}$;
3e 483 $\frac{3}{4}$.

Dans ce cas, le 2e aurait gagné 496 $\frac{2}{4}$ — 483 $\frac{3}{4}$ = 12 f. $\frac{3}{4}$ de plus que le 3e.

Or, suivant l'énoncé, il a réellement gagné 408 f. de plus; donc notre différence est trop petite d'un nombre de fois $= \text{à } 408 : 12\frac{3}{4} = \frac{408 \times 4}{51} = 8 \times 4 = 32$; donc, pour rendre la différence 32 fois plus forte il faut (N° v) multiplier chacun des nombres 496 $\frac{1}{2}$ et 483 $\frac{3}{4}$, qui l'ont produite, par 32; alors nous aurons pour le bénéfice du 2e 496 $\frac{1}{2}$ × 32 = 15.888, et pour celui du 3e 483 $\frac{3}{4}$ × 32 = 14.480. Mais pour avoir un bénéfice 32 fois plus fort, les mises étaient aussi 32 fois plus fortes; donc la mise égale de chacun était = à 1.500 × 32 = 48.000, et le bénéfice du 1er a été de 441 $\frac{115}{135}$ × 32 = 14.138 $\frac{106}{135}$.

N° 406. 20 étant le 5e de 100, chaque année on joint au capital existant au premier jour, $\frac{1}{5}$ de ce même capital; donc après 1 an le produit est 120 f., après 2 ans il est 144 f., après 3 ans il est 172,80, après 4 ans il est 207,36; et, dans ce cas, 207,36 sont le produit de 4 ans.

1 f. est le produit de 4 : 207,36, et 200 f. doivent être le produit de 4 : $207{,}36 \times 200 = \frac{4 \times 200}{20.736} = 2.500 : 648 =$ 625 : 162 = 3 ans 10 mois 9 jours = la valeur très-rapprochée de l'époque à laquelle un capital est doublé, en calculant les intérêts à 20 pour $\frac{0}{0}$.

N° 407. D'après les principes établis (N° 404), nous trouverons que ne payant pas d'intérêts la première année, après 5 ans, 1.200 f. vaudront $1.200 \times \frac{1}{1} \times \frac{21}{20} \times \frac{11}{10} \times \frac{6}{5} \times \frac{5}{4} = 3.804 \times \frac{693}{400} = 6.590,43$; donc, en rapportant à la fin de la cinquième année chacun des paiemens égaux qui auraient dû être faits, nous aurons pour le 1er paiement sans intérêts $\frac{400}{400} + 0$

pour le 2e $\frac{400}{400} + \frac{295}{400}$ pour les intérêts de 4 ans;

pour le 3e $\frac{400}{400} + \frac{260}{400}$ pour les intérêts de 3 ans;

pour le 4e $\frac{400}{400} + \frac{200}{400}$ pour les intérêts de 2 ans;

pour le 5e $\frac{400}{400} + \frac{100}{400}$ pour les intérêts de 1 an;

en tout $\frac{2855}{400}$, d'où il résulte que $\frac{400}{400} = (6.590,43 : 2.853) \times 400 = 924$ f.

Questions relatives aux trocs, échanges, etc., etc.

N° 408. Le premier marchand doit recevoir pour $25 \times 250 = 6.250$ f. de drap; à 31,25, il devra donc en recevoir un nombre de mètres = à 6.250 : 31,25 = 625.000 : 3.125 = (XXVIII) 25.000 : 125 = (XIX) $25 \times 8 = 200$.

N° 409. Le premier marchand a dû donner pour $25 \times 250 = 6.250$ f. de drap, et comme il en a donné 250 mètres, le prix demandé = 6.250 : 250 = 625 : 25 = 25 f.

N° 410. $6{,}50 \times 280 = 1.820$ f., 1.820 — 200 = 1.620; 1.620 : 3,60 = 1.800 : 4 = 450 = le nombre de mètres de toile que le marchand devra donner. Or, ces 450 mètres

sont donnés pour une valeur = à 7,75 × 280 = 2.170 f. Il faut donc compter chaque mètre 2.170 : 450 = 217 : 45 = 4,82 c. $\frac{2}{9}$.

N° 411. 4,82 $\frac{2}{9}$ × 450 = 2.170 f. = la valeur de la toile fournie par le premier marchand. Le second, évaluant sa mousseline 7,75, il a dû en donner un nombre de mètres = à 2.170 : 7,75 = 217.000 : 775 = (N° XXVII) 8.680 : 31 = 280; donc le premier a déboursé 450 × 3,60 = 1.620; le second 280 × 6,50 = 1.820, et le premier a gagné 1.820 — 1.620 = 200 f.

N° 412. Pour que le casimir ne revienne qu'à 13,50 au premier marchand, il devra compter 15 f. ce qui lui coûte 13,50; 15 : 13,50 = 10 : 9, ce qui lui coûtera 1 f., et (10 : 9) × 36 = 10 × 4 = 40 f. ce qui lui en coûtera 36.

N° 413. 40 f. se réduisent à 36 de déboursés; 1 f. se réduit à 36 : 40 = 9 : 10, et 15 se réduisent à (9 : 10) × 15 = 27 : 2 = 13,50.

N° 414. 1,60 × 648 = 1,036,80 = le prix auquel la toile devra être portée; mais alors 1 f. 40 est porté à 1,60; 1 f. est porté à 1,60 : 1,40 = 8 : 7; 84 devront être portés à (8 : 7) × 84 = 8 × 12 = 96 f., et pour 1.036,80 on devra donner un nombre de pièces = à 1.036,80 : 96 = 10.368 : 960 = 54 : 5 = 10 $\frac{4}{5}$.

N° 415. 15 f. ont été réduits à 13,50, 1 f. a été réduit à 13,50 : 15 = $\frac{9}{10}$, et 40 f. l'ont été à 9 : 10 × 40 = 9 × 4 = 36 f.

N° 416. 3 × 800 = 2.400 f. = la rentrée du marchand; et le bénéfice étant de 25 pour $\frac{0}{0}$. Cette somme provient de (100 : 125) × 2.400 = 4 × 480 = 1.920 f.; donc le rum revenait à 1.920 : 640 = 3 f. Le vin échangé est revenu à 1.920 : 480 = 4 f. La liqueur est revenue à 1.920 : 360 = 5 f. $\frac{1}{3}$, et l'eau-de-vie à 1.920 : 800 = 2 f. $\frac{2}{5}$.

En effet,

3 — 2 $\frac{2}{5}$ = $\frac{3}{5}$ = le bénéfice fait sur une bouteille d'eau-de-vie; le gain total = $\frac{3}{5}$ × 800 = 3 × 160 = 480; le déboursé = donc 2.400 — 480 = 1.920 f.

N° 417. En comptant le drap 34 f., sur 2 mètres qui lui coûtent 36 + 27 = 63 f., le premier marchand gagne 34 + 34 — 63 = 5 f.; donc, sur 68 f., il gagne 5 f., et sur 40 f., le deuxième en gagne 4.

Si sur 68 f. le gain est de 5 f., sur 1 f. il est de 5 : 68 = $\frac{5}{68}$; si sur 40 f. il est de 4 f., sur 1 f il est de 4 : 40 = $\frac{1}{10}$; donc sur chaque f. de l'échange, le deuxième marchand a gagné $\frac{1}{10} - \frac{5}{68} = \frac{9}{340}$. Or, le gain = 90 f. Et si pour gagner $\frac{9}{340}$ l'échange doit être de 1 f., pour gagner 9 f. il doit être de 340 f., pour gagner 1 f. il doit être de 340 : 9, et pour en gagner 90 il doit être de 340 : 9 × 90 = 340 × 10 = 3.400 f.; d'où il résulte que si le montant de l'échange a été de 3.400 f., le premier marchand a troqué un nombre de mètres = à 3.400 : 34 = 100, et le deuxième en a donné en échange 3.400 : 40 = 85.

Questions relatives aux changes, évaluations de monnaies, etc., etc.

N° 418. Puisqu'une aune = 1 mètre 20 cent. 4.500 mètres = 4.500 : 1,20 = 45.000 : 12 = 3.750 aunes; d'un autre côté, si 80 f. donnent 81 #, 1 f. donne 81 : 80, et 5.728,39 $\frac{41}{81}$ donneront (80 : 81) × 5.728,39 $\frac{41}{81}$ = 46.400 : 8 = 5.800 #.

11 # × 3.750 = 41 250; 41.250 — 5.800 = 35.450 # = le déboursé qui, réduit en francs, = (80 : 81) × 35.450 = 283.600 : 81 = 35.012 f. 34 c. $\frac{46}{81}$, d'où il résulte que chaque mètre a coûté 35.012,34 $\frac{46}{81}$: 4.500 = pour faire disparaître la fraction 283.600.000 : (4.500 × 81) = 567.200 : 729 = 7 f. 78 c. $\frac{58}{729}$; et si sur 3.750 aunes on a gagné 5.800 #, sur une aune on a gagné 5.800 # : 375 = 116 : 75 = 1 # 10 ſ 11 ₰ $\frac{1}{5}$.

N° 419. Si 3 # de France = 54 ₰ de Hollande 1 # = $\frac{54}{3}$ de den. De même, si 90 ₰ de Hollande = 3 # de Gènes 1 ₰ = $\frac{3}{90}$ de liv.; 1 liv. de Gènes = $\frac{84}{60}$ liv. de Piémont; 1 # de

Piémont — $\frac{1}{20}$ liv. sterl., et 1 liv. sterl. = $\frac{250}{40}$ de ducats. Cette opération nous conduit naturellement à trouver combien 1 # de France fait en ducats; car si 1 # de France = $\frac{54}{5}$ de den., ou 18 λ de Hollande, 18 λ de Hollande, ou 1 f. de France = $\frac{5}{90}$ de liv. de Gènes $\times$ 18 = $\frac{5}{5}$ de liv; $\frac{5}{5}$ de liv. de Gènes, ou 1# de France = $\frac{84}{60}$ liv. de Piémont $\times \frac{5}{5}$ = $\frac{21}{25}$, etc., d'où il résulte qu'une livre de France = le produit des fractions trouvées multipliées l'une par l'autre, et 1.000 # = $\frac{54}{5} \times \frac{5}{90} \times \frac{84}{60} \times \frac{1}{20} \times \frac{250}{40} \times$ 1.000 =, à la plus simple expression, (N° XXXVI) $\frac{1 \times 21 \times 1 \times 23 \times 1}{1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 1}$ = 483 : 2 = 241 duc. $\frac{1}{2}$.

Toutes les opérations sur les changes étrangers et sur les évaluations se réduisent donc à une simple évaluation de fractions de fractions, dont on a la plus simple expression par le moyen indiqué (N° XXXVI).

Voici une démonstration rigoureuse de ce principe qui est applicable à toutes les questions de ce genre, sans exception :

3 # de France = 54 λ de Hollande 1 # = 54 : 3 = 18 λ; 90 λ = 3 # de Gènes, 1 λ = 3 # : 90, et 18 λ, ou 1 # de France = (3 # : 90) $\times$ 18 = 54 : 90 = les $\frac{5}{5}$ d'une liv. de Gènes; 60 # de Gènes = 84 # de Piémont, 1 # = 84 : 60, et les $\frac{5}{5}$ d'une liv. de Gènes, ou 1 # de France = les $\frac{21}{25}$ d'une liv. de Piémont; 20 # de Piémont = 1 liv. sterl.; 1 # de Piémont = 1 liv. sterl. : 20, et les $\frac{21}{25}$, ou 1 # de France = 1 # : 20 $\times \frac{21}{25}$ = les $\frac{21}{500}$ d'une liv. sterl.; 40 liv. sterl. = 270 ducats de Naples, 1 liv. = 230 : 40 = 3 duc. : 4, et les $\frac{21}{500}$ d'une liv. sterl., ou 1# de France = 23 duc. : 4 $\times \frac{21}{500}$ = les $\frac{483}{2000}$ d'un ducat; d'où il résulte que 1000 # de France = $\frac{483}{2000} \times$ 1.000 = 483 : 2 = 241 duc. $\frac{1}{2}$.

N° 420. Suivant le principe établi (N° 419) 500 aunes de Vienne = ($\frac{1}{2} \times \frac{106}{25} \times \frac{15}{55} \times \frac{7}{5} \times \frac{15}{14}$) $\times$ 500 = à la plus simple expression (N° XXXVI) 3 $\times$ 250 = 750 aunes de Paris.

$52^{s} \times 10 = 520^{s} = 10$ florins; $520 \times 500 = 260.000^{s} = 13.000^{\#} =$ le prix des 500 aunes, et chaque aune de Paris revient à $13\,000^{\#} : 750 = 17^{\#}\frac{1}{3}$.

N° 421. 1 liv. coûte $175^{\#} : 100 = 1^{\#}\frac{3}{4}$, et 1.550 coûtent $1.550 \times 1\frac{3}{4} = 2.712^{\#}\,10^{s}$; $2\,712^{\#}\,10^{s} + 1.162^{\#}\,10^{s} = 3.875^{\#}$ argent de France.

$1^{\#}$ de France $= 132\frac{1}{3} : 100$, et $1.550 = (132\frac{1}{3} : 100) \times 1.550 = 66\frac{1}{6} \times 31 = 2051^{\#}\frac{1}{6}$ de Piémont.

$3^{\#}$, ou 60^{s} de France $= 54^{s}$ de Piémont, $1^{s} = 54 : 60$, et $3.875^{\#} = (54 : 60) \times (3.875 \times 20) = 3.875 \times 18 = 69.750^{s}$; $69.750 : 2.051\frac{1}{6} = 418.500 : 12.307 = 34^{s}\frac{62}{12307}$ $= N$.

N° 422. 1.200 louis $= 1.200 \times 24 = 28.800^{\#}$; $1^{\#} = 80 : 81$, et $28.800 = 80 : 81 \times 28.800 = 256.000 : 9 = 28.444$ f. $\frac{4}{9}$. En donnant 80 f. on a 5 f. de rente, en donnant 28.444 f. $\frac{4}{9}$ on aura $5 : 80 \times 28.444\frac{4}{9}$; $28.444\frac{4}{9} : 16 = 7.111\frac{1}{9} : 4 = 1.777$ f. $\frac{7}{9}$; $4,40 = 1$ ducat; $1.777\frac{7}{9} = 1.777\frac{7}{9} : 4,40 = 4.000 : 99 = 404$ duc. $\frac{4}{99}$. En indiquant toute l'opération on aurait eu $\frac{80 \times 28.800 \times 5}{81 \times 80 \times 4,40} = 400 : ,90 = 4.000 : 9 = 404\frac{4}{9}$.

Questions relatives aux alliages, mélanges, etc.

N° 423. Le produit de la vente $= (792 + 418 + 454,30 + 170,50) = 1.834,80$; $1.834\,80 - (25 \times 22 \times 2,25) = 597,30 =$ le bénéfice fait sur $25 \times 22 = 550$ mètres de toile, et celui fait sur 1 mètre $= 597,30 : 550 = 5,41 : 5 = 1,08$ c. $\frac{1}{5}$.

N° 424. $(3\frac{1}{2} + 4 + 4\frac{1}{4} + 4\frac{3}{4}) = 16$ toises $\frac{1}{2}$ = l'ouvrage fait en 1 jour par les 4 ouvriers; $220 : 16\frac{1}{2} = \frac{220 \times 2}{33} = \frac{20 \times 2}{3} = 13$ jours $\frac{1}{3} = N$.

N° 425. S'il n'y eût eu que des hommes à table, la dépense aurait été de $2^{\#} \times 25 = 50^{\#}$; elle n'a été que de $49^{\#}$, il y a donc une différence de $1^{\#}$ ou 20^{s}; et cette dif-

férence résulte de ce que nous comptons plus d'hommes qu'il n'y en avait. Or, nous savons qu'une femme paie 5 ^{d} de moins qu'un homme : en substituant une femme à un homme, on diminue donc la dépense de 5 ^{d} sans rien changer au total des individus ; par conséquent, en remplaçant par des femmes un nombre d'hommes = à 20 : 5 = 4 nous aurons pour les nombres demandés 25 — 4 = 21 hommes et 4 femmes, et le traiteur aura reçu 2 # × 21 = 42 # + (35 ^{d} × 4) ou 7 # ; en tout 49 f. Par la même analogie on pouvait supposer d'abord qu'il n'y avait que des femmes, alors on aurait trouvé une différence de 5 # 5 ^{d}, qu'on aurait fait disparaître en remplaçant par des hommes un nombre de femmes = à 5 # 5 ^{d} : 5 = 21, etc.

En général, quelles que soient les données de l'énoncé, l'un ou l'autre des deux formules suivantes en donnera la solution en substituant les nouvelles données à celles qui se rapportent à notre question.

$$1^{\circ}\ \frac{(2\,\# \times 25) - 49\,\#}{40 - 5} = 4.\quad 2^{\circ}\ \frac{49 - (1\,\#\ 15\,^{d} \times 25)}{40 - 35} = 21\,;$$

c'est-à-dire que, dans tous les cas, il faut ou multiplier le plus haut prix par le total donné, en retrancher la somme dépensée, et diviser le résultat par la différence du prix, ou retrancher du total de la dépense le produit du plus bas prix par le total donné, et diviser le résultat par la différence des prix ; alors les deux quotiens trouvés sont égaux aux nombres qu'on doit substituer.

N° 426. $\frac{6 \times 16 - 66}{6 - 4} = 30 : 2 = 15 =$ (N° 425) le nombre de minutes que la seconde fontaine devra couler en remplacement de la première, ou $\frac{66 - (16 \times 4)}{6 - 4} = 2 : 2 = 1 =$ le nombre de minutes que la première devra couler en remplacement de la seconde ; donc la première fontaine a coulé 16 — 15 = 1 minute, et la deuxième 16 — 1 = 15. On voit

què, comme nous l'avons dit, les données seules sont changées, et que l'opération en général est la même. C'est pourquoi nous n'emploirons, pour résoudre les questions suivantes qui ont rapport à celle-ci, que l'une ou l'autre des deux formules, et nous renverrons au (N° 425) pour la démonstration.

N° 427. (N° 425) $\frac{(450 \times 3) - 1.080}{3 - 2} = 170 =$ la quantité de bouteilles à 2 f., et $450 - 270 = 180 =$ celle à 3 f. ou $\frac{1.080 - (450 \times 2)}{3 - 2} = 180 =$ etc.; donc la pipe contient;

	180	bouteilles à 3 f. qui font	540 f.
	270	à 2 f. qui font	540 f.
En tout	450	qui font	1.080 f.

N° 428. (N° 425) $\frac{(350 \times 4) - 950}{4 - 2,50} = 4.500 : 15 = 300$ = le nombre de soldats, et $350 - 300 = 50 =$ celui des sous-officiers et caporaux, ou $\frac{950 - 350 \times 2,50}{2,50} = 750 : 15 = 50 =$ le nombre des sous-officiers, etc.

N° 429. (N° 425) $\frac{(3^{\#} \times 203) - 504^{\#}\ 12^{s}}{60 - 24} = 2.088 : 36 = 232 : 4 = 58$; donc la recette a été de 58 pièces de 24^{s} et de $203 - 58 = 145$ pièces de 3$^{\#}$.

N° 430. Les deux tonneaux contenant la même quantité, 15 cent de plus par litre augmente le premier tonneau de $237,50 - 200 = 37,50$, et par conséquent il contient, ainsi que le deuxième, $37,50 : 15 = 250$ litres; en mêlant les deux qualités on aura 500 litres, qui reviendront à $237,50 + 200 = 437,50$, et un litre reviendra à $437,50 : 500 = 4,375 : 5 = ,875 = 87$ centimes $\frac{1}{2}$.

N° 431. 10 f. par pièce font une différence = à $1.500 + 1.500 = 3.000$ f.; donc le propriétaire a autant de pièces de vin qu'il y a de fois 10 dans $3.000 = 3.000 : 10 = 300$.

En effet, 300 pièces à 150 f. $=$ 45.000 f., et 45.000 — 1.500 $=$ 43.500 $=$ le prix de la maison ; 300 $\times$ 140 $=$ 42.000, et 42.000 $+$ 1.500 $=$ 43 500.

N° 432. 250 $\times$ 7 $=$ 1.750 $=$ (N° 308) les intérêts des 25.000 f. à 7 pour $\frac{0}{0}$. Ces intérêts sont trop forts de 200 f., et l'excédant provient de la somme supposée placée à 7 ; tandis qu'elle ne l'est qu'à 5. Or, la différence des taux $=$ 7 — 5 $=$ 2 ; donc 2 f. de diminution viendraient de 100 f., et 200 f. viendront de (100 : 2) $\times$ 200 $=$ 50 $\times$ 200 $=$ 10 000 ; donc il y avait 15.000 f. placés à 7, et 10.000 placés à 5.

N° 433. (500 — 125) : 2 $=$ 187,50 $=$ (N° VII) le prix d'une barrique, et 187,50 $+$ 125 $=$ 312,50 $=$ le prix de l'autre ; 312,50 : 125 $=$ 1.250 : 5 $=$ 2,50 $=$ le prix d'une bouteille de la première qualité, et 187.50 : 125 $=$ 7,50 : 5 $=$ 1 f. 50 $=$ celui d'une de la deuxième.

Pour gagner 75 c. sur une bouteille il faut que le mélange revienne à 3 —, 75 $=$ 2,25 ; alors les 180 bouteilles doivent revenir à 2,25 $\times$ 180 $=$ 405 f. ; donc (N° 425)

$$\frac{(2,50 \times 180) - 405}{2,50 - 150} = 45 : 1 = 45,$$ et il faudra mettre 45 bouteilles à 1,50, et 150 — 45 $=$ 135 à 2,50 pour composer le mélange.

N° 434. La totalité du mélange reviendra à 17 $\frac{1}{2}$ $\times$ 280 $=$ 240 f., et ce mélange sera composé de vin à 19 ^{s} et à 15 ^{s} ; donc (N° 425) $\frac{(19^s \times 280) - 245}{19 - 15} = 21$ # : 4 ^{s} $=$ 420 : 4 $=$ 105 ; donc il faudra 105 litres à 15 ^{s} et 280 — 105 $=$ 175 à 19 ^{s}.

Après le mélange il ne restera plus que 350 — 75 $=$ 175 litres à 19 ^{s} ; 450 — 105 $=$ 345 à 15 ^{s} ; 500 à 13 ^{s}, et 640 à 12 ; en tout 1.660 litres, qui reviendront à 22.680 ^{s} ; d'où il résulte qu'en mêlant toutes ces qualités, un litre reviendra à 22 680 : 1.660 $=$ 1.134 : 83 $=$ 13 ^{s} $\frac{55}{83}$.

N° 435. La dépense de l'entrepreneur se compose chaque semaine de 96 # pour les 2 ouvriers à 8 # ; de 1.200 pour

les 50 à 4 #; de 540 pour les 30 à 3 #; de 150 # pour les 25 à 1 #; de 126 # pour les 28 à 15 ſ, et de 45 # pour les 15 à 10 ſ; en tout 2.157 # pour 150 ouvriers. Or, il reçoit 2.700 #. Son gain égale donc 2.700 — 2.157 = 543 #; et si les ouvriers étaient payés également, il gagnerait par jour et par ouvrier 543 # : (150 × 6) = 181 # : 300 = 3.620 ſ : 300 = 181 : 15 = 12 ſ 0 d $\frac{4}{5}$.

N° 436. 3,90 × 7 = 27,30 = le prix de 10 bouteilles de la deuxième qualité, et une bouteille vaut 27,50 : 10 = 2,73 c. Suivant l'énoncé, sur 9 bouteilles de mélange il y en aura 4 de la deuxième qualité, et 4 + 1 = 5 de la première. Ces 9 bouteilles reviendront à (5 × 3,90) + (4 × 2,73) = 30 f. 42 c., et une reviendra à 30,42 : 9 = 3,38, d'où il résulte que pour gagner $\frac{1}{6}$ du prix coûtant il faudra vendre chaque bouteille 3,38 + (3,38 : 6) = 3,38 + ,56 $\frac{1}{5}$ = 3,94 c. $\frac{1}{5}$.

N° 437. 193.200 : 115 = (N° 324) 1 680 f. = le prix des 100 kilo.; donc (N° 425) $\frac{18 \times 100 - 1.680}{18 - 14} = 120 : 4$ = 30 = la quantité de kilo. à 14 f. qu'il y avait dans la caisse, et 100 — 30 = 70 = celle à 18 f.

N° 438. Après le mélange, pour avoir 6 liv. de sel il faudra 100 liv. d'eau, pour en avoir 9 liv. il faudra (100 : 6) × 9 = 150 liv. d'eau. Or, avant le mélange, 100 liv. d'eau contiennent 9 liv. de sel. Il faudra donc, pour remplir les conditions, ajouter 50 liv. d'eau douce.

N° 439. Pour 14 ſ on a une bouteille, pour 1 ſ on en a $\frac{1}{14}$ de bouteille, pour 11 ſ on en a $\frac{11}{14}$; donc pour qu'une bouteille ne revînt qu'à 11 ſ il faudrait qu'elle ne contînt que $\frac{11}{14}$ de vin et $\frac{3}{14}$ d'eau; donc à 11 bouteilles de vin on devra joindre 3 bouteilles d'eau; mais 3 étant les $\frac{3}{11}$ de 11, il en résulte que quelle que soit la quantité de vin à 14 ſ il faudra y joindre, pour faire le mélange à 11 ſ, les $\frac{3}{11}$ de cette même quantité.

N° 440. Le marchand a en tout 170 lit. qui lui reviennent à 102 f. Le tout étant mélangé, un litre reviendrait à 170 : 102 = 60 c.; il faudrait le vendre 72 c., et le produit total serait de 170 × 72 = 122,40 c. Or, pour avoir le produit il faudrait 122,40 : ,60 = 1.224 : 6 = 204 lit. du mélange; il faudra donc y ajouter 204 — 170 = 34 lit. d'eau.

N° 441. Quelle que soit la quantité de vin à 25 ᵴ, autant de bouteilles on en retirera pour y substituer du vin à 19 ᵴ, autant de fois 6 ᵴ on diminuera à la valeur totale. Une diminution de 6 ᵴ viendra d'une bouteille; une d'un sol viendra d'$\frac{1}{6}$ de bouteille, et une de 25 — 21 = 4 ᵴ viendra de $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ de bouteille; donc, sur une bouteille, il faudra $\frac{1}{3}$ à 25 ᵴ et $\frac{2}{3}$ à 19 ᵴ; donc, quelle que soit la quantité du mélange, $\frac{1}{3}$ devra être à 25 ᵴ et $\frac{2}{3}$ à 19 ᵴ.

N° 442. 70 × 8 × 4 = 2.240 toises = ce qu'auraient fait les ouvriers s'ils eussent tous fait 4 toises; dans ce cas, ils auraient fait 2.240 — 1.920 = 320 toises de plus. Mais en 8 jours 1 ouvrier de la deuxième troupe fait 8 toises de moins; donc (N° 425) $\frac{2.240 - 1.920}{4-3} = 320$, et 320 : 8 = 40 = le nombre des ouvriers de la seconde troupe, et 70 — 40 = 30 = ceux de la première.

N° 443. Si le nombre d'hommes, de femmes et enfans, eût été égal, les hommes auraient eu 36 pommes, les femmes 24, les enfans 12; et, en tout, ils en auraient eu 72, tandis qu'il y en avait 76. Or, si on considère qu'un homme a 2 pommes de plus qu'une femme, et qu'une femme en a 2 de plus qu'un enfant, on verra qu'en substituant deux femmes à deux enfans, ou un homme à une femme, et une femme à un enfant, la différence 4 disparaîtra sans changer le total des individus; donc ce problême aurait plusieurs solutions. Mais, d'après l'énoncé, les femmes sont double des enfans. Avec cette condition le problême n'a plus qu'une solution; et, en substituant deux

femmes à deux enfans, il y aura 6 femmes $+ 2 = 8$, 6 enfans $- 2 = 4$, et 6 hommes.

En effet,

6 hommes auront	$6 \times 6 = 36$ pom.
8 femmes	$4 \times 8 = 32$
4 enfans	$2 \times 4 = 8$
	Total, 76

N° 444. Supposons, pour faire disparaître les fractions, qu'il y avait 4 fois plus de pommes, alors nous aurons 17 personnes, 68 pommes; chaque individu en aura 4 fois plus, et les résultats divisés par 4 donneront les quantités demandées; donc les hommes en auraient eu 12, les femmes 2, et les enfans 1.

Maintenant, en supposant qu'il y a 4 hommes, 4 femmes et 9 enfans, ils auront entre eux $48 + 8 + 9 = 65$ pommes. Or, suivant notre énoncé, il y en a 68; donc ce nombre n'est pas celui demandé, et il donne une différence de 3; mais si nous considérons que les femmes ont une pomme de plus que les enfans, nous verrons qu'en substituant 3 femmes à 3 enfans la différence disparaîtra sans changer le total des individus, et alors nous aurons le vrai résultat.

En effet,

4 hommes ont eu $12 \times 6 = 48$ pommes;		$48 : 4 = 12$;
$4 + 3 = 7$ femmes ont eu $7 \times 2 = 14$		$14 : 4 = 3\frac{1}{2}$;
$9 - 3 = 6$ enfans	6	$6 : 4 = 1\frac{1}{2}$.

N° 445. D'après l'énoncé un lièvre coûte $2^{s}\frac{1}{2}$, une perdrix coûte $\frac{7^{s}}{4} = 1^{s}\frac{3}{4}$, et une caille coûte $\frac{1^{s}}{2} = \frac{1}{2}$.

En multipliant, comme au numéro précédent, les prix par 4, pour faire disparaître les fractions, nous aurons pour le prix d'un lièvre$=$o^{s}; pour celui d'une perdrix 7^{s}; pour celui d'une caille 2^{s}, et pour le total 120^{s}.

Maintenant supposons qu'on a 5 lièvres, 5 perdrix et

20 cailles ; 30 pièces auront coûté 125^{s}, mais elles ne doivent en coûter que 120; donc il y a 5^{s} de trop.

Or, une perdrix coûte 5^{s} de plus qu'une caille ; donc si on substitue une caille à une perdrix, on aura dépensé 5^{s} de moins, et on aura le nombre cherché.

En effet,

	5	lièvres à $10^{s} = 50^{s}$	$50 : 4 = 12\frac{1}{2}$;
$5 - 1 =$	4	perdrix à $7^{s} = 28^{s}$	$28 : 4 = 7$;
$20 + 1 =$	21	cailles à $2^{s} = 42^{s}$	$42 : 4 = 10\frac{1}{2}$.
Totaux,	30		30

On voit que dans cette question, comme dans les deux précédentes, l'essentiel est de supposer toujours des nombres qui donnent un résultat le plus près possible de celui qu'on cherche, afin de n'avoir que deux quantités à comparer.

N° 446. 72 litres du premier tonneau échangés contre 72 du second augmenteraient la valeur du prix du second de 72 fois 20 c. $= 14{,}40$, et diminueraient la valeur du prix du premier de la même somme; mais, d'un autre côté, le prix de chaque litre du premier serait diminué de 12 c., et celui du second serait augmenté de 8 c. Il y a donc autant de litres dans le premier qu'il y a de fois 12 dans 1 440 $=$ 120, et il y en a autant dans le second qu'il y a de fois, 8 cent. dans 1.440 $=$ 180.

N° 447. $30 - 24 = 6$; donc, pour avoir 6 oranges de plus, il faudrait que la jeune personne ajoutât 21^{s} aux 15 s. qui lui resteraient en en prenant 24; donc 6 oranges coûtent $15 + 21 = 36^{s}$, une orange coûte $36 : 6 = 6^{s}$; et la jeune personne avait $(24 \times 6) + 15 = 159^{s} = 7^{\#}\ 19^{s}$.

N° 448. Le raisonnement à faire pour la solution de ce problême est absolument le même que pour le précédent; car, pour donner un liard de plus, il faudrait qu'il ajoutât 15^{s} aux $2^{s}\frac{1}{2}$ qui lui restent; donc un liard de plus, donné à chaque pauvre, augmenterait la dépense de $15^{s} + 2^{s}\frac{1}{2} =$

17 ^{s} ½ = 70 liards; donc il y a 70 pauvres, et comme ils ont reçu chacun 5 liards, ils ont reçu en tout 5 liards × 70 = 350 liards = 87 ^{s} ½; et l'homme charitable avait 87 ^{s} ½ + 2^{s} ½ = 90^{s} = 4 $^{\#}$ 10 ^{s}.

N° 449. En prenant chacune 20 poires, une des jeunes personnes n'en aurait pas; donc il en manquerait 20. En en prenant chacune deux de moins il en resterait 10; donc deux poires prises en moins donnent une différence de 20, qu'il faudrait ajouter + 10 qui restent = 30; donc autant de fois 2 il y aura dans 30, autant de jeunes personnes il y avait. Connaissant le nombre des jeunes personnes et ce qu'elles ont de poires, nous pourrons trouver la quantité qu'elles en ont acheté de deux manières, soit en multipliant 18, soit en multipliant 20 par le nombre qui représente les jeunes personnes; dans le premier cas, en retranchant 20 du produit, nous aurons le nombre cherché; dans le second, nous l'aurons en ajoutant, au contraire, 10 à ce même produit.

Opération.

$\frac{20+10}{2}$ = 15 = le nombre des jeunes personnes;

20 × 15 = 300; 300 — 20 = 280;

18 × 15 = 270; 270 + 10 = 280;

donc il y avait 15 jeunes personnes; elles ont acheté 280 poires pour 3,50, et une poire leur a coûté 3,50 : 20 = ,35 : 28 = 05 : 4 = 01 c. ¼.

N° 450. ½ centime que le berger reçoit de moins lui fait une différence par mois, dans la somme qu'il reçoit, de 1,20 c. qui lui restent dans le premier cas, et de 60 c. qui lui manquent dans le second = 180 c. Or, si ½ centime par mouton fait une différence de 180, il y en a nécessairement 180 × 2 = 360; et puisqu'il reçoit 5 c. par mouton, et par mois il reçoit 360 × 05 = 18 f. Mais chaque mois il lui manque 60 c. pour payer ses dépenses; il dépense donc par an 18,60 × 12 = 232,20 c.

N° 451. Si l'ouvrier eût travaillé pendant les 25 jours il aurait gagné $5 \times 25 = 125$ f.

Or, chaque journée qu'il ne travaille pas lui fait une différence de 5 f. qu'il manque à gagner $+ \frac{5}{4}$ f. qu'on lui retient $= 6,25$ c.; donc, puisqu'au bout de 25 jours il ne reçoit rien, et que, s'il eût travaillé tout le temps, il eût reçu 125 f., les jours qu'il n'a pas travaillé lui occasionent une perte de 125 f.; et il a manqué autant de jours qu'il y a de fois 6,25 dans $125 = 12.500 : 625 = 20$, et $25 - 20 = 5 =$ le nombre de jours de travail.

N° 452. Si le domestique n'eût pas été nourri un certain nombre de jours, il aurait reçu pour les 85 jours $1,90 \times 85 = 161,25$.

Or, suivant l'énoncé, il n'a reçu que 122 f. 30 c. La dépense que lui a occasionée sa nourriture est donc $=$ à $161,10 - 122,30 = 39,20$; mais il a payé chaque journée de nourriture $1,90 - 1,20 = 70$ c.; il a donc été nourri un nombre de jours $=$ à $\frac{39,20}{,70} = \frac{392}{7} = 56$ jours.

N° 453. Les 18 vases qui ont été cassés diminuent la recette du porteur de $192 - 12 = 180$ f.; donc chaque vase la diminue de $\frac{180}{18} = 10$ f.

Mais la différence occasionée par chaque vase est double du prix qu'on aurait payé pour ce même vase; car non-seulement le porteur n'en reçoit pas le montant, mais encore on le lui retient; donc chaque grand vase aurait coûté de port $\frac{10}{2} = 5$ f.; d'où, connaissant le prix donné pour un grand vase, on aura facilement celui donné pour un petit; car $18 \times 15 = 90 =$ le total du prix des grands vases; $192 - 90 = 102 =$ celui des petits, et l'on a payé pour un de ces derniers $\frac{102}{34} = 3$ f.

N° 454. En mettant 10 liv. de chaque sorte on aurait 50 liv. de café des 5 qualités, qui donneraient un total = à 400 + 360 + 210 + 150 = 1.400 ^{s}. 50 liv. à 24 ^{s} ne feraient que 1.200 ^{s}; donc il faudra, sans rien changer à la quantité, diminuer le 1er total de 200 ^{s}. Or, la différence entre 40 et 15 = 25; donc autant de livres de café à 15 ^{s} on substituera à pareil nombre de celui à 40, autant de fois on diminuera 25 ^{s} au total; donc en diminuant le café à 40 ^{s} de 200 : 25 = 8 liv., et en augmentant celui de 15 de pareil nombre on aura 2+10+10+18=50 liv. de café, qui vaudront 1.200#, et ce prix moyen sera = à 1.200 : 50= 24 ^{s}. Or, suivant l'énoncé, on veut avoir 300 liv. Le total trouvé est donc trop petit d'un nombre de fois = à 300 : 50 = 6; et, pour avoir un total 6 fois plus fort, il faut (N° 11) multiplier par 6 chacun des nombres qui l'ont formé, alors on aura pour les quantités demandées 12+60 +60+60+108, qui rempliront les conditions du problême.

Avec un peu d'attention on verra que ce problême est susceptible de beaucoup de solutions, surtout en admettant les nombres fractionnaires; car les quantités demandées dépendront toujours des diverses substitutions que l'on aura faites pour arriver à l'égalité du prix. (*Voir* l'analyse des questions qui ont plusieurs ou une infinité de solutions.)

Questions relatives aux sociétés, répartitions de fonds, etc.

N° 455. 48 : 4 = 12 = ce qu'aurait chaque personne si elles avaient une somme égale. Dans ce cas, la deuxième aurait 6 f. de moins, et la quatrième 6 de plus; la deuxième a 12 + 6 = 18 f.; la quatrième 12 — 6 = 6 f., et les deux autres chacune 12 f.

N° 456. 1.250 : 2 = 625 = ce que chaque marchand aurait fourni s'ils eussent fait un fonds de 1.250; mais,

dans ce cas, le premier aurait mis 25 f. de moins, et le deuxième 150 de plus; donc ils ont mis réellement, savoir: le premier $625 + 25 = 650$; le deuxième $625 - 150 = 475$, et à eux deux 1.125 f.

N° 457. $14 - 7 = \frac{1}{8}$ de la totalité $(14 - 7) \times 8 = 7 \times 8 = 56 =$ le total des oranges; $56 - 14 = 42 =$ ce qui reste après avoir retranché la part de Louise; $42 : 3 = 14 =$ ce qu'aurait Sophie, Émilie et Victoire, en partageant ce reste également; mais alors Sophie et Émilie en aurait l'une 8, l'autre 2 de plus, et Victoire en aurait 10 de moins; donc Sophie en a reçu $14 - 8 = 6$; Émilie $14 - 2 = 12$; Victoire $14 + 10 = 24$, et Louise 14; en tout 56.

N° 458. $14 - 10 = 4 =$ le nombre de pensionnaires de la 1re classe, et $4 \times 10 = 40 =$ le total; $(4 + 10 + 14) = 28 =$ le nombre des pensionnaires des 1re, 2e et 4e classes; d'où il résulte que $40 - 28 = 12 =$ celui de la 3e.

N° 459. Si la première avait 1 pomme, la deuxième en aurait 2, la troisième 4, la quatrième $4 + 1 = 5$; en tout 12. Le total étant 12 au lieu d'être 108, est trop petit d'un nombre de fois = à $108 : 12 = 9$; et (N° 11) la part de la première $= 9$; celle de la deuxième $= 2 \times 9 = 18$; celle de la troisième $= 4 \times 9 = 36$, et celle de la quatrième $= 5 \times 9 = 45$; en tout 108. Or, on eût dire aussi: quelle que soit la quantité, la première en a $\frac{1}{12}$, la deuxième $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, la troisième $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, la quatrième $\frac{5}{12}$; donc la première a $108 : 12 = 9$; la deuxième $108 : 6 = 18$, etc.

Ou autrement, le total étant 12, la première en aurait 1; le total étant 1, elle en aurait $1 : 12$; le total étant 108, elle en a $108 : 12 = 9$. La deuxième en a $9 \times 2 = 18$; la troisième $18 \times 2 = 36$, et la quatrième $9 + 36 = 45$.

N° 460. $43.686 : 3 =$ (N° 11) le bénéfice du premier, et il avait mis $43.686 - 14.562 = 29.124$ f.; $45.648 - 29.124 = 16.524 =$ la mise du deuxième; donc le premier a mis de plus que lui $29.124 - 16.524 - 12.600$ f.

N° 461. Puisque le bénéfice = la moitié de la mise, si

de 43.686 on retranche 12.600 que le premier a mis de plus + (12.600 : 2) bénéfice de ce surplus, on aura 24.785 f. pour la portion du deuxième; d'où il résulte (N° xx) que le premier a mis 43.686 — (43.686 : 3) = 29.124, et le deuxième 24.786 — 24.786 : 3 = 16.524.

N° 462. (45.648 — 12.600) : 2 = 16.524 = (N° vii) la mise du deuxième; celle du premier = 45.648 — 1.624 = 29.124 = (16.524 + 12.600); d'où il résulte que le premier a retiré 29.124 + (29.124 : 2) = 43 686 f., et le deuxième 16.524 + (16.524 : 2) = 24.786.

N° 463. 800 + 150 = 950 sont le produit de 800 f., 570 sont le produit de (800 : 950) × 570 = 160 × 3 = 480 f.; donc le premier avait mis 480 f., le deuxième 800 — 480 = 320; le gain du premier = 570 — 480 = 90, et le gain du deuxième = 150 — 90 = 60.

N° 464. 300 × 230 = 69.000; 69.000 f. — le 1 pour $\frac{0}{0}$ de remise = 69.000 — 690 = 68.310 = le prix d'achat. Or, le premier prend $\frac{1}{3}$ du marché, et il doit payer $\frac{1}{3}$ de la dépense, ou 68.310 : 3 = 22.770. Par la même raison, le deuxième doit payer 68.310 : 6 = 11.385; le troisième doit payer 68.310 : 8 = 8.538,75, et le quatrième doit payer 68.310 — (22.770 + 11.385 + 8,538,75) = 25.616,25.

N° 465. 1 f. a produit un gain = à 3.250 : 1.000 = 13 : 4 = 3,25; donc le premier marchand qui a gagné de plus 650 f. avait dû mettre de surplus autant de francs qu'il y a de fois 3,25 dans 650 = 65.000 : 325 = 200 f.; d'où il résulte (N° vii) que le deuxième a mis (1.000 — 200) : 2 = 400 f; le premier 400 + 200 = 600; le deuxième a gagné (3.250 — 650) : 2 = 1.300, et le premier 1.300 + 650 = 1.950.

N° 466. 860 × 6 = 5.160 f. = le total de la dépense; (60 + 40 + 50) = 150 = le total des ouvriers, et chaque ouvrier a gagné 5.160 : 150 = 516 : 15 = 172 : 5 = 34,40; alors les 60 ouvriers ont gagné 34,40 × 60 = 2.064 f.; les

40 ont gagné 34,40 × 40=1.376, et les 50 ont gagné 34,40 × 50 = 1.720; en tout 2.064 + 1.376 + 1.720 = 5.160.

N° 467. La première muraille a 30 × 20 × 3 = 1.800 pieds; la deuxième 40 × 10 × 2 = 800; en tout 2.600; donc 2.600 pieds ont coûté 1.00 f.; 1 pied a coûté 1.000 : 2.600 = $\frac{5}{13}$ de f. 1.800 pieds ont coûté $\frac{5}{13}$ × 1.800 = 692 f. $\frac{4}{13}$; 800 ont coûté $\frac{5}{13}$ × 800 = 307 $\frac{9}{13}$ = (1.000 — 692 $\frac{4}{13}$).

N° 468. 280 + 160 + 450 + 856 = 1.746 = le nombre des habitans des 4 villages, et 97.514,10 : 1.746 = 55,85 = la taxe d'un habitant. Le premier village paiera donc 55,85 × 280 = 15.638; et, successivement, le deuxième, troisième et quatrième, 55,85 × 160, 55,85 × 450; 55,85 × 856; en tout 97.514,10 c.

N° 469. 56 + 64 = 120 ouvriers ont fait 450 : 120 = 228 : 60 = 3 arpens $\frac{4}{5}$; 64 — 56 = 8 = la différence des ouvriers; donc, pour 8 ouvriers l'augmentation a été de 106 # 8 ^{d}, et un ouvrier a reçu 106 # 8 ^{d} : 8 = 13 # 6 ^{d}; et puisque chaque ouvrier a fait 3 arpens $\frac{4}{5}$, 1 arpent a été payé 13 # 6 ^{d} : 3 $\frac{4}{5}$ = 66 # 10 ^{d} : 19 = 3 # 10 ^{d}; d'où il résulte que la première troupe a fait 3 arpens $\frac{4}{5}$ × 56 = 212 arpens $\frac{4}{5}$, et la deuxième 3 $\frac{4}{5}$ × 64 = 243 arpens $\frac{1}{5}$.

N° 470. 100 : 5 = 20 f. = la somme égale reçue par les caporaux et par les sergens; 20 f. : 5 = 4 = le nombre des sergens, et 20 : 2,50 = 8 = celui des caporaux; 12,15 + 2 + 20 = 52 f. 15 = la somme reçue par le sergent-major, les 4 sergens, les 8 caporaux; en tout 13 hommes. Il y avait donc 100 — 13 = 87 soldats qui se sont partagé 100 — 52,50 = 47,85, ce qui leur a fait pour chacun 47,85 : 87 = 15,93 : 29 = 0,55 c.

N° 471. 2.454,25 + 5860 + 3.000,25 = 11.315,25 = la somme due aux trois premiers créanciers; 11.315,25 = celle due au quatrième, et 22.630,50 = la totalité de la dette. 22.630,50 sont donc réduits à 18.104 f. 40, et 1 f. est réduit à 18.104,40 : 22.630,50 = 181.044 : 226.305 = 80 c.; donc chacun des créanciers ne recevra qu'autant de fois 80 c.

qu'il y a de fois 1 f. dans sa créance; donc le premier recevra, 80 $\times$ 2.454,25 = 1.963,40; le deuxième, 80 $\times$ 58·60,75 = 4.688,60, et, en suivant, le troisième 2 400,20, et le quatrième 9.052,20; en tout 80 c. $\times$ 22.630 = 18.104 40.

N° 472. Le loyer d'un jour = 1.128 : 30 = 37 f. 60 c.; $(8\times4)+(10\times3)+(16\times2)=32+30+32=94$ chevaux, et la dépense journalière d'un cheval = 27,60 : 94 = 40; donc les 8 capitaines ont dû payer 40 c. $\times 4\times 38\times 8$ = 486,40; les 10 lieutenans 40 c. $\times 3\times 38\times 10 = 456$, et les 16 sous-lieutenans 40 c. $\times 2\times 38\times 16 = 486,40$; en tout 1.428,80, et 1.428,80 : 38 = 37,60 = la dépense totale d'un jour.

N° 473. $\dfrac{186.000-6.000}{2}$ = 180.000 : 2 = 90.000 = la somme qui restait à la fin de la première année; mais alors ils avaient perdu les $\frac{2}{3}$ de leurs fonds + 10.000 f.; donc s'ils avaient perdu 10.000 f. de moins il leur en serait resté $\frac{1}{3}$; donc $(90.000+10.000)\times3=100.000\times3=300.000$ f. = la première mise; 186.000 + 108.500 + 5.500 = 300.000 f. = les fonds existant à la fin de la troisième année; d'où il résulte que celui qui se retire doit avoir 300.000 : 2 = 150.000 f., et qu'il se trouve n'avoir ni gain ni perte.

N° 474. Quelle que soit la portion d'une fille il est inutile de lui assigner une valeur; car sachant qu'un fils en aura 3 semblables, et leur mère 3 + 3 = 6, on en déduira que la mère aura 6 portions; les fils $3\times3=9$, les filles 1×2 = 2, et l'héritage sera partagé en 17 portions égales qui seront chacune de 26.494,50 : 17 = 1.558 f. 50; alors la mère aura 1.558,50 $\times$ 6 = 9.351; les 3 fils 1.558,50 $\times$ 9 = 14.026,50; les deux filles 1 558,50 $\times$ 2 = 3.117 f.; en tout 26.494,50. On eût pu dire aussi : une fille ayant 1 f. un fils en aurait 3, et la mère 6; donc la mère ayant 6 f. les fils en auraient $3\times3=9$, les filles $1\times2=2$; donc sur 17 f. une fille aurait 1 f., sur 1 f. elle aurait 1 f. : 17 = $\frac{1}{17}$, sur 26.494,50 elle

aura 26.494,50 : 17 = 1.558,50; d'où il résulte que les fils auront 1.558,50 $\times$ 3 $\times$ 3, etc., etc.

N° 475. Si le deuxième a mis 1 f., le premier a mis 2 f., le troisième 2 $\times$ 3 = 6 f., le quatrième $\frac{1+2+6}{3}$ = 3, le total eût été 12 f.; donc, quelle que soit la somme mise, le premier en a mis $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$, le deuxième $\frac{1}{12}$, le troisième $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, le quatrième $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. Or, puisque chacun a retiré suivant sa mise, le premier qui a mis $\frac{1}{6}$ doit retirer 35.640 : 6 = 5.940 f.; le deuxième 35.640 : 12 = 2.970 f.; le troisième 35.640 : 2 = 17.820; le quatrième 35.640 : 4 = 8.910 f.; en tout 35.640.

N° 476. Les trois premières voitures ont fait 250 lieues, et elles étaient chargées de 1.250 + 1.800 + 2.000 = 5.050 = 50 quintaux $\frac{1}{2}$. Pour 100 lieues l'entrepreneur aurait reçu 40 f. $\times$ 50 $\frac{1}{2}$ = 2,020 f., pour une il aurait reçu 20 f. 20 c., et pour 250 il aurait touché 20,20 $\times$ 250 = 5,050 f. Par le même raisonnement, on trouvera que les deux autres ont charrié 55 quintaux à 170 lieues pour 3.740 f. 5.050 : 10 = 505 = le bénéfice fait sur le premier envoi, et les voituriers n'ont touché que 5.050 — 505 = 4.545; 505 — 65 = 440 = le bénéfice fait sur le deuxième, et les voituriers n'ont touché que 3.740 — 440 = 3.300 f. 4.545 : 5.050 = 90 c. = ce que les premiers voituriers ont reçu par livre; 3.300 : 5.500 = 60 c. = ce que les deuxièmes ont reçu. Ainsi pour le premier envoi

le 1er voiturier a touché	90 c. $\times$ 1.250 = 1.125 f.
le 2e	90 c. $\times$ 200 = 1.800
le 3e	90 c. $\times$ 1.800 = 1.620
Totaux,	90 c. $\times$ 5.050 = 4.545.

Pour le deuxième envoi

le 1er voiturier a touché	60 c. $\times$ 2.500 = 1.500
le 2e	60 c. $\times$ 3.000 = 1.800
Totaux,	60 c. $\times$ 5.500 = 3.300

N° 477. 360 + 200 + 160 = 720 = le nombre des tonneaux composant le chargement. Sur 720 on a jeté 150 + 90 + 30 = 270 à la mer ; donc 720 sont réduits à 720 — 270 = 450 ; mais 450 sont les $\frac{450}{720}$ de la totalité = les $\frac{5}{8}$; donc, en supportant la perte chacun suivant sa mise, il ne doit rester que 360 $\times \frac{5}{8}$ = 225 ton. ; au deuxième 200 $\times \frac{5}{8}$ = 125, et au troisième 160 $\times \frac{5}{8}$ = 100 ton. Or, il en reste au premier 360 — 150 = 210 ; il en a donc 15 de moins. Il en reste au deuxième 200 — 90 = 110 ; il en a donc aussi 15 de moins. Il en reste au troisième 160 — 30 = 130 ; il en a donc au contraire 30 de plus. Il faut donc que le troisième rende à chacun des deux autres 15 ton. pour que les proportions soient gardées.

N° 478. 5 $\times$ 18 = 90 ; 90 — 16 = 74 = le prix des 18 cravates.

En prenant le prix le plus bas pour point de comparaisons, et déterminer ce que coûteraient les 18 cravates à ce prix, il faut déduire du total 74 les différences en plus. 3 $\times$ 6 = 18 = ce qu'il faut déduire pour les cravates de percale ; et (3 + 2) $\times$ 4 = 20 pour celle de batiste ; en tout 38 f. 74 — 38 = 36 = ce que coûteraient les 18 cravates au plus bas prix = 2 f. pièce ; d'où il résulte que, suivant l'énoncé, les cravates de couleur coûtent 2 f., celle de percale 2 + 3 = 5 f., et celle de batiste 5 + 2 = 7.

N° 479. Comparativement à la plus jeune l'aîné a 10 ans de plus, la cadette 6, et la somme de leurs âges = 16. Donc dans 16 mois la plus jeune aura 16 ans, et elle a réellement 16 — 1 an 4 mois = 14 ans 8 mois ; d'où il résulte que la cadette a 14 ans 8 mois + 6 = 20 ans 8 mois, et l'aînée a 20 ans 8 mois + 4 = 24 ans 8 mois.

N° 480. Les fonds étant triplés après avoir retiré la mise, il doit rester 2 fois cette mise, et conséquemment elle est égale à 13.296.90 : 2 = 6.648,45 ; 6.648,45 + 54,65 = 6.703,10 = le deuxième bénéfice, et 13.296,90 + 6 703,10 = 20.000 f. = le bénéfice total que les marchands se sont

partagé; d'où il résulte que le premier a reçu 20.000 : 4= 5.000; le deuxième 15.000 : 3=5.000 f.; le troisième 10.000 : 2 = 5.000 f., et le quatrième 5.000; et chacun d'eux ayant reçu proportionellement à sa mise, ils avaient mis chacun la même somme, ou 6.644,45 : 4=1.662,11 c. $\frac{1}{4}$.

N° 481. Quelle que soit la somme qu'a eue le premier il a eu une portion de la totalité; donc le premier a eu 1 portion; le deuxième en a eu 1 + 55 f.; le troisième en a eu 2 + 55 f., et si de 1.575 on retranche 55 + 55 = 110 f. on aura 1.465 qui représenteront 4 portions égales formant le total, ou 4 fois ce qu'a reçu le premier, qui, par conséquent, a reçu 1.465 : 4 = 366,25; le deuxième a reçu 366,25 + 55 = 421,25, et le troisième 421 + 366,25 = 787,50. Maintenant 31.500 : 1.575=1.260 : 63 = 140 :7 = 20 f. = la somme qui a produit 1 f. de bénéfice; donc le premier qui gagne 366,25 a dû mettre 20×366,25=7.325; le deuxième a dû mettre 20×421,25 =8.425, et le troisième 20×787,50=15.750.

N° 482 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{15}{12}$; $\frac{15}{12}-\frac{12}{12}=\frac{1}{12}$ = le déficit qui doit nécessairement exister; or ce déficit = 9.999 $\frac{1}{6}$. Le total de l'héritage est donc = à 9.999 $\frac{1}{6}$ × 12 = 119.990 f. Maintenant, suivant les conventions faites, il est évident que les portions des héritiers doivent être entre elles comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, ou $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{12}$, ou 6, 4, 3; c'est-à-dire que si l'héritage était partagé en 13 parts égales, le premier en aurait 6; le deuxième 4, et le troisième 3. Or 119.990 : 13 = 9.230; donc le premier aura 9.230×6 = 55.380; le deuxième 9.230×4 = 36.920, et le troisième 9.230×3 =27.690.

N° 483. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ = la fraction de mise faite par les deux derniers; $\frac{12}{12}-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$ = les fractions que doit ajouter le premier pour compléter le total; donc $\frac{5}{12}$ de la mise = 20.000, et les $\frac{12}{12}$ = (20.000 : 5) × 12 = 48.000 f.; d'où il résulte qu'ayant retiré mise et bénéfice 64.000 f.,

le 1er a dû retirer	64.000 $\times \frac{5}{12}$ = 8.000 : 3 =	26.666 $\frac{2}{3}$;
le 2e	64.000 : 3 =	21.333 $\frac{1}{3}$;
le 3e	64 000 : 4 =	16.000.
	Total,	64.000.

N° 484. 12.648 — 4.216 = 8 432 = le bénéfice des deux premiers, qui ont mis 19.660 + 22.500 = 42.160 f.; donc 1 f. leur a produit 8.432 : 42.160 = 527 : 2.635 = 1 f. : 5 = $\frac{1}{5}$, donc le bénéfice = $\frac{1}{5}$ de la mise; et le premier a eu pour sa part 19.660 : 5 = 3.932 f.; le deuxième 22.500 : 5 = 4.500 f. et le troisième, qui a eu 4.216 f., a dû mettre 4.216 $\times$ 5 = 21.080 f.

N° 485. Si les trois frères eussent eu une somme égale, ils auraient eu chacun $\frac{1}{3}$ de la totalité; donc 2.000 f. + $\frac{1}{9}$ du total = $\frac{1}{3}$ de ce même total; donc $\frac{1}{3} - \frac{1}{9}$; ou $\frac{2}{9}$ = 2.000 f. et $\frac{9}{9}$, ou le montant de la succession = 2.000 : 2 $\times$ 9 = 9.000 f. Le jeune frère ayant 2.000 f., il reste pour les deux autres 9.000 — 2.000 = 7.000 f., et ils ont chacun 7.000 : 2 = 3.500.

N° 486. En partageant également, les trois frères auraient eu chacun $\frac{1}{3}$ de la somme : or le plus jeune n'a eu qu'$\frac{1}{4}$; donc il a $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ de moins, et le 12e est compris dans la part de ses frères; mais ils ont chacun $\frac{1}{3}$ + 100 louis; donc les 100 louis qu'ils ont représentent $\frac{1}{12}$ de l'héritage ou 4,800#; d'où il résulte que la totalité = 4.800# $\times$ 12 = 57.600#; alors le premier aura (57.600 : 3) + 2.400 = 21.600; le deuxième 21.600, et le troisième 57.600 : 4 = 14.400.

N° 487. Les deux frères ont ensemble 14.400 f. de plus que le jeune; mais ce dernier n'ayant qu'$\frac{1}{4}$ de la succession, les deux aînés en ont les $\frac{3}{4}$, et ils ont à eux deux $\frac{1}{4}$ de plus que lui; donc $\frac{1}{4}$ = 14.400 f., et la totalité = 14.400 $\times$ 4 = 57.600 f.; alors le jeune aura 57.600 : 4 = 14.400, et chacun des deux autres 14.400 + 2.700 = 21.600 f.

N° 488. 30.400 = les $\frac{4}{5}$ de l'héritage, et la totalité = (30.400 : 2) × 5 = 7.600 f.

Lorsque le fils a $\frac{3}{5}$ la mère a $\frac{2}{5}$; lorsque la fille a $\frac{2}{5}$ la mère a $\frac{3}{5}$; donc, quel que soit l'héritage, pour suivre l'intention du testateur autant que possible, il faut que le fils ait moitié plus que la mère, et la mère moitié plus que la fille; donc, en supposant que la fille a 4 portions de l'héritage, la mère en a 4 + 4 : 2 = 6 semblables; le fils 6 + 6 : 3 = 9; donc sur 19 portions égales formant le total de l'héritage, la mère en a 6, le fils 9, et la fille 4. Or 7.600 : 19 = 4.000; donc la mère a 4.000 × 6 = 24.000, le fils 4.000 × 9 = 36.000 f., et la fille 4.000 × 4 = 16.000 f.

N° 489. Les $\frac{7}{8}$ des $\frac{6}{7}$ des $\frac{5}{6}$ des $\frac{4}{5}$ = (N° XXXVI) $\frac{7\times6\times5\times4}{8\times7\times6\times5}$ = $\frac{4}{8}$ = $\frac{1}{2}$; donc 111.891 : 2 = 55.945,50 = la somme que la première classe a eue de la succession; 111.891 : 3 = celle qu'a eue la deuxième; 111.891 — (55.945,50 + 37.297) = 18.648,50 = celle qu'a eue la troisième, et 111.891 : 12 = la part semblable de chaque héritier; d'où il résulte qu'il y avait dans la première classe 55.945,50 : 9.324,25 = 6 héritiers; qu'il y en avait dans la deuxième 37.297 : 9.324 25 = 4, et que dans la troisième il y en avait 12 — (6 + 4) = 2.

N° 490. La dépense d'un homme plus celle d'une femme = 130,50 : 9 = 14,50; donc (N° VII) (14,50 — 450) : 2 = 5 f. = la dépense d'une femme, et celle d'un homme = 5 + 4,50 = 9,50.

N° 491. 171 f. — 130,50 = 40,50 = la somme dont serait augmentée la dépense si les femmes eussent payé autant que les hommes. Or elles paient 4,50 de moins, il y en a donc un nombre = à 40,50 : 4,50 = 45 : 5 = 9; et s'il y a 9 femmes, il y a 18 — 9 = 9 hommes; d'où il résulte que les hommes ont payé 171 : 18 = 19 : 2 = 9,50, et les femmes 9,50 — 4,50 = 5 f.

N° 492. Sur 5 personnes il y a 2 hommes et 3 femmes. Si la dépense était égale chaque personne paierait 3,80, cinq

paieraient $3{,}80 \times 5 = 19$ f., et sur 19 f. 3 femmes paieraient $3 \times 3 = 9$, 2 hommes paieraient $19 - 9 = 10$, et 1 homme paierait $10 : 2 = 5$ f.; donc il paierait $5 - 3 = 2$ f. de plus qu'une femme. Maintenant nous voyons que sur 19 f. les hommes paient 1 f. de plus. Or, suivant l'énoncé, ils en ont payé 6. Il a donc fallu, pour payer ce surplus, que la dépense soit 6 fois plus forte; elle a donc été de $19 \times 6 = 114$ f., et conséquemment chaque dépense particulière a été augmentée dans les mêmes proportions; d'où il résulte que les femmes ont dépensé $9 \times 6 = 54$ f., et qu'elles étaient $3 \times 6 = 18$; que les hommes ont dépensé $10 \times 6 = 60$ f., et qu'ils étaient $2 \times 6 = 12$; $18 + 12 = 30$ = le nombre des personnes.

N° 493. 48 : 2, ou 24 f. montant de la dépense égale des hommes et des femmes est le produit de leur nombre multiplié par une quantité semblable à la somme qu'ils dépensent chacun; donc les sommes qu'ils dépensent divisent nécessairement 24. Or, des diviseurs exacts de 24 il n'y a que 2 et 3, et 3 et 4 dont la différence = 1 ; donc les hommes ont dépensé ou 4, ou 3, ou 2 f., et les femmes ou 3, ou 2 ou 1 f. Si les hommes ont dépensé 4 f. il y en avait $24 : 4 = 6$; et il y avait $24 : 3 = 8$ femmes; en tout 14 personnes. Or ce nombre ne peut convenir, puisqu'il y a 20 personnes, et nous sommes certains que les nombres demandés sont 3 f. et 2 f.

Ou, par une autre analogie, si les 20 personnes eussent toutes payé la somme la plus forte, la dépense serait nécessairement plus élevée. En supposant 2 f. pour cette somme, la dépense serait de 40 f., somme trop faible; en supposant 3 f., elle le serait de 60 f., et il y aurait 12 f. de plus; mais ce plus disparaîtra en mettant 12 femmes, qui paient 1 f. de moins, à la place de 12 hommes, etc.

N° 494 Le premier n'a mis (N° xx) que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'ont mis les trois autres; donc 30 f. se composent des $\frac{3}{3}$ de la mise du premier et des $\frac{2}{3}$ de cette même mise $= \frac{5}{3}$, et si $\frac{5}{3} = 30$, $\frac{1}{3} = 30 : 5 = 6$, et $\frac{2}{3} = 12$ = la mise du premier;

d'où il résulte que le deuxième a mis $48 : 12 = 4$; le troisième $24 : 4 = 6$, et le quatrième $30 - (12 + 4 + 6) = 8$ f.

N° 495. En remboursant le premier de ce qu'il avait mis de plus que l'autre, les deux mises sont égales; donc chacune des deux sommes remboursées déduction faite de la différence, doit être égale; conséquement 3.000 f. $=$ $\frac{1}{4}$ de la mise du deuxième, et il avait mis $3.000 \times 4 =$ 12.000 f.; mais après le remboursement il n'a plus dans la société que les $\frac{3}{4}$ de ce qu'il avait d'abord $= 12.000 \times \frac{3}{4} =$ 9.000 f., et les 3 mises, à cette époque, étaient égales. Chacun des associés est intéressé pour la même somme; d'où il résulte que le troisième ayant remboursé 3.000 f. $+$ 3.000 $+$ la différence, cette différence $= 9.000 - 6.000$ $= 3.000$ f., et que le premier avait mis $12.000 + 3.000 =$ 15.000 f., et le deuxième 12.000 f.

N° 496. La moitié de $\frac{1}{2}$ étant $\frac{1}{4}$, celle de $\frac{1}{4}$ étant $\frac{1}{8}$, etc, on aura pour le montant de la succession $(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + 540)$, ou $(\frac{31}{32} + 540)$; d'où il résulte que $\frac{32}{32} - \frac{31}{32} = \frac{1}{32}$ $= 540$ f., et que la succession $= 540 \times 32 = 17.280$; alors la première part $= 17.280 : 2 = 8.640$; la deuxième $=$ $8.640 : 2 = 4.320$; la troisième $= 4.320 : 2 = 2.160$; la quatrième $= 2.160 : 2 = 1.080$; la cinquième $= 1.080 : 2 =$ 540; et la sixième 540 f.

N° 497. Ne connaissant pas la part du premier, supposons que l'héritage est partagé en deux parties; que l'une est le résultat des sommes ajoutées et retranchées; que l'autre contient un certain nombre de portions égales, et que, quelle que soit la part du premier, elle se compose de deux de ces portions. Alors, suivant l'énoncé,

le 1er aura	2 port.,	
le 2e en aura $(2 \times 4) + 1.500$ f. $=$	8	$+ 1.500$,
le 3e	1	$+ 850$,
le 4e $8 : 4 + \left(\frac{1500}{4} - 120 \text{ f.}\right) =$	2	$+ 255$,
le 5e $(2 + 2) + 255$ $=$	4	$+ 255$.
le 6e $(2 + 1) + 850 + 6.000,25$ $=$	3 port.	$+ 6.850,25$.
Totaux,	20 port.	$+ 9.710,25$.

Donc $150.000 - 9.710,25 = 140.289,75$; chaque portion égale est de $140.289,75 : 20 = 7.014,4875$, et chaque héritier aura, savoir : le premier $7.014,4875 \times 2 = 14.028,9750$; le deuxième $7.014,4875 \times 8 + 15.000 = 57.615,9000$, et, par suite, le troisième aura 7.864,4875; le quatrième 14.283,9750; le cinquième 28.312,9500, et le sixième 27.893,7125; en tout 150.000 f.

N° 498. *Si* les associés eussent eu $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+$ 1.100 f., ils auraient eu les $\frac{47}{24}$ de la totalité $+ 1.100$; donc (les $\frac{47}{24}$ de la somme qu'ils se sont partagée $+ 1\,100) - (10.500 + 15.000 + 17.800 + 3.800)$ que par le fait ils en ont déduit $= \frac{24}{24}$ de cette même somme; donc $\frac{47}{24} + 1.100 = \frac{24}{24} + 47.000$; d'où il résulte (N° 111) que $\frac{23}{24} = 46.000$; qu'$\frac{1}{24} = 46.000 : 23 = 2.000$ f., et que la somme partagée $= 2.000 \times 24 = 48.000$ f.; $48.000 + 6.000 = 54.000$; $54.000 : 2 = 27.000 =$ la mise. Cette mise a produit 48.000 f., 1 f. a produit $48.000 : 27.000 = \frac{16}{9}$ de f.; et, quelle que soit la mise d'un associé, il a retiré une somme $=$ à cette même mise $\times \frac{16}{9}$, ou, ce qui revient au même, quelle que soit la somme retirée par un associé, il en avait mis une $=$ à cette même somme divisée par $\frac{16}{9}$, ou $\times \frac{9}{16}$; donc le premier a retiré $(48.000 : 2) - 10.500 = 13.500$, et il a mis $13.500 \times \frac{9}{16} = 7.593,75$; le deuxième a retiré $(48.000 : 3) - 15.000$ f. $= 1.000$, et il a mis $1.000 \times \frac{9}{16} = 562,50$; le troisième a retiré $(48.000 : 4) \times 3 - 17.800 = 18.200$, et il a mis $18.200 \times \frac{9}{16} = 10\,237,50$; le quatrième a retiré $48.000 : 8 = 6\,000$, et il a mis $6.000 \times \frac{9}{16} = 3.375$ f.; le cinquième a retiré $(48.000 : 4) - 3.800 = 8.200$, et il a mis $8.200 \times \frac{9}{16} = 4.612,50$; le sixième a retiré 1.100, et il a mis $1.100 \times \frac{9}{16} = 618,75$.

N° 499. $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{59}{30}$; donc $\frac{59}{30}$ du prix d'achat $=$ 295.000 f.; $\frac{1}{30} = 295.000 : 59 = 5.000$ f., et le prix d'achat de la maison $= 5.000 \times 30 = 150.000$; $295.000 - 150.000 = 145.000 =$ le montant des réparations.

N° 500. $1.500 \times 48 = 72.000 =$ le bénéfice de 4 ans, ou

48 mois, sur lequel le commis a eu 4 pour $\frac{0}{0}$; donc (N° 308) il a eu 720 × 4 = 2.880, et les associés ont à se partager proportionnellement à leurs mises 72.000 — 2.880 = 69.120 f. Or ce bénéfice est le produit de (35.000 + 30.000 + 32.900 + 25.500 + 14.840) = 138.240; donc 1 f. a produit 69.120 f. : 138.240 = $\frac{1}{2}$ f., et chaque associé aura un bénéfice = à la moitié de sa mise; d'où il résulte que le premier a mis 35.000 f., et a dû retirer 35.000 + (35.000 : 2) = 52.500; le deuxième a mis 30.000 f., et a dû retirer 45.000 f.; le troisième a dû retirer 49.350; le quatrième 38.250, et le commis 22.260.

N° 501. 3.018 — 138 = 2.880 = le total de la mise si le premier met 138 f. de moins, et, dans ce cas, $\frac{5}{5}+\frac{2}{5}+\frac{5}{5}=\frac{12}{5}$ de la mise du deuxième = 2.880 f.; $\frac{5}{5}$, ou ce qu'il a mis réellement = (2.880 : 12) × 5 = 240 × 5 = 1.200 f., et (2.880 — 1.200) + 138 = 1.818 = la mise du premier.

N° 502. Puisque dans le premier cas le partage des bénéfices eût été égal, 2.500 f., mise du second, représentent 14 500 f., 1 f. représente 14.500 : 2.500 = 29 : 5; 2.000 f. représentent (29 : 5) × 2.000 = 29 × 400 = 11.600 f.; donc 14.500 + 11.600, ou 26.100 ont rapporté 4.350, 1 f. rapporte (4 350 : 26.100) = 1 : 6 = $\frac{1}{6}$ 14.500 ont rapporté 14.500 : 6 = 2.416 $\frac{2}{3}$, et 11.600, représentés par 2.000 f., ont rapporté 11.600 : 6 = 1.933 $\frac{1}{3}$.

N° 503. 92,50 × 1.200 = 111.000 f. = le prix d'achat; mais par les frais 1 f. s'est élevé à 1,15 c., et 111.000 f. se sont montés à 1,15 × 111.000 = 127.650 f., et le bénéfice = 150.000 — 127.650 = 22.350. Maintenant, si le deuxième avait mis 6 f., le premier aurait mis les $\frac{2}{3}$ de 6 : 4 = 1 f.; le troisième 6 : 2 = 3 f., et ils auraient mis entre eux 10 f.; donc le premier a fait $\frac{1}{10}$ de la mise, et doit retirer $\frac{1}{10}$ des bénéfices, le deuxième doit retirer 6 fois plus, et le troisième 3 fois plus; d'où il résulte que le premier a 12.765 f., et qu'il a eu un bénéfice de 2.235; que le deuxième a mis 12.765 × 6 = 76.590, et qu'il a retiré 2.235 × 6 = 13.410;

que le troisième a mis 12.765 × 3 = 38.295, et qu'il a retiré 6.705.

N° 504. S'il y avait dans chaque corbeille un nombre égal d'oranges, elles en contiendraient chacune 240 : 6 = 40 ; donc

$\frac{8}{7}$ des oranges de la 1re cor. = 40 ; $\frac{7}{7}$ = (40 : 8) × 7 = 35 ;
$\frac{4}{1}$ = 40 ; $\frac{1}{1}$ = 40 : 4 = 10 ;
$\frac{1}{2}$ = 40 ; $\frac{2}{2}$ = 40 × 2 = 80 ;
$\frac{2}{3}$ = 40 ; $\frac{3}{3}$ = (40 : 2) × 3 = 60 ;
$\frac{1}{1}$ = 40 ;
$\frac{1}{1}$ + 25 = 40 ; $\frac{1}{1}$ = 40 — 25 = 15.

Total, 240.

N° 505. Si la troisième personnne eut pris $\frac{1}{4}$ juste, il ne serait resté que 13 — 1 = 12 oranges ; donc $\frac{3}{4}$ = 12, et $\frac{4}{4}$ = 16 = ce qu'il y avait avant qu'elle ne prît le quart.

Si la deuxième eut pris $\frac{1}{3}$ juste, il n'en serait resté que 14 ; donc $\frac{2}{3}$ = 14, $\frac{3}{3}$ = 21 = ce qu'il y avait avant qu'elle ne prît le tiers ; enfin si la première personne eut pris la $\frac{1}{2}$ juste il n'en serait resté que 21 — 6 = 15 ; donc $\frac{1}{2}$ = 15 ; et il y avait dans la corbeille 15 × 2 = 30 oranges.

N° 506. Quand un homme a eu 21 f. une femme en a eu 15, et un enfant 5 ; donc quand les hommes ont eu 21 × 15 = 315 f., les femmes ont eu 15 × 17 = 255, les enfans ont eu 5 × 8 = 40 f., et ils ont eu entre eux 315 + 255 + 40 = 610 f. ; d'où il résulte que si sur 610 f. 1 homme eût reçu 21 f., sur 1 f. il aurait reçu 21 : 610, et sur 1.830 il a reçu (21 : 610) × 1.830 = 21 × 3 = 63 f. Alors une femme a reçu 63 × $\frac{15}{21}$ = 15 × 3 = 45 f., et 1 enfant 45 : 3 = 15.

N° 507. Les mises des premier et deuxième, des troisième et quatrième, des premier et cinquième = 14 + 15 + 15 = 44 f.

Celles des deuxième et troisième, des quatrième et cinquième = 12 + 14 = 26 ; mais dans le deuxième total il y a de moins deux fois la mise du premier ; donc cette mise a

$(44 - 26) : 2 = 9$ f.; d'où il résulte que celle du deuxième $= 14 - 9 = 5$ f.; celle du troisième $= 12 - 5 = 7$ f.; celle du quatrième $= 15 - 7 = 8$ f., et celle du cinquième $= 14 - 8 = 6$ fr.

N° 508. La dépense des troisième et quatrième personnes, des cinquième et sixième, des deuxième et sixième $= 32 + 40 + 38 = 110$ f.

Celles des deuxième et troisième, des quatrième et cinquième $= 25 + 33 = 58$ f. Or, dans le deuxième total, il y a de moins deux fois la dépense du sixième; donc cette dépense $= (110 - 58) : 2 = 26$ f; d'où il résulte que la cinquième personne a dépensé $40 - 26 = 14$ f.; la quatrième $33 - 14 = 19$ f.; la troisième $33 - 19 = 13$ f.; la deuxième $25 - 13 = 12$ f., et la première $27 - 12 = 15$ f.

N° 509. $\frac{1}{2}$ de la part du premier, $\frac{1}{4}$ de celle du deuxième, $\frac{1}{7}$ de celle du troisième, et $\frac{1}{9}$ de celle du quatrième, sont égaux entre eux; donc, en supposant que chacune de ces fractions $= 1$, le premier aurait $1 \times 2 = 2$ f.; le deuxième $1 \times 4 = 4$ f.; le troisième $1 \times 7 = 7$ f.; le quatrième $1 \times 9 = 9$ f., en tout 22 f. Or, suivant l'énoncé, ils doivent avoir 594 f.; donc le total trouvé est trop petit d'un nombre de fois $=$ à $594 : 22 = 54 : 2 = 27$ f., et en multipliant (N° 11) les nombres 2, 4, 7 et 9 par 27, nous aurons 54, 108, 189 et 243, dont le total $= 594$, et qui remplissent les conditions.

N° 510. Comme au numéro précédent, en supposant que chaque fraction $= 1$ f., la première personne aurait $1 \times 2 = 2$ f., la deuxième 3 f., la troisième 4 f., et la quatrième 6 f.; en tout 15 f. Dans ce cas le total des fractions serait $=$ à 4 f., et les somme entières seraient $=$ à 15; donc en ayant les fractions elles auraient les $\frac{4}{15}$ de la somme, et alors elles auraient $\frac{11}{15}$ de moins qu'elles ne devraient avoir. Or, suivant l'énoncé, elles ont 88 f. de moins; donc $\frac{11}{15} = 88$ f., et $\frac{15}{15} = (88 : 11) \times 15 = 120$ f.; d'où il résulte que le total des 4 portions semblables $= 120 - 88 = 32$ f., et

que chaque portion $=8$ f.; donc la première a eu $8\times2=16$, la deuxième $8\times3=24$, la troisième $8\times4=32$, la quatrième $8\times6=48$; en tout $16+24+32+48=120$ f.

N° 511. Si chaque mise était égale à la plus forte, elle serait égale aux $\frac{2}{9}$ de la totalité; mais alors le total serait composé des $\frac{4}{3}$ des mises; donc il y a autant d'associés qu'il y a de fois $\frac{2}{9}$ dans $\frac{4}{3}=\frac{4}{3}:\frac{2}{9}=\frac{4}{3}\times\frac{9}{2}=6$.

Maintenant, en comparant successivement les mises à celle du premier, le deuxième a mis 2.000 f., le troisième 4.000 f., le quatrième 6.000 f., le cinquième 8.000 f., et le sixième 10.000 f. de moins; donc s'ils eussent mis autant que le premier, le total eût été augmenté de $2.000+4.000+6.000+8.000+10.000=30.000$ f.; d'où il résulte que 30.000 f. $=\frac{1}{3}$ de la mise reelle, et que $30.000\times3=90.000$ f. $=$ la totalité; alors le premier associé a mis $90.000\times\frac{2}{9}=20.000$ f., le deuxième 18.000, le troisième 16.000, le quatrième 14.000, le cinquième 12.000, et le sixième 10.000. Or le bénéfice $=$ les $\frac{5}{4}$ de 90.000 f $+(90.000:3)=120.000\times\frac{5}{4}=30.000\times3=90.000$ f.; donc chaque mise a été doublée.

N° 512. Le premier, en retirant 1.000 f. de la masse de l'héritage, et en prenant $\frac{1}{10}$ du reste, aurait sur sa part $\frac{1000}{10}=100$ f. de moins; mais il ajoute les 1.000 f. qu'il retire au produit du dixième; donc il a réellement $1.000-100=900$ f. de plus que s'il avait $\frac{1}{10}$ juste de la succession; donc chaque héritier, qui a une part égale, a reçu $\frac{1}{10}$ de la succession $+900$ f.

Par le même raisonnement, nous trouverons que le deuxième, en retirant 2.000 f. sur ce qui reste, et en prenant la dixième partie du résultat à $2.000-200$ f. $=1.800$ f. de plus que s'il en avait $\frac{1}{10}$ juste; donc $\frac{1}{10}$ du reste $+1.800$ f. $=\frac{1}{10}$ de la masse $+900$ f.; donc $\frac{1}{10}$ de ce reste vaut 1.800 f. -900 f. $=900$ f. de moins que $\frac{1}{10}$ de la masse, et les $\frac{10}{10}$ valent $900\times10=9.000$ f. de moins; donc, après le prélè-

vement de la première portion, la masse est diminuée de 9.000 f.; donc le premier prélèvement, ou la part égale de chaque héritier a été de 9.000 f.; donc

$\frac{1}{10}$ de la masse + 900 f. = 9.000 f.

$\frac{1}{10}$ = 9.000 f. − 900 = 8.100

$\frac{10}{10}$ = 8.100 f. × 10 = 81.000

et il y a autant d'héritiers qu'il y a de fois 900 f. dans

$81.000 \text{ f.} = \frac{81.000}{9.000} = 9.$

En effet,

$$\frac{81.000-1.000}{10}+1.000= \quad 9.000$$

$$81.000-9.000=72.000;\ \frac{72.000-2.000}{10}+2.000= \quad 9.000$$

$$72.000-9.000=63.000;\ \frac{63.000-3.000}{10}+3.000= \quad 9.000$$

$$63.000-9.000=54.000;\ \frac{54.000-4.000}{10}+4.000= \quad 9.000$$

$$54.000-9.000=45.000;\ \frac{45.000-5.000}{10}+5.000= \quad 9.000$$

$$45.000-9.000=36.000;\ \frac{36.000=6.000}{10}+6.000= \quad 9.000$$

$$36.000-9.000=27.000;\ \frac{27.000-7.000}{10}+7.000= \quad 9.000$$

$$27.000-9.000=18.000;\ \frac{18.000-8.000}{10}+8.000= \quad 9.000$$

$$18.000-9.000=9.000; \qquad = \quad 9.000$$

Total, 81.000

N° 513. Suivant le raisonnement fait ci-dessus, chaque enfant reçoit $\frac{1}{7}$ de l'héritage + 857 $\frac{1}{7}$; car, en retirant 1.000 f. de l'héritage, le premier aurait sur sa part $\frac{1.000}{7}$ = 142 $\frac{6}{7}$ de moins; mais il joint à son produit les 1.000 f. qu'il a retirés; donc il a en sus du septième de la succession 1.000 − 142 $\frac{6}{7}$ = 857 $\frac{1}{7}$.

En suivant, nous trouverons, toujours d'après les mêmes raisonnemens, que le premier prélèvement $= 6.000$ f.; que $\frac{1}{7}$ de la masse $+ 857\frac{1}{7} = 5.999\frac{1}{7}$; que $\frac{1}{7} = 5.999\frac{1}{7} - 857\frac{1}{7} = 5.142$; que $\frac{7}{7} = 5.142 \times 7 = 36.000$ f., et qu'il y a un nombre d'héritiers $=$ à $\frac{36.000}{6.000} = 6$.

En effet,

$$\frac{36.000 - 1.000}{7} + 1.000 = 6.000$$

$$36.000 - 6.000 = 30.000;\ \frac{30.000 - 2.000}{7} + 2.000 = 6.000$$

$$30.000 - 6.000 = 24.000;\ \frac{24.000 - 3.000}{7} + 3.000 = 6.000$$

$$24.000 - 6.000 = 18.000;\ \frac{18.000 - 4.000}{7} + 4.000 = 6.000$$

$$18.000 - 6.000 = 12.000;\ \frac{12.000 - 5.000}{7} + 5.000 = 6.000$$

$$12.000 - 6.000 \qquad = 6.000$$

Total, 36.000

Questions relatives aux rapports et aux proportions.

N° 514. La force du premier ouvrier étant comme $4 : 5$, lorsque le premier fait 4 toises la deuxième en fait 5 ; donc le rapport de l'ouvrage est direct avec celui de la force ; donc, quand le premier fait $4 \times 2\frac{1}{2} = 10$ toises; le deuxième en fait $5 \times 2\frac{1}{2} = 12\frac{1}{2}$; et le rapport de 10 à $12\frac{1}{2}$ est le même (N° XXII) que celui de 4 à 5. Autrement on aurait pu dire:

Tandis que le 1er ouvrier fait 4 toi., le 2e en fait 5,

le 1er en fait 1 ; le 2e en fait $\frac{5}{4}$

le 1er en fait 10; le 2e en fait $\frac{5 \times 10}{4} = 12\frac{1}{2}$.

N° 515. Puisque chaque ouvrier a reçu la même somme, il est clair que plus il y a d'ouvriers, plus ils reçoivent d'ar-

gent; donc le rapport de la force des ouvriers est directe avec les sommes qu'ils ont reçues; donc le rapport est comme 800 : 560; donc, sans la dernière donnée du problême, on aurait plusieurs solutions, et le nombre des ouvriers varierait suivant la somme qu'ils recevraient chacun. Il y aurait donc autant de solutions qu'il y a de diviseurs communs aux deux termes du rapport. Mais nous voyons que leur nombre est entre 30 et 35; or la plus simple expression de notre rapport = 10 : 7. Suivant cette expression, il y aurait 17 ouvriers; donc le nombre est trop petit; et puisqu'ils sont entre 30 et 35, il est clair qu'il y en a $10 \times 2 =$ 20 dans la première troupe, et $7 \times 2 = 14$ dans la deuxième; alors leur nombre 34 est entre 30 et 35; les premiers ont reçu $\frac{800}{20} = 40$ f., et les deuxièmes $\frac{560}{14} = 40$ f.

N° 516. Moins il y aura de marchandises, plus le trajet qu'on devra faire sera long; donc le moins donne le plus; donc le rapport du chemin est inverse avec celui du poids. Or le rapport du poids est comme 65 est à 50; donc celui du chemin est (N° XXII) comme 50 : 65; donc, si dans le premier cas le trajet a été de $50 \times 3 = 150$ lieues, dans le second, il sera de $65 \times 3 = 195$ lieues.

Sans employer les rapports, nous donnerons une solution rigoureuse et très-simple de cette question; car, pour une certaine somme, on a transporté 65 milliers à 150 lieues,

Pour la même somme on transporterait un millier à une distance 65 fois plus éloignée $= 150$ l. $\times 65$.

Pour la même somme on transporterait 50 milliers à une distance 50 fois plus rapprochée $= \frac{150 \times 65}{50} = 65 \times 3 =$ 195 lieues.

N° 517. Moins on fera de chemin, plus on transportera de marchandises; donc le moins donne le plus; donc le rapport du poids des marchandises est inverse de celui du chemin, qui est comme 195 : 150; donc (N° XXII) il est

comme 150 : 195, et si, dans le premier cas, on a transporté $\frac{150}{3}=50$ milliers de marchandises; dans le second, on en transportera $\frac{195}{3}=65$ milliers, ou, comme au numéro précédent;

Pour une certaine somme on a transporté à 195 lieues 50 milliers; pour la même somme on transporterait à une lieue, 195 fois plus de marchandises $=50$ mille $\times 195$.

Pour la même somme on transporterait à 150 lieues 150 fois moins de marchandises $=\frac{50 \text{ mil.} \times 195}{150}=65$.

N° 518. Si chaque ouvrier eut reçu la même somme, chacun des premiers eût reçu (N° xx) $\frac{1}{5}$ de moins qu'il n'a reçu; donc, au total, la première troupe aurait reçu 60 f. de moins qu'elle n'a reçu; donc elle n'aurait reçu que 180 $-60=120$; alors le rapport de l'argent serait direct avec celui de la force des ouvriers; alors ce rapport serait comme 120 : 96 $=$ à la plus simple expression (N° xxii) 5 : 4. Et, dans ce cas, ils seraient 9 ouvriers en tout; donc ce nombre est trop petit, puisque, suivant l'énoncé, ils sont entre 50 et 55; mais, en multipliant 5 et 4 par 6, nous aurons 30 et 24 pour la force de chaque troupe, et il y aura en tout 54 ouvriers; d'où il résulte que les 30 ouvriers de la première troupe ont touché chacun $\frac{180}{30}=6$ f., et ceux de la deuxième $\frac{96}{24}=4$ f.

N° 519. Si la première personne a eu 3 f., la deuxième a eu 4 f., la troisième 7 f., et la quatrième 9 f.; et le rapport de chaque part est 3, 4, 7 et 9. Donc, quelles que soient les sommes que chacune a reçues, elles doivent avoir entre elles ce rapport. Or, le total de $3+4+7+9=23$, et, suivant l'énoncé, il devrait être de 5.290. Il est donc trop

petit d'un nombre de fois $= \text{à} \frac{5.290}{23} = 230$; mais (N° II) en multipliant chacun des nombres qui ont servi à former le total par 230, le nouveau total sera multiplié par le même nombre; et, comme (N° XXII) le rapport de nos sommes n'aura pas changé puisqu'elles auront été multipliées par un nombre égal, il en résulte que la première personne aura 3 f $\times 230 = 690$ fr., la deuxième $4 \times 330 =$ 920 f., la troisième $7 \times 230 = 1.610$ f., et la quatrième $9 \times 230 = 2.070$ f.; en tout 5.290 f.

N° 520. Il est évident que dans la troupe où les ouvriers ont reçu 144 f., ils sont plus nombreux que dans celle où ils ont reçu 112 f.; donc (N° XXII) le plus donne le moins, et le rapport du nombre des ouvriers est inverse de celui de l'argent qu'ils ont reçu; donc, puisque le rapport des sommes reçues est comme 112 : 144, le rapport de la force de chaque troupe est comme 144 : 112 = à la plus simple expression (N° XXII) $\frac{144}{16}$ à $\frac{112}{16} = 9$ à $7 =$, en effet, les nombres cherchés; car les ouvriers ne sont pas 18 en tout; donc il y a 9 ouvriers dans la première troupe, 7 dans la seconde, et ils sont 16 en tout.

Sans employer la théorie des rapports, nous pourrons trouver notre solution au moyen d'un raisonnement très-simple, et qui s'applique généralement à tous les cas semblables. Quel que soit le nombre des ouvriers de chaque classe, puisque chaque classe a reçu la même somme, il est évident qu'en multipliant 144 par un nombre = à celui des ouvriers de la première, et 112 par un = à celui de la seconde, on doit avoir deux produits égaux. Supposons maintenant qu'il y ait un ouvrier dans la première classe, $144 \times 1 = 144''$ = la somme que cette classe aura reçue, et il faudra que $112 \times$ par un nombre = aux ouvriers de la deuxième classe fasse aussi 144; donc nous connaissons le produit et l'un des facteurs d'une multiplication;

donc l'autre facteur ou le nombre des ouvriers de la deuxième classe $= 144 : 112 = \frac{9}{7}$; mais il ne peut pas y avoir de fractions d'ouvriers; donc les plus petits nombres entiers qui satisfont à la question sont 1×7 et $\frac{9}{7} \times 7 = 7$ et 9. Et ce sont en effet les nombres cherchés. Il y a donc 7 ouvriers dans la première classe; 9 dans la seconde; ils sont en tout 16; nombre au-dessous de 18, et $144 \times 7 = 1\,008 = 112 \times 9$.

N° 521. Puisque le premier ouvrier fait plus d'ouvrage, il est évident qu'il a plus de force; donc le rapport de la force des ouvriers est directe avec le rapport de l'ouvrage qu'ils ont fait; donc il est (N° XXII) $:: 14\frac{6}{7} : 11\frac{1}{7} = \frac{104}{7} : \frac{78}{7} = 104 : 78 =$ à la plus simple expression en nombre entier 4 : 3.

On eût pu dire aussi : Tandis que le premier fait 14 toi. $\frac{6}{7}$, le deuxième fait $11\frac{1}{7}$; tandis que le premier fait 1 toise le deuxième en fait $\frac{11\frac{1}{7}}{14\frac{6}{7}} = \frac{78}{104} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$; donc le rapport de leur force est à la plus simple expression comme $1 : \frac{3}{4} = 4 : 3$.

N° 522. 1er cap. en 15 mois l'intérêt a été de 2.400 f.

	en 1	$2.400 : 15 = 160$
	en 13 mois $\frac{1}{3}$	$160 \times 13\frac{1}{3} = 1.133\frac{1}{3}$.

Or, suivant l'énoncé, dans le second cas, l'intérêt a été de 6.400 f.; donc,

lorsque le 1er capital rapporte	$2.133\frac{1}{3}$,
le 2^e^	6.400 f.,
le 1er	1 f.,
le 2^e^	$\frac{6.400}{2.133\frac{1}{3}} = \frac{6.400 \times 3}{6.400} = 3$ f.;

donc le deuxième, qui produit trois fois plus d'intérêt, est trois fois plus fort; donc le rapport du premier capital au second est comme 1 : 3.

N° 523. Si le premier eût mis 17 f. et le deuxième 13, la différence serait 4. Or, suivant l'énoncé, elle doit être de 1.284; donc cette différence est trop petite d'un nombre de

fois = à 1.284 : 4 = 321; donc (N° v) en multipliant 17 et 13 par 321, leur différence sera multipliée par le même nombre, et (N° xxii) leur rapport ne changera pas; alors nous aurons pour les nombres demandés $17 \times 321 = 5.457$; $13 \times 321 = 4.173$, et leur différence $= 5.457 - 4.173 = 1.284$.

N° 524. L'intérêt de 20 f. après 18 mois = 1 f.

1 1 mois $= 1 : (20 \times 18)$

100 12 mois $= \dfrac{1 \times 100 \times 12}{20 \times 18}$

$= 10 : 3 = 3, \frac{1}{3}$.

N° 525. Lorsque le capital sera augmenté des intérêts il vaudra 21 f. 20 f. auront rapporté 21—20 = 1 f.

1 f. aura rapporté $\dfrac{1}{20}$.

Mais, suivant l'enoncé,

en 12 mois 100 f. rapportent $3\frac{1}{3}$

1 1 f. $\dfrac{3\frac{1}{3}}{12 \times 100}$

$= \dfrac{10}{12 \times 100 \times 3} = \frac{1}{360}$ de f., et, pour rapporter $\frac{1}{20}$ de f., il faudra un nombre de mois = à $\dfrac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{360}} = \frac{1}{20} \times \frac{360}{1} = 18$.

N° 526. Si la première personne eut eu 10 f., la deuxième 11 f., la troisième 17 f., et la quatrième 19 f., la différence des deux dernières sommes aux deux premières serait de 15 au lieu d'être de 75; donc elle serait $\dfrac{75}{15} = 5$ fois trop petite; donc, (N° v) en multipliant chacun des nombres par 5, cette différence sera 5 fois plus forte, et sera égale à 75; mais chacun des deux nombres est le total de deux autres nombres; donc, pour qu'un total soit 5 fois plus fort, il faut (N° ii) multiplier par 5 chacune des quantités qui l'ont formé; donc, en multipliant successivement 10, 11, 17 et 19 par 5, ce qui (N° xxii) ne changera rien à leurs rap-

ports respectifs, on aura 50, 55, 85 et 95, qui remplissent toutes les conditions.

N° 527. Sur 1 f. ils ont eu $\frac{1}{11}$ de f., et sur 57.464 f. ils ont eu $\frac{1}{11} \times 57.464$ f. $= 57.464 : 11 = 5.224$ f.

Sur 28 f. le premier a eu 11, le deuxième 7, le troisième 5, le quatrième 3, et le cinquième 2 f.; donc le premier a les $\frac{11}{28}$, le deuxième les $\frac{7}{28}$, le troisième les $\frac{5}{28}$, le quatrième les $\frac{3}{28}$, et le cinquième les $\frac{2}{28}$ de la somme; donc le premier a eu $5.224 \times \frac{11}{28} = 2.052$ f. $\frac{2}{7}$; le deuxième a eu $5.224 \times \frac{1}{4} = 5.224 : 4 = 1.306$; le troisième a eu $5.224 \times \frac{5}{28} = 932 \frac{6}{7}$; le quatrième a eu $5.224 \times \frac{3}{28} = 559$ f. $\frac{5}{7}$, et le cinquième a eu $5.224 \times \frac{2}{28} = 5.224 : 14 = 373 \frac{1}{7}$.

N° 528. $600 + 900 + 795 + 927 = 3.222 =$ la mise totale des premiers; les derniers n'ont mis que 1.074 f. Ils ont donc mis $(3.222 : 1.074) = 3$ fois moins que les premiers. Or leurs mises ont entre elles le même rapport que celles des premiers; donc le total étant 3 fois plus petit, chacune des mises doit être aussi 3 fois plus petite; donc le premier de la deuxième société a mis $600 : 3 = 200$ f.; le deuxième $900 : 3 = 300$ f.; le troisième $795 : 3 = 265$ f.; le quatrième $927 : 3 = 309$, et chacune des mises ayant été divisée parle même nombre, leurs rapports (N° XXII) sont restés les mêmes.

N° 529. Si le premier nombre était 16 et le dernier 3, le total serait 19, et il serait trop petit d'un nombre de fois $=$ à $104 \frac{1}{2} : 19 = 209 : 38 = 5 \frac{1}{2}$. Il faudra donc (N° II) multiplier les nombres qui l'ont formé par $5 \frac{1}{2}$; mais l'un des nombres devant être $\times 5 \frac{1}{2}$ pour que le rapport qui existe entre lui et les autres reste le même, il faut (N° XXII) que les autres soient multipliés par le même nombre; donc en multipliant successivement les 6 nombres donnés par $5 \frac{1}{2}$, on aura 88, $71 \frac{1}{2}$, $60 \frac{1}{2}$, $49 \frac{1}{2}$, $27 \frac{1}{2}$, $16 \frac{1}{2}$, qui remplissent les conditions.

N° 530. Sur 7 f. de mise, le gain $= 1$ f.,
sur 1 f. il $= \frac{1}{7}$ de f.,
sur 4.900 il $= 4.900 : 7 = 700$ f.;

700 $\times$ 3 = 2.100 f. = la mise du premier, et 4.900 — 2.100 f. = celle du deuxième. Or, si 4.900 f. ont produit 700 f., 1 f. a produit 700 : 4.900 = $\frac{1}{7}$ de f. Le gain du premier = 2.100 : 7 = 300 f., et celui du deuxième = 2.800 : 7 = 400 f.

N° 531. Si la dépense était 18 f., le revenu serait de 23 f.; si elle était 1 f., le revenu serait de 23 : 18, et puisqu'elle est de 1.560 f., le revenu est de (23 : 18) $\times$ 1.560 = (23 : 3) $\times$ 260 = 1.993 f. 33 c. $\frac{1}{3}$.

N° 532. Le premier paiement étant 3 f., le deuxième serait 12, et le total 15; donc sur 15 f. le deuxième serait de 12 f. sur 1 f.; il serait de 12 : 15; sur 3.100; il a été de (12 : 15) $\times$ 3.100 = 4 $\times$ 620 = 2.480; d'où il résulte que le premier a été de 3.100 — 2.480 = 620 f.; le troisième de 620 : 5 = 124 f.; et le quatrième de 4.680 — (3.100 + 124) = 1.456 f.

N° 533 Le rapport de 2 à 9 = (N° XXII) celui de 2 : 9 à 1 = celui de $\frac{2}{9} \times 7$ à 7; donc le rapport des voituriers, cavaliers et piétons est $\frac{14}{9}$, 7 et 31 = (N° XXII) 14, 63 et 279; donc pour 14 voituriers il est passé 63 cavaliers et 279 piétons, qui ont donné une recette = à (14 $\times$ 10 c.) + (63 $\times$, 05) + (279 $\times$, 03) = 12,92 c. Or, cette recette a été de 103,06. Elle est donc trop faible d'un nombre de fois = à 103,36 : 12,92 = 8, et, pour recevoir 8 fois plus, il a fallu qu'il passe 8 fois plus de chaque sorte de passagers; d'où il résulte qu'il est passé 112 voituriers qui ont payé 11,20 c., 504 cavaliers qui ont payé 25,20, et 2.232 piétons qui ont payé 66,96, ce qui a élevé la recette à 103 f. 36 c.

N° 534. La première part étant 5 f., la deuxième serait 3 f., et le total des deux serait 8 f.; alors les $\frac{5}{9}$ de 8 f. seraient égaux à 8 $\times \frac{5}{9}$ = 4 $\frac{4}{9}$, et l'excédant de 5 f. sur 4 $\frac{4}{9}$ serait de 5 — 4 $\frac{4}{9}$ = $\frac{5}{9}$ de f. Mais $\frac{5}{9}$ de f. = 5 f. : 9, et 5 : 9 sont le neuvième de 5 f., qui représentent la part du premier; donc, quelle que soit la part du premier, $\frac{1}{9}$ de cette part doit, suivant l'énoncé, être égal à 10 f., et les $\frac{9}{9}$ = 90 f.; d'où il

résulte que si lorsque le premier a 5 f., le deuxième en a 3; lorsque le premier a 1 f., le deuxième en a 3 : 5, et lorsque le premier a 90 f., le deuxième a $(3:5)\times 90=54$, la somme totale $=90+54=144$ f., et ces trois nombres remplissent les conditions.

N° 535. Lorsque la première portion sera de 7 f., la deuxième sera de 9 f ; lorsque la première sera de 3 f. la deuxième sera de 4 f.; mais 9 sont les $\frac{9}{7}$ de 7, et 4 les $\frac{4}{3}$ de 3; donc, quelle que soit la somme qu'aura le premier, le deuxième en aura une = aux $\frac{9}{7}$, et le troisième une = aux $\frac{4}{3}$; donc la première portion ou $(\frac{1}{1}+\frac{9}{7}+\frac{4}{3})=(\frac{21}{21}+\frac{27}{21}+\frac{28}{21})=\frac{76}{21}=1.824$ f.; $\frac{1}{21}=1.824:76=24$ f., et $\frac{21}{21}$ ou la première portion $=21\times 24=504$ f. $\frac{27}{21}$, ou la deuxième $=27\times 24=648$, et $\frac{28}{21}$ ou la troisième $=28\times 24=672$ f.

La méthode suivie dans la solution de cette question, et qui est applicable à toutes celles du même genre, sans exception, établit de suite et sans tâtonnemens les rapports successifs que les portions quelconques d'une somme doivent avoir entre elles, quoique dans l'énoncé, ces rapports paraissent indépendans les uns des autres; dans tous les cas, elle présente de grands moyens d'abréviation. C'est pourquoi les élèves feront bien de la mettre souvent en pratique.

N° 536. En suivant le principe établi au numéro précédent, nous trouverons que 5 étant les $\frac{5}{6}$ de 6, 6 le $\frac{6}{7}$ de 7, et 2 les $\frac{2}{3}$ de 3. Quel que soit le nombre des hommes de la première compagnie, si nous le représentons par $\frac{1}{1}$, nous aurons pour la force de chaque compagnie la suite de fractions ci-après :

Première compagnie $\frac{1}{1}$, deuxième les $\frac{5}{6}$ de $\frac{1}{1}=\frac{5}{6}$, troisième les $\frac{6}{7}$ des $\frac{5}{6}=\frac{30}{42}$, quatrième les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{1}=\frac{2}{3}$; d'où, réduisant au même dénominateur, nous aurons $\frac{42}{42}$, $\frac{35}{42}$, $\frac{30}{42}$, $\frac{28}{42}$, pour les 4 rapports successifs de la force de chaque compagnie. Or, suivant l'énoncé, la différence de la deuxième à la troisième compagnie est de 10, et ici elle

est de $\frac{5}{42}$; donc $\frac{1}{42}$ de la première compagnie $= \frac{10}{5} = 2$;

donc, $42 \times 2 = 84$ = le nombre d'hommes de la 1re ;
$35 \times 2 = 70$ = celui de la 2e ;
$30 \times 2 = 60$ = celui de la 3e ;
$28 \times = 56$ = celui de la 4e.

Total, 270.

Et chaque homme a touché par jour 6.075 : $(15 \times 270) = \frac{3}{2}$ $= 1{,}50$ c.

N° 537. Suivant le principe établi (N° 536), le rapport des portions est $\frac{1}{1}$, $\frac{3}{2}$, $(\frac{3}{2} \times \frac{5}{4})$, $(\frac{15}{8} \times \frac{15}{8} \times \frac{7}{6})$ ou 48 : 92, 90, 105; et le total est 315. Or, suivant l'énoncé, le total est 2.205. Celui trouvé est donc trop petit d'un nombre de fois $= 2.205 : 315 = 7$; donc (N° 11) la première personne aura $48 \times 7 = 336$; la deuxième $72 \times 7 = 504$; la troisième $90 \times 7 = 630$, et la quatrième $105 \times 7 = 735$.

N° 538. Suivant le principe établi (N° 536), en représentant la somme qu'a reçue le premier par $\frac{1}{1}$, nous aurons pour les différentes sommes que les autres ont reçues les suites de fractions de fractions ci-après ; pour le premier $\frac{1}{1}$, pour le deuxième les $\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{1} = \frac{3}{2}$, pour le troisième les $\frac{4}{3}$ des $\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$, pour le quatrième les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{1} = \frac{2}{3}$, pour le cinquième les $\frac{2}{1}$ des $\frac{2}{3} = \frac{4}{3}$, et pour le sixième les $\frac{3}{2}$ des $\frac{3}{3} = \frac{9}{8}$; d'où, réduisant au même dénominateur, et supprimant le dénominateur commun, nous aurons les 6 nombres 24, 36, 48, 16, 32 et 27, dont le total $= 183$, et qui ont entre eux les rapports exigés par l'énoncé.

Mais en recevant chacun une somme = à celle du troisième, ils auraient entre eux $48 \times 6 = 288$ f., et ils recevraient $288 - 183 = 105$ f. de plus. Or, suivant l'énoncé, cette différence doit être de 315 ; donc elle est trop faible d'un nombre de fois = à $315 : 105 = 3$, et si sur 183 nous avons un surplus de 105, sur $183 \times 3 = 549$, nous en au-

rons un de $105 \times 3 = 315$ f.; d'où (N° II), pour tripler le total, nous multiplierons par 3 chacun des nombres qui l'ont formé ; ce qui (N° XXII) ne changera rien à leurs rapports respectifs, et nous aurons 72, 108, 144, 48, 96 et 81; en tout 549 pour les six nombres correspondant aux six sommes reçues par les 6 ouvriers; d'où en recevant chacun 144 f., ils recevraient $144 \times 6 = 864$, et ils auraient de plus $864 - 549 = 315$ f.

N° 539. Puisque les trois fontaines en coulant ensemble seraient 16 heures pour emplir le bassin, il est évident qu'elles emplissent $\frac{1}{16}$ du bassin par heure; donc, quelle que soit la portion d'eau fournie par chaque fontaine dans l'espace d'une heure, il faut que les trois portions réunies donnent un total = à $\frac{1}{16}$.

Or, suivant le rapport du temps établi, s'il fallait une heure à la première fontaine, il faudrait (N° 536) $\frac{2}{3}$ d'heure à la deuxième, et les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ heure à la troisième. Conséquemment, réduisant au même dénominateur, et supprimant ce dénominateur, nous aurons 6, 4 et 3 pour le nombre d'heures qu'il faudrait à chaque fontaine pour emplir le bassin, et (N° XXII) nos rapports n'auront pas été changés; donc, dans cette hypothèse, en une heure la première fournirait $\frac{1}{6}$ du bassin, la deuxième en fournirait $\frac{1}{4}$, la troisième en fournirait $\frac{1}{3}$, et à elles trois elles fourniraient $\frac{2}{12} + \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$; donc elles fourniraient plus d'eau que la question ne l'exige, et la fraction trouvée serait trop forte d'un nombre de fois = à $\frac{3}{4} : \frac{1}{16} = \frac{3}{4} \times \frac{16}{1} = \frac{48}{4} =$ 12. Mais (N° II) en divisant chacune des trois fractions qui ont formé le total $\frac{9}{12}$ par 12, nous aurons $\frac{2}{144} + \frac{3}{144} + \frac{4}{144}$. Le total sera divisé par 12, et il sera = à $\frac{9}{144}$ = à la plus simple expression $\frac{1}{16}$; alors (N° XXII) les rapports n'étant pas changés la première fontaine, en une heure, fournira $\frac{2}{144} = \frac{1}{72}$ du bassin; la deuxième en fournira $\frac{3}{144} = \frac{1}{48}$, et la troisième $\frac{4}{144} = \frac{1}{36}$; donc il faudrait à la pre-

mière 72 heures, à la deuxième 48 heures, et à la troisième 36 heures, pour emplir le bassin.

N° 540. Il est évident que plus 1 ouvrier a de force, moins il est de temps pour faire un ouvrage ; donc le nombre des jours que chaque ouvrier serait pour faire l'ouvrage est (N° XXII) en rapport inverse avec le rapport de leur force ; donc le rapport du temps que sera chaque ouvrier, comparé au temps que mettra le premier, sera comme 3 : 2, comme 2 : 1, comme 3 : 1, comme 6 : 1, et comme 9 : 2 ; donc s'il faut 3 jours au premier, il en faudra 2 au deuxième, 1 $\frac{1}{2}$ au troisième, 1 au quatrième, $\frac{1}{2}$ au cinquième, et $\frac{2}{3}$ au sixième, et en faisant disparaître les fractions nous aurons pour le temps qu'il faudrait, suivant les rapports établis par la question ; au premier 18 jours, au deuxième 12 j., au troisième 9 j., au quatrième 6 j., au cinquième 3 j., et au sixième 4 j. ; donc ils feraient chaque jour $\frac{1}{18}+\frac{1}{12}+\frac{1}{9}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2}{36}+\frac{3}{36}+\frac{4}{36}+\frac{6}{36}+\frac{12}{36}+\frac{9}{36}=\frac{36}{36}=\frac{1}{1}$. Or, suivant l'énoncé, ils n'en font qu'un quart ; donc par un raisonnement semblable à celui du numéro précédent, nous trouverons que la fraction $\frac{1}{1}$ est trop forte d'un nombre de fois $=$ à $\frac{1}{1}:\frac{1}{4}=4$, et qu'en divisant chacune des fractions trouvées par 4, nous aurons $\frac{1}{72}$, $\frac{1}{48}$, $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{16}$, dont le total sera $=$ à $\frac{1}{4}$; d'où nous déduirons que le premier ouvrier serait 72 jours pour faire l'ouvrage, le deuxième 48 j., le troisième 36 j., le quatrième 24 j., le cinquième 12 j., et le sixième 16 j.

N° 541. Première classe.

Quand 1 des premiers fait 1 toi., 1 des derniers en fait $\frac{3}{4}$; quand les 5 premiers font 5 toi., les 8 derniers en font $\frac{3}{4}\times 8=6$; donc, sur $5+6=11$ toi., les premiers en font 5 ;

sur 1 toi., ils en font 5 : 11 ;

sur 45 toi., ils en font $(5:11)\times 45$,

et un ouvrier en ferait $\frac{5\times 45}{11\times 5}=4$ toises $\frac{1}{11}$.

Deuxième classe.

Quand 1 des premiers fait 1 toi., 1 des dern. en fait $\frac{5}{5}$; quand les 11 prem. font 11 toi., les 9 dern. font $\frac{3}{5}\times 9 = \frac{27}{5}$; quand les prem. font 1 toi., les dern. en font $27 : (5\times 11) = \frac{27}{55}$. Maintenant si 1 des premiers fait 4 toi. $\frac{1}{11}$, 11 en feraient 4 $\frac{1}{11}\times 11 = 45$; dans le même temps, 9 des derniers en feraient $\frac{27}{55}\times 45 = 22$ toi. $\frac{1}{11}$, et les 20 ouvriers feraient $45 + 22\frac{1}{11} = 67$ toi. $\frac{1}{11}$; donc, tandis que les ouvriers de la première classe feraient 45 toises d'ouvrage, ceux de la deuxième en feraient 67 $\frac{1}{11}$.

N° 542. Quand le 1er fait une toise, le 2e en fait $\frac{4}{5}$;
quand le 1er fait une toise, le 3e en fait $\frac{5}{9}$;
quand le 1er fait une toise, le 4e en fait $\frac{5}{7}$.

Tandis que le 1.er fait 10 toises,
le 2e en fait $\frac{4}{5}\times 10 = \frac{40}{5} = 8$,
le 3e en fait $\frac{5}{9}\times 10 = \frac{50}{9} = 5\frac{5}{9}$,
le 4e en fait $\frac{5}{7}\times 10 = \frac{50}{7} = 4\frac{2}{7}$.

Total des toises faites, 27 $\frac{53}{63}$.

27 toises $\frac{55}{63}$ ont été payées 175,40. On a donc payé pour une $175{,}40 : 27\frac{55}{63} = \frac{175{,}40\times 63}{1.754} = 10\times 63 = 6{,}30$.

Maintenant nous trouverons que

le 1er a gagné par jour $\frac{6.30\times 10}{7} = 9$ f.,

le 2e a gagné par jour $\frac{6{,}30\times 8}{7} = 7$ f. 20,

le 3e a gagné par jour $\frac{6\ 30\times 5\frac{5}{9}}{7} = 5$,

le 4e a gagné par jour $\frac{6{,}30\times 4\frac{2}{7}}{7} = 3{,}85\frac{5}{7}$.

N° 543. Puisque ces ouvriers ont travaillé pendant le même temps, il est clair que la somme qu'ils ont reçue est proportionnée à l'ouvrage qu'ils ont fait, et plus ils ont fait d'ouvrage, plus d'argent ils ont reçu; donc le rapport de

l'ouvrage qu'ils ont fait est (N° XXII) direct avec le rapport de l'argent qu'ils ont reçu; donc il est comme 63; 50,40; 35 et 27 = à la plus simple expression $\frac{63}{63}$, $\frac{50.40}{63}$, $\frac{35}{65}$, $\frac{27}{63}$ = 1, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{9}$ et $\frac{3}{7}$; donc tandis que le premier ouvrier a fait 1 toise, le deuxième en a fait $\frac{4}{5}$, le troisième $\frac{5}{9}$, et le quatrième $\frac{3}{7}$.

N° 544. 20 ouvriers, pendant $15 \times 8 = 120$ heures, ont enlevé 45 toises; en 1 heure ils en enlèveraient $\frac{45}{120} = \frac{3}{8}$, et 1 ouvrier en 1 heure en enlèverait $\frac{\frac{3}{8}}{20} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{20} = \frac{3}{160}$.

25 ouvriers, dans 1 heure, en enlèveraient $\frac{3}{160} \times 25 = \frac{75}{160}$, et en $40 \times 10 = 400$ heures, ils en enlèveraient $\frac{75}{160} \times 400 = \frac{30.000}{160} = 187$ toises $\frac{1}{2}$.

Mais pour faire 187 toises $\frac{1}{2}$, il faudrait que la force des ouvriers et la dureté des terrains fussent égales de part et d'autre.

Or la force de la première troupe est à celle de la deuxième comme 6 : 7; donc elle est plus faible, et pendant que la première troupe n'enlève que 6 toises, la deuxième en enlève 7; donc, dans un temps égal, elle enlève $\frac{1}{6}$ de terre de plus; par conséquent pendant que la première troupe a enlevé 187 toises $\frac{1}{2}$, la deuxième en a enlevé $187\frac{1}{2} + \frac{187\frac{1}{2}}{6} = 218$ toises $\frac{3}{4}$.

Maintenant la dureté du premier terrain est à celle du deuxième comme 9 : 11; donc le premier terrain est plus facile à travailler, et dans un même temps, à force égale, la première troupe enlève 11 toises pendant que la deuxième n'en enlève que 9; par conséquent, tandis que la première troupe enlève 218 toises $\frac{3}{4}$, la deuxième en enlève 218 $\frac{3}{4}$ +

$\frac{218\frac{5}{4} \times 2}{12} = 178$ toises $\frac{45}{44}$.

N° 545 8 ouvriers en $15 \times 7 = 105$ heures ont fait $50 \times 4 \times 2 = 400$ mètres d'ouvrage, 1 ouvrier ferait dans le même temps $\frac{400}{80} = 5$ mètres, et en 1 heure il en ferait $\frac{5}{105} = \frac{1}{21}$.

Pour en faire $39 \times 7 \times 3 = 819$ mètres 1 ouvrier serait un nombre d'heures $=$ à $\frac{819}{\frac{1}{21}} = 819 \times \frac{21}{1} = 17.199$; il lui faudrait un nombre de jours $=$ à $\frac{17.199}{6} = \frac{5.733}{2}$, et il faudrait 45 fois moins de temps à 45 ouvriers $= \frac{5.733}{2 \times 45} = \frac{573,3}{9} = 63,7$. Mais la force d'un ouvrier de la première troupe est à celle d'un de la seconde comme 3 : 4; donc, tandis que les premiers font 3 mètres, les seconds en font 4; donc, pour n'en faire que 3, il leur faudrait $\frac{1}{4}$ de temps de moins, et s'il faut aux premiers 63 jours $\frac{8}{10}$, il ne faut aux seconds que $63\frac{7}{10} - \frac{63,7}{4} = 47,775$ jours.

D'un autre côté, la dureté du premier terrain est à celle du deuxième comme 5 : 6 ; donc ils seraient $\frac{1}{5}$ de temps de plus; donc, sur 47,775, ils seront $47,775 + \frac{47,775}{5} =$ 57 jours $\frac{33}{100}$.

N° 546. Quand il a perdu 9 f., il a retiré 25 f.;

quand il a perdu 1 f., il a retiré $\frac{25}{9}$

et en perdant 12.461, f. il a dû retirer $\frac{25 \times 12.461}{9} = \frac{311.525}{9} = 34.613$ f. 88 c. $\frac{8}{9}$.

Il avait donc mis 34.613 f. 88 c. $\frac{8}{9}$ + 12.461 f. = 47.074 f. 88 c. $\frac{8}{9}$.

N° 547. Pour 6ˢ on a 18 onces de pain,

pour 1ˢ on en a $\frac{18}{6} = 3$ onces,

pour 26# 3ˢ, ou 525ˢ on en aura $525 \times 3 =$ 1.575 onces; donc la mesure de blé fournit 1.575 onces de pain, et lorsqu'elle ne coûtera que 16#, ou 320ˢ, chaque once coûtera $\frac{1.575}{320}$, et pour 6ˢ on en aura un nombre d'onces = à $\frac{1.575 \times 6}{320} = 29$ onces $\frac{17}{32}$.

N° 548. En supposant que, dans le premier cas, les boulangers ne perdent ni ne gagnent, alors il faudra que le setier de blé fournisse autant de pain qu'il y a de fois 11ˢ dans 22# 10ˢ = $\frac{22\# \; 10ˢ}{11} = \frac{450}{11} = 40$ pains $\frac{10}{11}$.

Or, d'après le nouveau prix proportionnellement à l'ancien, il y a une différence en moins de 6ᵈ par pain; donc, pour rétablir la balance, il faudrait vendre le pain 16ˢ 6ᵈ, et en vendant le pain à ce prix, le setier qui en fournit 40 $\frac{10}{11}$, reviendrait à 16ˢ 6ᵈ $\times$ 40 $\frac{10}{11}$ = 33# 15ˢ = le prix demandé; d'où les boulangers, en le vendant 16ˢ, perdent 6ᵈ par pain, ce qui satisfait aux conditions de la question.

N° 549. Le raisonnement fait pour le numéro précédent nous conduira à trouver qu'un setier de blé fournit 40 pains $\frac{10}{11}$. Or, le blé valant 33# 15ˢ, chaque pain reviendra à $\frac{33\# \; 15ˢ}{40 \frac{10}{11}} = \frac{675ˢ \times 11}{450} = 16ˢ \frac{1}{2} = 16ˢ \; 6ᵈ$; mais le gouvernement a fixé chaque pain à $4 \times 4 = 16ˢ$; donc il y a une différence de 6ᵈ par pain au détriment des boulangers.

N° 550. Quand 1 des prem. fait 5 toi., 1 des dern. en fait 4; quand les 2 prem. font 10 toi., les 3 derniers en font 12; donc, sur 10 + 12 = 22 toi., les 2 premiers font 10 toi.,

sur 1 toi. ils en font $\frac{10}{22}=\frac{5}{11}$ toi.,

sur 33 toi. ils en font $\frac{33\times5}{11}=\frac{165}{11}=15$.

Mais ils sont deux, ils font donc chacun $\frac{15}{2}=7$ toises $\frac{1}{2}$, et pour en faire 60, il faudrait autant d'ouvriers qu'il y a de fois $7\frac{1}{2}$ dans ce nombre $=\frac{60}{7\frac{1}{2}}=\frac{120}{15}=8$.

N° 551. Quel que soit le nombre des ouvriers de la première troupe, représentons-le par $\frac{1}{1}$;

alors, pour faire 2.250 toi. en 15 j., de 9 heu. il a fallu $\frac{1}{1}$;

pour faire 1 toi. en 15 j., de 9 heu. il a fallu $\frac{1}{2.250}$

pour faire 1 toi. en 1 j., de 9 heu. il a fallu $\frac{15}{2.250}=\frac{1}{150}$

pour faire 1 toi. en 1 j., de 1 heu. il a fallu $\frac{9}{150}=\frac{3}{50}$

pour faire 3.420 toi. en 1 j., de 1 heu. il a fallu $\frac{3\times3.420}{50}$

pour faire 3.420 toi. en 27 j., de 1 h. il a fallu $\frac{3\times3.420}{50}=\frac{38}{5}$

pour faire 3.420 toi. en 27 j., de 6 h. il a fallu $\frac{38}{5\times6}=\frac{19}{15}$

donc la deuxième troupe est = aux $\frac{19}{15}$ de la première ; conséquemment les $\frac{19}{15}+\frac{15}{15}=\frac{34}{15}$ de la première troupe d'ouvriers $=748$; $\frac{1}{15}=\frac{748}{34}$ et $\frac{15}{15}=\frac{748\times15}{34}=330$; donc il y en a dans la deuxième $748-330=418$.

N° 552. La première section a fait un nombre de lettres $=56\times54\times480\times6\times8$, et un copiste en a fait en une heure un nombre $=\frac{56\times54\times480\times6\times8}{24\times90\times8}=(56\times18\times4)=4.032$.

La seconde section doit faire un nombre de lettres $=80\times$

$84 \times 800 \times 4 \times 9$; donc, toutes choses d'ailleurs étant égales, pour faire cette quantité, il faudrait à 30 copistes, qui travailleraient 6 heures par nuit, un nombre de nuits $= \frac{80 \times 84 \times 800 \times 4 \times 9}{4.032 \times 30 \times 6} = \frac{800}{3}$.

Mais, suivant les différens rapports établis à l'énoncé, la vitesse des premiers est à celle des seconds comme $4 : 5$; donc les premiers vont moins vite, et conséquemment les seconds doivent employer moins de temps pour faire un même ouvrage; donc, en rapport à leur vitesse, au lieu de mettre $\frac{800}{3}$ nuits pour faire la copie, il ne leur faudrait que les $\frac{4}{5}$ de ce nombre $= \frac{800 \times 4}{3 \times 5}$; et en raisonnant de même, pour les quatre autres rapports indiqués, nous aurons définitivement ces dernières expressions $\frac{800 \times 4 \times 6 \times 5 \times 6 \times 7}{3 \times 5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 8}$ $= 80 \times 2 = 160 =$ le nombre de nuits demandé.

Nous avons séparé les diverses opérations afin de mieux faire comprendre les raisons qui les font faire; mais il est facile de s'apercevoir que, dans tous les cas, et par les mêmes raisonnemens, on peut indiquer toute l'opération d'une fois. Dans le cas présent, nous aurions eu $\frac{80 \times 84 \times 800 \times 4 \times 9 \times 4 \times 6 \times 5 \times 6 \times 7}{(56 \times 18 \times 4) \times 30 \times 6 \times 5 \times 7 \times 6 \times 5 \times 8}$ = à la plus simple expression $80 \times 2 = 160$.

Questions dont les solutions exigent qu'on remonte des derniers résultats aux premiers.

N° 553. $3^s = 12$ liards; donc il y avait 12 ouvriers, et ils avaient en entrant chez le marchand d'eau-de-vie $3 + 15 = 18^s$. Avant le deuxième écot ils avaient $18 + 42 = 60^s$,

et avant le premier ils avaient $60^{d}+6^{\#}=60+120=180^{d}$; d'où il résulte qu'ils avaient chacun une pièce $=$ à $180:12=15^{d}$.

N° 554. Après la troisième spéculation les fonds sont diminués de $\frac{5}{7}$; donc (N° xx) ces $\frac{5}{7}=$ les $\frac{3}{4}$ de la somme restante; donc ils égalent $440\times\frac{3}{4}=110\times3=330$, et le marchand avait avant de la commencer $440+330=770$ f.

Après la deuxième, les fonds sont augmentés de $\frac{5}{8}$; mais (N° xx) les $\frac{5}{8}=$ les $\frac{5}{11}$ de la nouvelle somme; donc il avait avant $770-770\times\frac{5}{11}=560$ f.

Après la première, les fonds sont augmentés de $\frac{2}{5}$, et (N° xx) ces $\frac{2}{5}$ étant égaux aux $\frac{2}{7}$ de la nouvelle somme, il avait $560-560\times\frac{2}{7}=400$ f. On eût pu dire aussi : puisqu'après la première spéculation le fonds a été augmenté de $\frac{2}{5}$, il était de $\frac{5}{7}$; à la deuxième, il était de $\frac{5}{7}+\frac{5}{8}$ des $\frac{5}{7}=\frac{77}{40}$; à la troisième, il ne lui restait que $\frac{77}{40}-\frac{5}{7}$ des $\frac{77}{40}=\frac{44}{40}$. Or il lui reste 440 f.; donc $\frac{1}{40}=440:44=10$, et $\frac{40}{40}=400$ f. $=$ la somme qu'il avait.

N° 555 Si le père n'eût pas rendu $6^{\#}$ il lui serait resté $38+6=44^{\#}$, et ces $44^{\#}$ auraient été le double de ce qu'il avait avant qu'on ne lui eût doublé son troisième reste; donc il avait $44:2=22$ f. En appliquant ce raisonnement pour les trois restes successifs, en rétrogradant nous aurons la somme primitive; alors $22^{\#}$ viendront de $22+6:2=14^{\#}$; 14 viendront de $14+6:2=10^{\#}$, et $10^{\#}$ viendront de $10+6:2=8^{\#}=$ Ce que le père avait dans sa bourse.

Après avoir donné $12^{\#}$ le fils n'a plus rien; donc la dernière somme qu'on lui a doublée $=6^{\#}$, qui venaient de $6+12:2=9$, qui venaient de $9+12:2=10^{\#}\ 11^{d}$, qui venaient de $10^{\#}\ 10^{d}+12:2=11^{\#}\ 5^{d}$; donc le père avait $8^{\#}$, et le fils $11^{\#}\ 5^{d}$.

N° 556. Avant de faire son dernier don, le bonhomme n'avait que 6 f., et ces 6 f venaient du double de son deuxième reste; donc ce reste était de $6:2=3$ f. f. Après son deuxième don il lui restait 3 f., et il avait avant de le

faire $3 + 6 = 9$, qui était le double de son premier reste ; par conséquent il ne lui restait que $9 : 2 = 4\frac{1}{2}$; d'où il résulte qu'il avait $4\frac{1}{2} + 6 : 2 = 5$ f. $\frac{1}{4}$.

N° 557. En raisonnant comme au (N° 555) nous trouverons que $(4 + 1\frac{1}{2}) \times 2 = 11 =$ le nombre de poires qui restait à la marchande avant la troisième vente ; que $(11 + 1) \times 2 = 24 =$ le nombre restant avant la deuxième, et qu'enfin $(24 + 1) \times 2 = 50 =$ le nombre qu'elle avait avant la première.

N° 558. Puisqu'après son troisième marché il ne reste rien à la marchande, elle avait (N° 555) $0 + \frac{1}{2} \times 2 =$ 1 œuf ; avant de faire le deuxième elle en avait $1 + \frac{1}{2} \times 2 = 3$, et avant de faire le premier elle en avait $3 + \frac{1}{2} \times 2 = 7$.

N° 559. Le marchand ayant doublé ses fonds dans son dernier voyage, il avait en partant pour ce voyage $(1.268 + 6.060 + 3.600) : 2 = 10\,928 : 2 = 5.464^{\#}$; mais cette somme était composée de $(2\,925 - 386) +$ ce qu'il avait avant l'opération ; donc $5.464 - 2.539 = 2.915 =$ ce qu'il avait en partant pour son troisième voyage. Or, comme dans sa deuxième opération il a triplé ses fonds, il avait en partant pour son deuxième voyage $(2\,925 + 225) : 3 = 1.050^{\#}$; d'où il résulte que $(1.050^{\#} + 150) : 2 = 600^{\#} =$ la somme qu'il avait en partant la première fois ; donc il a eu de bénéfice net $3.600^{\#}$ qu'il a rapportées $- 600^{\#} = 3.000^{\#}$.

N° 560. En se mettant au jeu les deux gagnans n'avaient que $48 : 2 = 24^{\#}$, en le quittant ils en ont 48. Ils ont donc gagné $24 + 24 = 48^{\#}$. Mais ces $48^{\#}$ sont la perte du troisième joueur. Il avait donc en se mettant au jeu $48 + 48 = 96^{\#}$.

N° 561. Avant de commencer la troisième partie l'argent des joueurs était (N° 556) $96^{\#}$, $24^{\#}$ et $24^{\#}$; mais ayant perdu chacun une partie, il est évident que celui qui a perdu la troisième n'a pu perdre la deuxième ; donc c'est l'un des deux autres qui l'a perdue, et puisqu'ils ont

tous deux la même somme, quel que soit celui qu'on désignera, il en résultera que les deux gagnans avaient avant de la commencer, l'un 96 : 2 = 48, l'autre 24 : 2 = 12, et que le perdant avait 24 + 48 + 12 = 84#. Suivant le même raisonnement, la première partie n'a pu être perdue que par celui qui a gagné dans les deux autres; donc elle a été perdue par le joueur à qui il reste 12#; conséquemment les deux gagnans n'avaient avant de la commencer que, l'un 84 : 2 = 42; l'autre 42 : 2 = 24, et le perdant avait 12 + 42 + 24 = 78#, et ce dernier résultat détermine les nombres demandés.

Dans les 3 parties les trois chances ayant été égales, et les sommes seulement étant changées, il est évident que l'énoncé était toujours celui du No 560; et il s'agissait à chaque fin de partie de déterminer les sommes qu'avaient les 3 joueurs avant de la commencer.

No 562. Suivant l'énoncé, le bénéfice à la fin de chaque année est égal au tiers de la somme existante au commencement de la même année, après en avoir retiré 1.000 f. Or (No xx) le tiers d'une somme ajouté à elle-même devient le quart du nouveau produit; donc le marchand avait au commencement de la troisième année les $\frac{3}{4}$ de ce qu'il avait à la fin + 1.000 f.; au commencement de la deuxième il avait les ($\frac{3}{4}$ des $\frac{3}{4}$) + les $\frac{3}{4}$ de 1 000 f. + 1.000 f. = les $\frac{9}{16}$ + 1.750 f.; au commencement de la première, les ($\frac{3}{4}$ des $\frac{9}{16}$ + les $\frac{3}{4}$ de 1.750) + 1 000 f. = les $\frac{27}{64}$ + 2.312 f. $\frac{1}{2}$. Mais les $\frac{27}{64}$ de la dernière somme qui était doublée = les $\frac{27}{32}$ de la première somme; donc la première somme mise par le marchand = les $\frac{27}{32}$ de cette même somme + 2.312 $\frac{1}{2}$; 2.312 $\frac{1}{2}$ = $\frac{32}{32}$ — $\frac{27}{32}$ = $\frac{5}{32}$, et $\frac{32}{32}$, ou la somme demandée = 2.312 $\frac{1}{2}$: 5 × 32 = 15.800 f. En effet,

1re année (14.800—1.000) + (14.800—1.000 : 3 = 18.400;
2e année (18.400—1.000) + (18.400—1.000) : 3 = 23.200;
3e année (23.200—1.000) + (23.200—1.000) : 3 = 29.600.
14.800 × 2 = 29.600. Il a gagné la première année 3 800

: 3 = 4.600 ; la deuxième 17.400 : 3 = 5.800 ; la troisième 22.200 : 3 = 7.400 f. ; 4.600 + 5.800 + 7.400 = 17.800 , et 14.800 + 3.000 f. de dépenses = 17.800.

Questions qui ont plusieurs ou une infinité de solutions.

N° 563. Si la différence des prix de transport était 1 f., que le commissionnaire n'eût porté que 18 vases de chaque grandeur, et qu'il eût cassé les grands, il eût dû rembourser 18 f. Or il en reçoit au contraire 12 ; donc, dans ce cas, 16 petits vases qu'il a porté de plus lui font une différence de 18 f. qu'il aurait dû donner + 12 qu'il reçoit, d'où il résulte que le prix du transport d'un petit vase serait de 30 : 16 = 1 f. $\frac{7}{8}$, et celui d'un grand 1 f. $\frac{7}{8}$ + 1 f. = 2 $\frac{7}{8}$. Ce problème est susceptible d'une infinité de solutions, et les prix du transport varieront suivant les suppositions faites ; si l'on eut pris 2 f. pour la différence, on aurait eu suivant notre raisonnement 36 + 12 = 48 ; 48 : 16 = 3 = le prix d'un petit vase, et 3 + 2 = 5 = le prix d'un grand, etc.

N° 564. Suivant l'énoncé, la somme empruntée a été triplée, divisée par 2, et multipliée par $\frac{2}{3}$; en la représentant par l'unité nous aurons $(1 \times 3 : 2) \times \frac{2}{3} = (3 \times 2) : (2 \times 3) = 1$; donc, quelle que soit cette somme, à la fin des trois parties elle était la même qu'au commencement ; donc le joueur en quittant avait la même somme, plus l'argent avec lequel il a payé à dîner à son ami. Or, les 18 f. gagnés au premier coup ont été divisés par 2, et multipliés par $\frac{2}{3}$, ils ont donc été réduits à $(18 \times 2) : \frac{2}{3} = 6$ f.

Ce problème est susceptible d'une infinité de solutions relativement à la somme empruntée, puisque les opérations qu'elle subit ne changent rien à sa valeur, et qu'à la fin de la partie on la rend à celui qui l'a prêtée ; mais dans toutes les suppositions le gain sera toujours 6 f.

N° 565. En opérant sur de petits nombres pour abréger les calculs, nous dirons : Si le père avait 4 ans, le fils en aurait 1, et la différence des âges serait 3. Mais quelle que soit l'époque à laquelle le père n'aurait que le triple de

l'âge du fils, chaque âge serait augmenté également ; donc, (N° 111) la différence des âges serait toujours 3, et l'âge du fils, à cette époque, serait de $3 : 2 = 1$ an $\frac{1}{2}$, et celui du père de $1\frac{1}{2} \times 3 = 4\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} + 3$; d'où il résulte que $4\frac{1}{2} - 4 = \frac{1}{2} =$ l'augmentation du total. Or, $\frac{1}{2}$ est le huitième de 4 ou la moitié de 1; donc, quel que soit l'âge du père et celui du fils, lorsque celui du premier est le quadruple de l'autre, il faut, pour qu'il ne soit que le triple, qu'il s'écoule un nombre d'années = au huitième de l'âge du père, ou à la moitié de l'âge du fils; donc ce problême est susceptible d'une infinité de solutions, et les années qui devront s'écouler varieront suivant les âges supposés du père et du fils.

Si le père avait 32 ans et le fils 8, l'âge du père serait triple après un temps $=$ à $32 : 8 = 4 = 8 : 2$; alors le père aurait $32 + 4 = 36$, et le fils $8 + 4 = 12$, etc.

N° 566. Le premier nombre étant 12, les $\frac{5}{9}$ du deuxième seraient 9; $\frac{1}{9}$, serait $9 : 5$, et $\frac{9}{9}$ seraient $9 : 5 \times 9 = 16\frac{1}{5}$.

Ce problême a une infinité de solutions. L'on peut supposer, pour le premier nombre, telle somme que l'on voudra, et la formule que nous avons employée conduira toujours à un résultat qui remplira les conditions du problême.

N° 567. 79 n'étant divisible ni par 3, ni par 5, il est évident que chaque personne a dû recevoir des pièces de 5# et de 3#, et chaque somme de 79# a été formée de deux autres sommes, dont l'une était le produit des pièces de 3#, et l'autre celui des pièces de 5#; donc le produit des pièces de 5# est divisible exactement par 5, et celui des pièces de 3# l'est par 3.

Ceci bien conçu, nous résoudrons facilement la question; car il s'agira seulement de partager successivement 79 en deux portions, dont l'une soit divisible par 5, et l'autre par 3.

Retranchons d'abord 4 de 79, nous aurons 75, qui sera divisible par 5, mais 4 ne le sera pas par 3; donc ces deux nombres ne rempliront pas les conditions. Mais avec un

peu d'attention on verra que, pour que le premier nombre reste divisible par 5, on ne peut en retrancher un nombre plus petit que ce diviseur : c'est pourquoi, en retranchant successivement le nombre de la première somme pour le joindre à la seconde, autant de fois le deuxième produit sera divisible par 3, autant de solutions différentes on aura.

$75-5=70$; $4+5=9$; donc, pour la première solution, on a 14 pièces de $5^{\#}$, et 3 de $3^{\#}$. Mais, suivant ce que nous avons dit plus haut, chaque somme qu'on ajoutera à ce deuxième nombre devra, pour remplir les conditions, être divisible par 3, et cette somme sera un multiple de 5. Or, le plus petit multiple de 5 divisible par $3=5\times3=15$; donc nous trouverons les autres solutions en retranchant successivement 15 du premier nombre pour le joindre au deuxième. En effet,

$(70-15=55;\ 9+15=24)$; $(55-15=40.\ 24+15=39)$; $(40-15=25.\ 39+15=54)$; $(25-15=10.\ 54+15=69)$. On voit que cette solution est la dernière, car il n'est pas possible de retrancher 15 de 10.

Donc, la 1[re] per. a eu	14 pièces de $5^{\#}+3$ de $3^{\#}$;	en tout $79^{\#}$;
la 2[e]	11 pièces de $5^{\#}+8$ de $3^{\#}$;	en tout 79;
la 3[e]	8 pièces de $5^{\#}+13$ de $3^{\#}$;	en tout 79;
la 4[e]	5 pièces de $5^{\#}+18$ de $3^{\#}$;	en tout 79;
la 5[e]	2 pièces de $5^{\#}+23$ de $3^{\#}$;	en tout 79.
Totaux,	40 pièces de $5^{\#}+65$ de $3^{\#}=$	$395^{\#}$.

Sans la dernière condition, ce problême aurait une autre solution, et chaque personne aurait reçu un nombre égal de pièces; car $40\times5+65\times3=395^{\#}=$ la somme qu'il y a en caisse; donc le payeur paiera autant d'individus qu'il y a de fois 79 dans cette somme $=395:79=5$; donc chacun aura la cinquième partie des 40 pièces de $5^{\#}$, et la cinquième partie des 65 pièces de $3^{\#}$; donc chacun aura $\frac{40}{5}=8$ pièces de $5^{\#}+65:5=13$ pièces de $3^{\#}=79^{\#}$.

N° 568. Quel que soit le nombre d'œufs contenu dans le premier panier, en le supposant 3 fois plus fort, il est évident que, dans tous les cas, ce nombre $+7:5$ sera $=$ au nombre contenu dans le second; donc, en admettant des nombres fractionnaires, quel que soit le nombre supposé, il remplira les conditions. Mais, dans notre question, nous ne pouvons admettre aux résultats que des nombres entiers et positifs, car un œuf ne se partage pas; donc le nombre supposé 3 fois plus fort devra être divisible par 3, et étant joint à 7, il devra l'être par 5. Or le plus petit nombre qui remplisse ces conditions est 3; donc $(3+7):5=2=$ le nombre contenu dans le deuxième panier, et $\frac{3}{3}=1=$ celui contenu dans le premier.

Maintenant le plus petit nombre après 3 qui remplisse la condition est 18, et, dans ce cas, nous aurons $(18+7):5=5=$ le nombre d'œufs contenu dans le deuxième panier, et $18:3=6=$ celui contenu dans le premier; donc autant de fois on ajoutera successivement 15 (qui est le plus petit nombre divisible par 3 et par 5) au dernier nombre supposé, autant de solutions différentes on aura; donc ce problême est susceptible d'une infinité de solutions.

N° 569. Puisqu'après la distribution, chacune des neuf Muses et des trois Grâces a le même nombre de couronnes, et qu'auparavant les neuf Muses en avaient aussi chacune un nombre égal, il est clair que les trois Grâces en ont reçu au moins 9; car, en recevant tout autre nombre plus petit, une ou plusieurs Muses auraient dû n'en pas donner, et alors l'égalité aurait été détruite.

Or, si les Grâces ont reçu 9 couronnes, elles en ont chacune 3; et, suivant l'énoncé, il doit en rester autant à chacune des Muses; donc le total $=(3\times3)+(9\times3)=9+27=36$; d'où puisqu'après avoir donné une couronne il en reste 3 à chacune des Muses, chacune en avait $3+1$

$= 4$, et $4 \times 9 = 36 =$ la totalité. Mais si elles en eussent donné chacune 2, les Grâces en auraient reçu 18, et en auraient eu chacune 6; alors les Muses auraient dû en avoir $6 + 2 = 8$, et le total des couronnes eût été $8 \times 9 = 72 = (6 \times 3) + (6 \times 9)$. Maintenant si on fait attention que dans les deux cas précédens les Muses, en donnant 9 et 18 couronnes, ont donné le quart de ce qu'elles avaient, on verra que le nombre de couronnes des Muses, quel qu'il soit, doit être divisible par 9; alors nous pourrons en conclure que tous les nombres divisibles par 4 et par 9 (ce qui revient à $4 \times 9 = 36$) satisferont aux conditions; d'où si 36 et ses multiples satisfont aux conditions demandées, le problême est susceptible d'une infinité de solutions.

Dans les démonstrations ci-dessus, nous avons supposé que les nombres devaient être entiers; mais il est aisé de voir que, si on admettait les fractions, tous les nombres, quels qu'ils soient, rempliraient les conditions.

Supposons que les Muses avaient entre elles 12 couronnes; puisqu'elles en ont chacune le même nombre lorsque les trois Grâces sont réunies à elles, il est évident qu'elles en auraient une chacune; alors les 9 muses auraient donné chacune la neuvième partie de $3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ de couronne; donc avant elles en avaient eu $1 \frac{1}{3}$, et au total $1 \frac{1}{3} \times 9 = 12$; mais après en avoir donné $1 \frac{1}{3}$, il ne leur en resterait plus qu'une; et les Grâces, ayant reçu 9 fois $\frac{1}{3}$, auraient chacune $\frac{3}{3}$ de couronne $= 1$, etc.

N° 570. Le nombre qui satisfait à cette question ne peut être plus petit que $6 + 4 = 10$, puisqu'en le divisant par 6 il doit rester 4; d'un autre côté, si le nombre 10 ne satisfait pas aux conditions, il doit être augmenté, et il ne peut l'être que du nombre 6 ou d'un de ses multiples: ce qui est évident; car tout autre nombre qu'on ajouterait, le résultat étant divisé par 6, ne donnerait plus 4 pour reste.

Ce principe établi, voyons d'abord si le nombre 10, qui remplit une des conditions du problême, remplit aussi les

autres : en divisant 10 par 5 il ne reste rien; donc le nombre 10 n'est pas celui cherché.

Essayons la division sur $10+6=16$. En divisant 16 par 5 il reste 1, et par 4 il ne reste rien; donc ce nombre remplit les conditions, et il pourrait être celui demandé..

Si le nombre des moutons était tel qu'en le divisant par 6, par 4 et par 5, il ne restât rien à chaque fois, il suffirait de multiplier ces trois nombres l'un par l'autre pour avoir un résultat qui remplirait les conditions. De même, ce résultat, multiplié par quelque nombre que ce soit, aurait la même propriété; donc, si au nombre 16 que nous avons trouvé, qui, étant divisé par 6, par 5 et par 4, donne successivement les restes 4, 1 et 0, on ajoute un autre nombre, qui, étant divisé par 6, 5 et 4, ne donne aucun reste, on ne changera rien au résultat, et la somme de ces deux nombres donnera successivement pour reste les quantités demandées; donc notre problême est susceptible d'une infinité de solutions; car $(6\times5\times4)+16=136$, et le nombre 136 satisfait aux conditions comme 16.

Supposons qu'à 16 on veuille ajouter 360 produit de $(6\times5\times4)\times3$, on aura $360+16=376$, nombre qui remplit aussi toutes les conditions.

N° 571. Du raisonnement fait pour le problême précédent, nous pourrons conclure que le nombre demandé ne peut être au-dessous de $15+7=22$, et qu'on ne pourra y ajouter que 15, ou un des ses multiples. Mais 22 divisé par 14 donne un reste de 8, et il devrait être de 11; donc le nombre 22 ne remplit pas les conditions, et nous essaierons $22+15=37$. Or 37 divisés par 14 donnent un reste de 9; donc le nombre 9 n'est pas encore celui cherché. Mais si nous faisons attention que 15 d'augmentation au dividende ont augmenté le reste d'un, nous pourrons en conclure qu'il faudra augmenter 22 d'autant de fois 15 qu'il faudrait ajouter d'unités au nombre 8 pour l'égaler au nombre 11; ce qui revient à augmenter 22 de $15\times3=45$; d'où 22 +

45 = 67, et le nombre 67 remplit non-seulement les deux premières conditions, mais encore les deux dernières. Or nous voyons que le nombre de moutons est au-dessous de 100; donc il ne peut être que 67; car (N° 570) le nombre qui remplirait les conditions après $67 = 67 + (15 \times 14 \times 13 \times 11) = 30.067$.

Il serait possible que le nombre trouvé satisfît aux deux premières conditions sans satisfaire aux autres; alors le raisonnement fait pour trouver le premier nombre servirait pour trouver les autres.

N° 572. Dans cette question le raisonnement est beaucoup plus simple que dans les deux précédentes; car il s'agit seulement de multiplier successivement l'un par l'autre 8, 7, 6, et d'ajouter au produit 336 le nombre 5; alors il est clair qu'en divisant ce nombre ou par 8, ou par 7, ou par 6, on aura toujours pour reste les 5 qu'on a ajoutés : cette opération donnera 341; et comme (N° 570) le plus petit nombre, après 341, qui remplirait les trois premières conditions serait $341 + 336 = 677$, et que le nombre demandé est au-dessous de 400, ce nombre = 341. En effet, en divisant ce nombre ou par 8, ou par 7, ou par 6, il reste 5, et en le divisant par 11, il ne reste rien.

N° 573. Celui qui doit ne donnant que des pièces de 5#, la somme qu'il donnera sera nécessairement divisible par 5; mais pour le surplus il recevra des pièces de 6#; donc, à la somme qu'il doit, sera jointe une autre somme qui sera divisible par 6.

La somme donnée en paiement devra donc être divisible par 5, et celle qu'on rendra devra l'être par 6, et le surplus ne pourra être que de 6, ou d'un de ses multiples; c'est pourquoi, en ajoutant successivement 6 à 41, jusqu'à ce que le produit soit divisible par 5, on aura le plus petit nombre qui remplira les conditions, donc $41 + 6 = 47$; $47 + 6 = 53$, $53 + 6 = 59$, $59 + 6 = 65$; conséquemment,

pour la première solution on aura donné $\frac{65}{5} = 13$ pièces de 5#, on aura rendu $65 - 41 = 24\# = 24 : 6 = 4$ pièces de 6#. En raisonnant comme au numéro précédent, nous verrons que le plus petit multiple de 5 qui soit divisible par $6 = 5 \times 6 = 30$; donc autant de fois on ajoutera 30 aux produits successifs, autant de solutions différentes on aura; donc ce problême est susceptible d'une infinité de solutions.

N° 574. Suivant l'énoncé, les hommes ont payé entre eux $72 : 2 = 36$, et les femmes en ont payé autant. Or les sommes payées sont le produit des nombres d'hommes et de femmes multipliés par la somme qu'ils ont dépensée chacun; donc, quelles que soient les sommes dépensées, elles doivent diviser exactement 36. Or, des diviseurs exacts de 36, il n'y a que 1 et 4, 3 et 6, 6 et 9, et 9 et 12, qui aient entre eux la différence exigée par l'énoncé; donc ce problême a quatre solutions, et, suivant la première, il y aurait $\frac{36}{3} = 12$ hommes, qui payeraient 3 f.; 36 femmes qui en paieraient 1; et, en tout, ils paieraient 72 f. Suivant la deuxième, il y aurait $36 : 6 = 6$ hommes, qui paieraient 6 f.; $36 : 3 = 12$ femmes, qui en paieraient 3; et, en tout, ils paieraient 72 f., etc., etc.; donc ce problême est indéterminé.

N° 575. Quoique cette question se rapporte aux deux précédentes, et qu'on en donnerait la solution d'après les mêmes principes, nous emploierons pour la résoudre un autre raisonnement, plus simple, plus facile, et qui sera applicable à toutes les questions du même genre.

Si la fermière eût acheté une poule et un poulet, elle aurait donné $36^s + 30^s$, et elle eût donné 6^s de moins pour un poulet que pour une poule. Si la différence, au lieu d'être de 6^s, était de 24^s, en retranchant de la somme donnée pour le prix des poules le prix d'une, il se trouverait que la somme donnée pour le paiement des poulets

serait, comme l'exige l'énoncé, de 12^{s} plus forte que celle donnée pour les poules. Or il est facile d'amener la question à ce point : car, dans ce cas, il faudrait que la différence fût 4 fois plus forte; donc (N° v) en multipliant 36 et 30 par 4, on aura 144 et 120; alors la fermière aurait acheté 4 poules, 4 poulets, et elle aurait donné 24^{s} de moins pour les poulets que pour les poules. Or, suivant ce que nous avons dit, en retranchant 36^{s} du prix des poules, elle n'en aura que 3 qui lui coûteront $36 \times 3 = 108^{s} = 144 - 36$; elle aura 4 poulets qui lui coûteront 120^{s}, et elle aura donné 12^{s} de plus pour les poulets que pour les poules; donc les nombres que nous avons trouvés remplissent les conditions de la question.

Maintenant si la différence de la somme donnée pour les poules était de 48^{s} au lieu d'être de 12, il suffirait d'ajouter au prix donné pour les poules le prix d'une, pour que cette différence ne fût plus que de 12; donc ce problême est susceptible d'une infinité de solutions : car, en multipliant successivement les derniers résultats trouvés par 4, et en ajoutant 36 au prix des poules, on aura des nouveaux nombres qui rempliront les conditions.

En effet,

$$120 \times 4 = 480; (108 \times 4) + 36 = 468;\ 480 - 468 = 12.$$

Dans ce cas, la fermière a acheté $480 : 30 = 16$ poulets, et $468 : 36 = 13$ poules, etc.

N° 576. Puisque chaque paysanne a vendu des œufs à 3^{s} et à 2^{s}, il est évident que le nombre qui satisfera à la question ne peut être au-dessous de 71, et, dans ce cas, la paysanne qui a 35 œufs en aura vendu 34 à 2^{s}, et 1 à 3^{s}. Ceci posé, admettons que la somme apportée par chaque paysanne $= 71^{s}$: dans ce cas, il faudra que chacune d'elles fasse 71^{s} en vendant des œufs à 3^{s} et à 2^{s}; donc, suivant le principe établi (N° 425) nous aurons :

Pour la première paysanne $\frac{(3 \times 24) - 71}{3 - 2} = 1 =$ le

nombre d'œufs à 2^{s} qu'elle doit vendre, et $24-1=23=$ celui à 3^{s}.

Pour la deuxième $\frac{(3\times25)-71}{3-2}=4=$ le nombre d'œufs à 2^{s}, et $25-4=21=$ celui à 3^{s}.

Pour la troisième $\frac{(3\times30)-71}{3-2}=19=$ le nombre d'œufs à 2^{s}, et $30-19=11=$ celui à 3^{s}.

Pour la quatrième $\frac{(3\times35)-71}{3-2}=34=$ le nombre d'œufs à 2^{s}, et $35-34=1=$ celui à 3^{s}.

En effet ;

1re paysanne $(23^{s}\times3)+(1^{s}\times2)=71^{s}$;
2e $(21^{s}\times3)+(4^{s}\times2)=71^{s}$;
3e $(11^{s}\times3)+(19^{s}\times2)=71^{s}$;
4e $(1^{s}\times3)+(34^{s}\times2)=71^{s}$.

Maintenant prouvons que non-seulement le nombre que nous avons trouvé ne pouvait être plus petit, mais encore qu'ils devaient remplir les conditions; et que, s'il ne les eût pas remplies, le problême n'eût pas eu de solutions; ce qui est évident, car, pour ne pas remplir les conditions, il faudrait qu'il fût trop fort comparativement au plus petit des autres.

Supposons que la première paysanne ait 23 œufs : en les vendant 3^{s} elle aurait 69^{s}, et il lui en faut 71; donc il faudrait qu'elle augmentât sa somme : ce qui est impossible, puisqu'elle a vendu tous ses œufs au plus haut prix, ou que la dernière diminuât la sienne : ce qui est de même impossible.

Mais si le plus petit nombre des 4 eût été 26, par exemple, le nombre 71 eût rempli de même les conditions, et le problême eût eu plusieurs solutions.

N° 577. En n'admettant que des nombres entiers dans cette solution, puisque le plus petit diviseur commun aux

4 quantités de poires est 5, il est évident que la différence des prix ne peut être que 5.

Or, les plus petits nombres dans ce cas sont 1 et 6. Suivant ces prix, si le premier qui a le plus fort nombre en a vendu 49 à 1^d, et 1 à 6^d, elle a reçu 55^d, et cette somme sera (N° 576) la plus petite qu'elle pourra recevoir en en ayant des deux qualités; donc chaque paysanne rapporterait 55^d pour le produit de la vente de ses poires à 1^d et à 6^d; donc, suivant l'un des principes établis (N° 425) nous aurons :

Pour la première paysanne $\frac{55-(1\times50)}{6-1}=1=$ le nombre de poires vendu à 6^d, et $50-1=49=$ celui vendu à 1^d.

Pour la deuxième $\frac{55-(1\times45)}{6-1}=2=$ le nombre de poires vendu à 6^d, et $45-2=43=$ celui vendu à 1^d.

Pour la troisième $\frac{55-(1\times40)}{6-1}=3=$ le nombre de poires vendu à 6^d, et $40-3=37=$ celui vendu à 1^d.

Pour la quatrième $\frac{55-(30\times1)}{6-1}=5=$ le nombre de poires vendu à 6^d, et $30-5=25=$ celui vendu à 1^d. Mais $49+43+37+25=154=$ la quantité de poires de la qualité inférieure; et, suivant l'énoncé, elle doit être de 126; donc les quantités que nous avons trouvées remplissent une partie des conditions, mais ne remplissent pas la dernière, qui détermine la solution. Or nous savons que le premier produit 55 ne peut être plus petit, et que la différence des prix est 5; donc, si nous augmentons chacun des prix supposés d'une unité, la différence sera toujours 5, et nous aurons par ce moyen un nouveau résultat qui, s'il n'est pas le véritable, nous mènera sûrement à le découvrir. Notre nouvelle supposition nous donnant 2 et 7, la pre-

mière vendant 49 poires à 2^d et 1 à 7^d, aura 105^d, et pour les trois autres, nous aurons successivement :

$\frac{105-(45\times 2)}{7-2}=3=$ le nombre de poires à 7^d que doit vendre la deuxième, et $45-3=42=$ celui qu'elle doit vendre à 2^d.

$\frac{105-(40\times 2)}{7-2}=5=$ le nombre de poires à 7^d que doit vendre la troisième, et $40-5=35=$ celui qu'elle doit vendre à 2^d.

$\frac{105-(30\times 2)}{7-2}=9=$ le nombre de poires à 7^d que doit vendre la quatrième, et $30-9=21=$ celui qu'elle doit vendre à 2^d.

Alors il y aura $49+42+35+21=147$ poires de la qualité inférieure; donc le résultat n'est pas encore suivant l'énoncé; mais si nous faisons attention que le premier étant de 154, et devant être de 126, il y avait une différence de 28, et que, dans le second, il n'y en a qu'une de $154-147=21$; ce qui diminue la différence de 7, nous pouvons en conclure que si 1 d'augmentation à chacun des deux nombres supposés a diminué la différence de 7, autant de fois il y aura 7 dans 28, autant d'unités il faudra ajouter à ces mêmes nombres pour la faire disparaître en entier; alors on aura $1+4=5$, et $6+4=10$, et par suite la première paysanne, en vendant 1 poire à 10^d et 49 à 5^d, recevra 255^d; d'où la deuxième en vendra $\frac{255-(45\times 5)}{10-5}=6$ à 10^d, et $45-6=39$ à 5^d; la troisième en vendra $\frac{255-(40\times 5)}{10-5}=11$ à 10^d, et $40-11=29$ à 5^d; la quatrième en vendra $\frac{255-(30\times 5)}{10-5}=21$ à 10^d, et $30-21=9$ à 5^d, et ce dernier résultat sera celui cherché.

Si les quantités eussent été 28, 24, 20 et 16, le plus petit diviseur aurait été 4; alors la différence des prix eût été aussi 4, et nous aurions eu successivement, en supposant 1 et 5 pour les prix de chaque qualité, pour la première paysanne 27 à 1^{s}, 1 à $5 = 32^{s}$; pour la deuxième 22 à 2^{s}, et 2 à $5^{s} = 32$; pour la troisième 17 à 1^{s}, et 3 à $5 = 32^{s}$, et pour la quatrième 12 à 1^{s}, et 4 à $5^{s} = 32^{s}$.

On voit que, lorsque la question ne détermine pas la solution, il est inutile de chercher quels seraient les autres nombres qui satisferaient aux conditions, et ces sortes de problêmes ont toujours plusieurs solutions, à moins que, comme dans le précédent, il n'y ait une donnée précise qui la détermine.

S'il n'y avait pas de diviseur commun, la différence des prix ne pourrait être que d'une unité.

Soit 24, 23, 22, 20 et 19, on aurait 1 et 2 pour les plus bas prix possibles.

Le premier résultat serait 23 à $1^{s} + 1$ à $2^{s} = 25^{s}$; le deuxième 2 à $2^{s} + 21$ à $1^{s} = 25$; le troisième 3 à $2^{s} + 19$ à $1^{s} = 25$, etc., etc.

Dans ce dernier cas, il est aisé de voir qu'il y a plus de solutions que dans les précédens, et que, plus la différence des prix est petite, plus les solutions sont nombreuses.

Questions relatives aux progressions par différences.

N° 578. Chaque paiement donne une augmentation de 3 f.; donc autant de paiemens il y aura après le premier, autant de fois 3 f. on ajoutera à la somme de ce paiement, et comme il y en a 14, le dernier paiement $= 12 + (3 \times 14) = 12 + 42 = 54$ f. (*Voir* la solution suivante.)

N° 579. Le dernier paiement (N° 578) = le premier + autant de fois la différence qu'il y a de paiemens avant lui; donc $54 - 12 = 42 = 14$ fois la différence, et $42 : 14 = 3 = N$.

N° 580. En une heure le premier fait 3 lieues de plus, en 14 heures il en fait $3 \times 14 = 42$.

Cette solution est la démonstration la plus simple qu'on puisse faire du numéro précédent; et, par le même raisonnement, on résoudra toutes les questions du même genre.

N° 581. $54 - 12 = 42 =$ la différence du premier au quinzième paiement; donc, en augmentant chacun des 14 paiemens qui ont été faits après ce premier paiement d'une somme égale, le premier paiement est augmenté de 42 f.; donc chaque augmentation a été de $42 : 14 = 3$ f.

N° 582. Chaque paiement qu'on a fait après le premier a donné une augmentation de 3 f.; donc 14 en ont donné une de 3 f. $\times 14 = 42$ f.; et le premier paiement était de $54 - 42 = 12$ f.

N° 583. Chaque paiement a été augmenté de $15 - 12 = 3$ f., et, comparativement au premier, le dernier a été augmenté de $54 - 12 = 42$; d'où il résulte que l'augmentation de chaque mois ayant été de 3 f., pour en avoir une de 42 f., il a fallu un nombre de mois = à $42 : 3 = 14$.

N° 584. Suivant l'énoncé, la somme des 14 paiemens successifs $= 12 + 15 + 18 + 21 + 24 + 27 + 30 + 33 + 36 + 39 + 42 + 45 + 48 + 51 = 441$.

On voit que pour trouver la somme demandée, il suffit d'une simple addition; mais si on avait une plus grande quantité de paiemens, et que les différences exprimassent des fractions, l'opération, toute simple qu'elle est, deviendrait longue et fastidieuse. C'est pourquoi nous allons chercher un moyen d'abréviation qui puisse être applicable à toutes les questions du genre de celle-ci.

En faisant attention à la suite des paiemens qui ont été faits, on verra que la somme du premier et du quatorzième est = à celle du deuxième et du treizième; que celle du deuxième et du treizième est = à celle du troisième et du douzième, ainsi de suite. Ce qui doit être; car, quelle que

soit l'augmentation successive et égale faite à chaque paiement, le deuxième paiement est = au premier + cette augmentation, le treizième est = au quatorzième — cette augmentation; donc ce qui est ajouté à une somme est retranché de l'autre; donc (N° 1) le total ne change pas. Ce raisonnement s'appliquant à tous les autres paiemens successifs, nous en déduirons un moyen très-simple et très-expéditif pour résoudre notre question; car nous savons que le premier paiement + le quatorzième = 12 + 51 = 63; donc tous les autres paiemens pris de deux en deux successivement de la même manière = 63; donc si les paimens pris de deux en deux = 63, la totalité de ces paiemens $= 63 \times \frac{14}{2} = 63 \times 7 = 441$.

Donc, règle générale, il suffira de connaître le premier paiement, le dernier et leur nombre pour trouver leur somme, qui sera toujours = à la somme des premier et dernier × par la moitié du nombre des paiemens. Mais si le nombre des paiemens était impair, en ajoutant les sommes deux à deux, il en resterait une, et cette somme serait égale à la moitié de la somme du premier et du dernier paiement; donc on aurait la somme demandée en multipliant la somme du premier et du dernier paiement par la plus petite moitié du nombre des paiemens, et en ajoutant au produit la moitié du multiplicande. Or, ajouter à un produit la moitié du multiplicande, revient à le multiplier par une demi; donc, dans tous les cas, la somme des paiemens est égale au premier + le dernier × la moitié du nombre des paiemens.

Soit 12 f. le premier paiement, 54 f. le dernier, et 15 leur nombre, nous aurons pour leur somme totale $(12+54) \times 7\frac{1}{2} = 66 \times 7\frac{1}{2} = 495$ f.

Voici la démonstration de ce principe :

Quelle que soit la somme des paiemens et la somme de l'augmentation, le deuxième = le premier + 1 fois l'aug-

mentation; le troisième = le premier + 2 fois l'augmentation; donc en ajoutant le premier au troisième on a une somme totale = à 2 fois le premier + l'augmentation; donc la deuxième, qui est = à 1 fois le premier + 1 fois l'augmentation, est = à la moitié des premier et troisième réunis; donc, dans tous les cas, le nombre impair qui reste est = à la moitié du premier et du dernier paiement réunis. Il est donc = à la $\frac{1}{2}$ du multiplicande. En effet, dans notre exemple, 33 serait le nombre restant après avoir ajouté successivement les nombres de deux en deux, et il serait $= \grave{a} \frac{66}{2} =$ la moitié de la somme du premier et du dernier paiement, et cette somme est égale à celles des deux nombres qui sont avant et après 33, ce qui, dans ce cas, peut être considéré comme n'ayant de rapport qu'avec ces deux nombres.

Exemple 1er. Soit 7 le premier paiement, 28 le dernier, et 9 leur nombre $(7+28) \times 4\frac{1}{2} = 157{,}50$ = la somme totale des paiemens.

Exemple 2me. Soit 9 le premier paiement, 41 le dernier, et 9 leur nombre.

$(9+41) \times 4\frac{1}{2} = 245$ = le total des paiemens.

N° 585. Le dernier paiement (N° 579) = 54 f.; le premier étant 12, le deuxième 15 et le dernier 54, la somme des paiemens (N° 578) = 495 f. 1re opération. $12+(3\times14) = 54$; 2e $(12+54)\times7+(12+54) : 2 = 495$.

N° 586. Nous avons démontré (N° 584) que la somme des paiemens est égale à celle du premier et du dernier $\times$ la moitié du nombre des paiemens; mais la somme du dernier paiement (N° 578) = la différence $\times$ le nombre des paiemens — 1 + le premier; donc, si on retranche de 495 somme de tous les paiemens $(3\times14)\times15 : 2$, il restera une somme = à 15 fois le premier; donc, $495-315 = 180$; $180 : 15 = 12$ = le premier, et $42+12=54$ = le dernier.

Formule.

$$\frac{495-(3\times14-1)\times15:2}{15}=(495-315):15=12, \text{ etc.}$$

N° 587. Le premier paiement (N° 582) $=54-3\times14=12$; la somme totale (N° 584) $=(12+54)\times7\frac{1}{2}=495$.

N° 588. Suivant le principe établi (N° 584) le total des paiemens = le premier + le dernier $\times$ la moitié du nombre de ces paiemens; donc $\frac{495}{15:2}=66$ = le premier et dernier réunis. Or le premier $=12$; le dernier est donc $=$ à $66-12=54$, et (N° 578) le dernier paiement étant = au premier + la différence répétée autant de fois qu'il y a de paiemens -1. Cette différence $=(54-12):15-1=42:14=3$.

N° 589. Le premier + le dernier (N° 588) $=66$; $66-54=12$ = le premier. Or (N° 578) le dernier paiement est composé du premier + autant de fois la différence qu'il y a de paiemens -1; donc $54-12=42$, et $42:14=3$ = la différence.

N° 590. Nous avons démontré (N° 584) que la somme de tous les paiemens était égale au premier + le dernier $\times$ la moitié du nombre des paiemens; donc $495:12+54=495:66=45:6=7\frac{1}{2}$, et le nombre des paiemens $=7\frac{1}{2}\times2=15$, et (N° 579) la différence $=(54-12):(15-1)=3$.

N° 591. Le terreau étant à 20 toises du premier arbre, le travailleur a dû, pour conduire la première brouettée à cet arbre, faire 20 toises de chemin, et en faire 20 autres pour revenir au point d'où il était parti : conséquemment il a dû en faire pour le deuxième $40+4+4=40+8$; pour le troisième $40+8+4+4=40+8+8$, et il a dû augmenter successivement de 8 toises pour chaque arbre; donc il a fait 150 voyages : le premier était de 40 toises, le deuxième de 48, et ainsi de suite jusqu'au dernier.

Or, pour trouver combien il a fait de toises en tout, nous avons besoin de connaître (N° 581) le premier et le dernier voyage; ne connaissant que le premier, il faut chercher le dernier. Mais (N° 578) ce dernier $=(40+4)\times149 =1.232$; donc il a fait en 150 voyages (N° 583) $(40+1.232 \times150:2=1.272\times75=94.400$ toises, ou 41 lieues $\frac{5719}{6841}$.

Maintenant, puisque le jardinier fait une lieue par heure, et qu'il travaille 8 heures par jour, pour faire 41 lieues $\frac{5719}{6841}$, il lui faudra un nombre de jours $=$ à $41\frac{5719}{6841}:8=$ 5 jours $\frac{2570}{6841}$ $=$ par approximation 5 jours 1 heure 52 minutes 21 secondes.

N° 592. Tandis que le premier courrier fait 12 lieues, le second en fait 1; donc, sur 12 lieues, il en gagne 11 Or, au moment de son départ, il doit gagner 60 lieues; donc il faudra qu'il fasse autant de fois 12 lieues qu'il y a de fois 11 dans $60=60:11\times12=720:11=65$ lieues $\frac{5}{11}$.

N° 593. Au moment du départ des aiguilles, celle des minutes dépasse celle des heures, et, pour revenir au point d'où elle est partie, elle devrait parcourir 60 divisions; donc, par le fait, l'aiguille des heures a 60 divisions d'avance sur celle des minutes.

D'un autre côté, l'aiguille des minutes parcourt 60 divisions, tandis que celle des heures en parcourt 5 qui sont contenues dans l'intervalle d'une heure à l'autre, donc l'aiguille des minutes va $60:5=12$ fois plus vite que celle des heures; donc cette question se rapporte entièrement à la précédente : car, à compter du moment du départ, l'aiguille des minutes doit se rapprocher de 60 divisions de celle des heures; en allant 12 fois plus vite, sur 12 divisions qu'elle parcourt, elle se rapproche de 11, et pour se rapprocher de 60, il faudra qu'elle parcourt autant de fois 12 divisions qu'il y a de fois 11 dans ce nombre $=60:11 \times12=720:11=65$ divisions $\frac{5}{11}$; mais une division $=$ 1 minute; donc, pour parcourir 65 divisions $\frac{5}{11}$, il a fallu 65 minutes $\frac{5}{11}=1$ heure 5 minutes $\frac{5}{11}$; donc les deux ai-

guilles, lorsqu'elles se rencontreront, seront sur 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$.

Ou autrement :

Puisque l'aiguille des heures ne parcourt que 5 divisions, tandis que celle des minutes en parcourt 60, lorsqu'elles ont marché toutes les deux pendant 60 minutes elles ne sont plus qu'à 5 divisions l'une de l'autre; donc, en 60 minutes, elles se sont rapprochées de 55 divisions; et, pour se rapprocher d'une, il leur faudrait 55 fois moins de temps $= 60 : 55 = \frac{12}{11}$ de minutes.

Or, elles doivent encore se rapprocher de 5 divisions. Il leur faudra donc $\frac{12}{11}$ de minute $\times 5 = \frac{60}{11} = 5$ minutes $\frac{5}{11}$ pour opérer ce rapprochement, et 1 heure $+$ 5 minutes $\frac{5}{11}$ $=$ 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$ $=$ le temps qu'elles seront pour se joindre.

Sachant combien il faut de minutes pour le rapprochement d'une division, on aurait pu dire : En partant du même point les aiguilles doivent se rapprocher de 60 divisions pour se joindre, donc il leur faudrait 60 fois le temps qui serait nécessaire pour le rapprochement d'une ou $\frac{12}{11} \times 60 = 720 : 11 = 65$ minutes $\frac{5}{11}$. On pouvait aussi considérer que, puisqu'en 60 minutes les aiguilles se rapprochaient de 55 divisions en une minute, elles ne se rapprochaient que de $55 : 60 = \frac{11}{12}$ de divisions, et qu'il leur faudrait autant de minutes pour se rapprocher de 60 divisions qu'il y a de fois $\frac{11}{12}$ de divisions dans ce nombre $= \frac{60}{\frac{11}{12}} = \frac{60}{1} \times \frac{12}{11} = \frac{720}{11} = 65$ minutes $\frac{5}{11}$. On eût trouvé aussi le même résultat en disant : Puisque 60 minutes $=$ 1 heure, en 1 heure les aiguilles se rapprochent de 55 divisions; il faudra donc autant d'heures pour opérer ce rapprochement qu'il y a de fois 55 dans $60 = \frac{60}{55} = 1$ heure $\frac{5}{55} = 1$ heure $\frac{1}{11} = 1$ heure 5 minutes $\frac{5}{11}$.

On voit que, par différens raisonnemens, nous sommes parvenus aux mêmes résultats; nous n'avons fait toutes ces

démonstrations que pour prouver que, dans presque toutes les questions, il est rare qu'il n'y ait pas différentes manières de les envisager, et c'est à celui qui opère d'employer celle qui présente le moins de difficulté, et dont les opérations sont plus brèves.

N° 594. Nous avons vu (N° 593) qu'il faut $\frac{12}{11}$ de minute à l'aiguille des minutes pour se rapprocher d'une division. Or, cette aiguille est sur la soixantième division, et celle des heures sur la trentième; donc la premiere doit gagner sur la deuxième 30 divisions; et puisqu'il lui faut $\frac{12}{11}$ de minute pour se rapprocher d'une, pour se rapprocher de 30, il lui faudra $\frac{12}{11} \times 30 = 360 : 11 = 32$ minutes $\frac{8}{11}$; donc la rencontre aura lieu à 6 heures 32 minutes $\frac{8}{11}$.

N° 595. Pour aller de midi à minuit il faudra que les aiguilles marchent pendant 12 heures. Or, nous avons vu (N° 593) qu'en 60 minutes ou une heure l'aiguille des minutes gagnait sur celle des heures 55 divisions, et que, pour la rencontrer, elle devait en gagner 60.

Par conséquent, en 12 heures elle aura gagné 12 fois 55 divisions $= 55 \times 12 = 660$ divisions, et elle l'aura rencontré autant de fois que 60 divisions sont contenues dans $660 = 660 : 60 = 66 : 6 = 11$ fois, et l'ayant rencontré 11 fois en 12 heures, elle a été chaque fois 12 heures : 11 = 1 heure $\frac{1}{11}$ = 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$; d'où nous pouvons conclure que la première rencontre se fera à 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$; la deuxième à 2 heures 10 minutes $\frac{10}{11}$, et ainsi de suite jusqu'à la onzième rencontre, en augmentant chaque fois de 1 heure 5 minutes $\frac{5}{11}$, et on aura pour cette dernière 12 heures.

N° 596. Puisque 12 heures après leur départ les trois aiguilles seront réunies, pour revenir à ce même point, elles doivent nécessairement parcourir, celle des heures 60 divisions, celle des minutes $60 \times 12 = 720$, et celle des secondes $720 \times 60 = 43.200$ divisions : ce qui prouve que,

du moment du départ, dans l'espace de 12 heures, l'aiguille des minutes devrait parcourir 720 divisions, et celle des secondes 43.200, pour se rapprocher de l'aiguille des heures, et la retrouver au même point, dans le cas où elle n'aurait pas bougé; mais, dans le même temps l'aiguille des heures a parcouru 60 divisions en partant du point du départ pour y revenir, ce qui l'a rapprochée d'autant des autres aiguilles; donc la première n'a plus que 720 — 60 = 660, et l'autre 43.200 — 60 = 43.140 divisions à parcourir pour la rattraper; donc elles ont gagné sur elle, par heure, la première $\frac{660}{12} = 55$ divisions, et la deuxième $\frac{43.140}{12} = 3595$ divisions.

Or, en partant, les 3 aiguilles étant sur 12 heures, l'aiguille des minutes et celle des secondes devaient gagner chacune 60 divisions pour la rattraper; donc autant de fois il y aura 60 dans 660 et dans 43 140, autant de fois l'aiguille des minutes et celles des secondes auront rencontré l'aiguille des heures : par conséquent 660 : 60 = 66 : 6 = 11, et 43.140 : 60 = 4.314 : 6 = 719; d'où l'aiguille des heures s'est rencontrée 11 fois avec celle des minutes, et 719 fois avec celle des secondes.

D'un autre côté, l'aiguille des secondes devrait parcourir dans 12 heures 43.200 divisions pour rattraper celle des minutes dans le cas où elle ne bougerait pas; mais, pendant le même temps cette dernière parcourt de son côté 720 divisions qui la rapprochent d'autant; donc celle des secondes ne devra se rapprocher de celle des minutes que de 43.200 — 720 = 42.480 divisions en 12 heures, et comme en partant du même point, l'aiguille des secondes doit gagner 60 divisions pour rattraper la première fois l'aiguille des minutes, nous en concluerons, comme dessus, qu'autant de fois il y aura 60 dans 42,480, autant de fois elles se

rencontreront : ce qui revient à $42.480 : 60 = 4.248 : 6 = 708$ fois.

N° 597. Du moment que le levrier part il doit gagner 82 sauts de lièvre ; mais 3 sauts du levrier sont égaux à 5 de lièvre ; donc, pendant que le lievre fait 3 fois $3 = 9$ sauts, le lièvre en fait 3 fois $5 = 15$; par conséquent, sur 9 de ses sauts le levrier en gagne 2 de lièvre ; sur $4\frac{1}{2}$ il en gagne 1, et sur 82 fois $4\frac{1}{2} = 369$ sauts, il en aura gagné 82, et il aura attrapé le lièvre.

En effet,

Puisque pendant que le levrier fait 9 sauts le lièvre en fait 13, ou, ce qui revient au même, pendant que le levrier fait 1 saut le lièvre en fait $\frac{13}{9}$; dans le temps que le levrier en a fait 369, le lièvre en a fait $369 \times \frac{13}{9} = \frac{369 \times 13}{9} = 41 \times 13 = 533$. Mais 3 sauts de levriers $=$ 5 sauts de lièvre, ou 1 saut de levrier $= \frac{5}{3}$ de saut de lièvre ; donc 369 sauts de levrier $= 369 \times \frac{5}{3} = 615$ sauts de lièvre, et $615 - 533 = 82 =$ ce que le levrier a fait de plus.

N° 598. On verra (N° 600) que les courriers, au moment où ils se rencontrent, ont fait à eux deux 120 lieues ; donc, si en 17 heures $\frac{1}{7}$ ils ont fait 120 lieues, en une heure ils ont fait $120 : 17\frac{1}{7} = 840 : 120 = 84 : 12 = 7$ lieues. Or, l'un des courriers fait par heure 1 lieue de plus que l'autre, et ils en font 7 à eux deux ; donc (N° VII) celui qui en fait le moins n'en fait que $\frac{7-1}{2} = 3$, et l'autre en fait $3 + 1 = 4$, d'où, lorsqu'ils se sont rencontrés, l'un avait fait $4 \times 17\frac{1}{7} = 68$ lieues $\frac{4}{7}$, et l'autre $3 \times 17\frac{1}{7} = 51$ lieues $\frac{3}{7}$.

On eût pu considérer aussi que, l'un faisant 1 lieue par heure de plus que l'autre, en 17 heures $\frac{1}{7}$ il avait fait 17 lieues $\frac{1}{7}$ de plus ; d'où (N° 7) il aurait fait $\frac{120 - 17\frac{1}{7}}{2} + 17\frac{1}{7} = 51$ lieues $\frac{3}{7} + 17$ lieues $\frac{1}{7} = 68\frac{4}{7}$, et l'autre en aurait fait $120 - 68\frac{4}{7} = 51$ lieues $\frac{4}{7}$.

N° 599. Si le deuxième courrier fait une lieue en 12 minutes, il lui faut 5 fois 12 minutes, ou 60 minutes, ou 1 heure, pour faire 5 lieues; donc il fait 2 lieues par heure de plus que e premier, et conséquemment chaque heure de marche qu'il fera le rapprochera de deux lieues.

Mais, suivant l'énoncé, le premier a 18 heures d'avance, et il fait 3 lieues par heure; donc, pendant ces 18 heures, il aura fait $18 \times 3 = 54$ lieues; donc, au moment de son départ, le deuxième devra gagner sur le premier 54 lieues avant de le joindre.

Or, nous savons qu'il gagne 2 lieues par heure; donc il faudra autant d'heures pour gagner 54 lieues, qu'il y a de fois 2 dans ce nombre $= 54 : 2 = 27$ heures. Mais le deuxième courrier fait 1 lieue en 12 minutes. La rencontre se sera donc faite à une distance de Paris $=$ à $\frac{27 \times 60}{12} = 27 \times 5 =$ 135 lieues.

Ou, autrement, en se rapprochant de 2 lieues par heure, il se rapproche d'une lieue par $\frac{1}{2}$ heure; donc, pour se rapprocher de 54 lieues il faudra 54 demi-heures $= 54 \times \frac{1}{2} =$ 27 heures, etc.

N° 600. Puisque les courriers vont à la rencontre l'un de l'autre, il est évident qu'ils doivent faire à eux deux 240 lieues, et que quand ils se rencontreront ils en auront fait la moitié; donc, au moment de leur rencontre, ils se seront rapprochés de 120 lieues.

Mais le premier fait 3 lieues, et le deuxième 4 lieues par heure; conséquemment, en une heure, ils font 7 lieues, et se rapprochent d'autant. Nous pourrons donc conclure que, devant se rapprocher de 120 lieues, en faisant 7 lieues par heure, il leur faudra autant d'heures qu'il y a de fois 7 lieues dans 120 lieues $= \frac{120}{7} = 17\ \frac{1}{7}$; et, dans 17 heures, le premier aura fait un nombre de lieues $=$ à $3 \times 17\ \frac{1}{7} =$ 51 lieues $\frac{3}{7}$, et le deuxième $4 \times 17\ \frac{1}{7} = 68$ lieues $\frac{4}{7}$.

Ou, par un autre raisonnement, en se rapprochant de 7 lieues dans une heure, il leur faut $\frac{1}{7}$ d'heure pour se rapprocher d'une lieue, et $\frac{120}{7}$ d'heure pour se rapprocher de $220 = \frac{120}{7} = 17$ heures $\frac{1}{7}$, etc.

N° 601. Puisque le premier courrier fera 12 lieues par jour, en deux jours il en fera 24. Lorsque le deuxième courrier rattrapera le premier, il devra nécessairement avoir fait autant de lieues que lui ; donc, en marchant uniformément, il aurait dû faire 24 lieues en deux jours. Or, suivant le principe établi (N° 584), le nombre de lieues qu'il a fait le premier jour + celui qu'il a fait le dernier = ce qu'il aurait fait en deux jours en marchant également ; donc 5 lieues qu'il a fait le premier jour + ce qu'il a fait le dernier = 24 lieues ; donc il a fait le dernier jour $24 - 5 = 19$ lieues ; donc, le premier jour, il a fait 5 lieues, le deuxième 7, et, le dernier jour, il a fait 19 lieues ; donc (N° 583) une augmentation de deux lieues par jour en a donné une totale de $19 - 5 = 14$; donc il a fallu, pour avoir cette augmentation, que le deuxième courrier marche $\frac{14}{2} = 7$ jours après avoir fait 5 lieues : mais ces 5 lieues il les avait faites en 1 jour ; donc il a rattrapé le premier à la fin du huitième jour.

En effet

$8 \times 12 = 96$, $5+7+9+11+13+15+17+19=96$, ou, suivant le principe établi (N° 584) $(19+5) \times 4 = 24 \times 4 = 96$.

Questions relatives aux carrés et à l'extraction de leurs racines.

N° 602. Si elle était aussi large que longue cette chambre serait carrée, donc chaque côté serait = à $\sqrt{225} = 15$; donc, suivant l'énoncé, elle a réellement 15 pieds de long, et ayant 15 pieds de long et 180 pieds de superficie elle a $180 : 15 = 36 : 3 = 12$ pieds de largeur.

N° 603. Les schals étant carrés, le premier qui a $\frac{5}{4}$ a une superficie de $\frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{25}{16}$; donc $\frac{25}{16}$ ont coûté 37,75, et $\frac{1}{16}$ a coûté 37,75 : 25 = 1 f. 51 c.; le second qui a 1 aune $\frac{1}{2}$ $= \frac{5}{2}$ a une superficie de $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{9}{4} = \frac{56}{16}$; donc, proportionnellement au premier, il devrait coûter 1,51×36=54 f. 36 c., et il n'en a coûté que 50; donc il est de 4 f. 36 c. meilleur marché proportions gardées avec le premier.

N° 604. Chaque nappe contient une superficie de 4,25 ×1,30=5 mètres 525 millimètres; les 4 contiennent 5,525 ×4=22 mètres 10 centimètres de toile; chaque serviette contient une superficie de ,75×,65= ,4875; les 36 contiennent ,4875×36=17 mètres 55 centimètres; donc les nappes et les serviettes contiennent 22,10+17,55=39 mètres 65 centimètres, et 1 mètre a coûté 103,09 : 39,65=2 f. 60; conséquemment, pour 1 nappe et 12 serviettes qui contiennent 5,525+(,4875×12)=11 mètres 375 millimètres, on devra recevoir 11,375×2,60=29 f. 575 c.

N° 605. Si la pièce de terre était aussi longue que large, il suffirait d'extraire la racine du produit pour avoir le nombre demandé; mais elle est 4 fois plus longue; donc (N° x) le produit est 4 fois plus fort que s'il était celui du plus petit nombre multiplié par lui-même; donc 90.000 : 4 =22.500=le carré de la largeur, et sa racine=150; d'où, si la pièce de terre a 150 perches de large, elle a 150×4 =600 perches de long, et sa superficie=600×150= 90.000 perches.

N° 606. 1.600 f. sont le produit de la somme qu'a eue chaque individu multiplié par leur nombre; mais ils ont reçu autant de francs qu'ils étaient de personnes; donc 1.600 f. sont le produit de deux facteurs égaux; donc $\sqrt{1.600}$=40=chacun de ces facteurs, donc il y avait 40 personnes, et elles ont reçu chacune 40 francs.

N° 607. Dans cette question le produit 180 n'est pas celui du nombre de pièces multiplié par le nombre de personnes; donc la racine de ce nombre n'est pas, comme

au numéro précédent, égale aux nombre cherchés; mais il est facile de l'amener au même point : car si la somme à partager était 5 fois moins forte, chaque personne aurait 5 fois moins d'argent; donc chacune n'aurait qu'autant de pièces d'un franc qu'elles en auraient eu de 5 f.; donc elles n'auraient qu'autant de francs qu'elles sont de personnes; donc le nombre de pièces qu'elles ont eu chacune $= \sqrt{\frac{180}{5}} =$ $\sqrt{36} = 6$; donc il y avait 6 personnes qui ont reçu chacune 6 pièces de 5 f. ou 30 f., et elles ont reçu entre elles $30 \times 6 = 180$.

N° 608. $613 + 12 = 625 =$ le produit de la somme multipliée par elle-même; mais ce produit est le carré; donc la somme demandée $= \sqrt{625} = 25$.

N° 609 Si le produit énoncé dans la question était celui du nombre de louis multiplié par lui-même, il suffirait d'en extraire la racine pour avoir le résultat demandé. Or nous avons $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = 18$; en multipliant $\frac{1}{2}$ par 2 et $\frac{1}{4}$ par 4 nous aurons $\frac{2}{2} \times \frac{4}{4}$, et le produit (N° XII) sera multiplié par $2 \times 4 = 8$. Mais $\frac{2}{2} = 1$ entier, $\frac{4}{4} = 1$ entier; donc le nombre de louis multiplié par lui-même $= 18 \times 8 = 144$; donc le nombre cherché $= \sqrt{144} = 12$.

N° 610. $(\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}) = \frac{16}{24} \times \frac{21}{24} = 21$ f.; $\frac{1}{24} \times \frac{1}{24} =$ (N° XII) $\frac{21}{16 \times 21} = \frac{1}{16}$, et $\frac{24}{24} \times \frac{24}{24} = \frac{24 \times 24}{16} = 6 \times 6 = 36$; donc le nombre cherché $= \sqrt{36} = 6$.

N° 611. $\frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$, ou $\frac{2}{6} \times \frac{1}{6} = 72$; $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} =$ (N° X) $72 : 2 = 36$; donc le sixième de l'âge multiplié par lui-même $= 36$; donc il est $=$ à $\sqrt{36} = 6$, et l'âge entier $= 6 \times 6 = 36$.

N° 612. Les $(\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{6}) \times (\frac{1}{4}$ des $\frac{5}{4}) = \frac{2}{16} \times \frac{5}{16} = 54$ f.; $(\frac{1}{16} \times \frac{1}{16}) =$ (N° XII) $54 : (2 \times 3) = 54 : 6 = 9$; donc $\frac{1}{16}$ de la somme cherchée $= \sqrt{9} = 3$, et $3 \times 16 = 48 =$ la somme contenue dans la bourse.

Les différens raisonnemens que nous avons faits pour résoudre cette question et les précédentes nous ont amenés

aux mêmes résultats ; c'est pourquoi on peut les employer indistinctement dans toutes les questions du genre de celles-ci, et c'est la nature de l'énoncé qui devra déterminer à employer plutôt l'un que l'autre.

N° 613. Si le carré de la somme était divisé par cette même somme, on aurait au quotient la somme demandée ; mais il n'est divisé que par le septième de cette somme ; donc le quotient 98 est 7 fois trop fort, et le nombre demandé $= 98 : 7 = 14$.

Ce qui est évident d'après les propriétés indiquées aux (N^os xvi et xvii). Or, dans cette question, le carré de la somme divisé par $\frac{1}{7}$ de cette même somme, ou, ce qui revient au même, le carré divisé par $\frac{1}{7}$ de sa racine $= 98$; donc, pour diviser le carré par sa racine, il faudrait le diviser par un nombre 7 fois plus fort ; donc le quotient est 7 fois plus petit que si le carré avait été divisé par sa racine ; donc il est $=$ à $98 : 7 = 14$.

N° 614. Si les $\frac{25}{25}$ du carré étaient divisés par cette même somme, on aurait cette somme au quotient ; mais ici c'est seulement $\frac{1}{25}$ du carré qui est divisé ; donc le quotient ne donne que la vingt-cinquième partie de la somme dépensée ; donc, si on multiplie le dividende par 25, le quotient (N° xvi) sera 25 fois plus fort, et il donnera $20 \times 25 = 500$ f. $=$ la somme demandée.

N° 615. Si le dividende était le carré juste de la somme il serait 4 fois plus petit, et conséquemment (N° xvi) le quotient serait $=$ à $72 : 4 = 18$; si le diviseur était la racine du carré, il serait trois fois plus fort, et conséquemment (N° xvii) le quotient serait $=$ à $18 : 3 = 6$; donc 6 serait le quotient du carré de la somme divisé par sa racine ; donc 6 $=$ le nombre demandé.

N° 616. Si le carré était divisé par $\frac{1}{5}$ de sa racine, le quotient (N° xvi) serait $=$ à $25 \times 4 = 100$; si le carré était divisé par sa racine le quotient serait $=$ (N° xvii) à $100 : 5 = 20$; donc $20 =$ la racine du carré demandé ; donc 20 est le nombre cherché.

N° 617. Si les deux frères avaient chacun le même âge, la racine du produit serait l'âge de chacun. Or la différence des deux nombres $=6$; donc, pour rendre les nombres égaux, il faudrait (N° VIII) retirer 3 du plus grand pour les joindre au plus petit; mais en retranchant 3 du plus grand nombre le produit (N° XI) serait diminué de 3 fois le plus petit; en augmentant le plus petit de 3 on augmenterait (N° XI) le produit de 3 fois le plus grand — 3 fois 3, ou, ce qui revient au même, de 3 fois le plus petit $+$ 3 fois la demi-différence.

Or, si d'un côté le produit était diminué de 3 fois le plus petit nombre, et que, d'un autre côté, il fût augmenté de 3 fois ce même nombre $+$ 3 fois la demi-différence, il est clair qu'il serait réellement augmenté de 3 fois la demi-différence.

Donc en ajoutant $3 \times 3 = 9 =$ le carré de la demi-différence à 135 nous aurions 144, et ce nombre serait le carré de l'âge des deux frères, en supposant qu'ils eussent chacun la moitié du nombre d'années qu'ils ont à eux deux; donc ils auraient chacun un nombre d'années $=$ à $\sqrt{144} = 12$, et à eux deux ils auraient 24 ans. Mais (N° I) dans nos opérations le total n'a pas changé; donc les deux âges réunis égalent 24, et l'aîné a 6 ans de plus que le jeune; donc (N° VII) le jeune a $\frac{24-6}{2} = 9$ ans, et l'aîné a $9 + 6 = 15$.

En effet,

$9 \times 15 = 135$, $15 - 9 = 6$.

On pourrait donc établir, règle générale, que, connaissant le produit de deux nombres et leur différence, en carrant la moitié de la différence pour la joindre au produit, on aura un carré dont la racine sera la moitié du total de ces deux nombres; d'où, connaissant le total et la différence, on aura (N° VII) sans difficulté la somme de chaque nombre.

Soit 20 et 12, la différence $= 8$ et le produit $= 20 \times 12 = 240$.

Opération.

$8 : 2 = 4$, $4 \times 4 = 16$, $240 + 16 = 256$ $\sqrt{256} = 16$, $16 + 16 = 32 =$ le total des deux nombres $\frac{32 - 8}{2} = 12 =$ le plus petit, $12 + 8 = 20 =$ le plus grand.

N° 618. Si chacun des deux frères avait le même âge, ils auraient chacun 12 ans, et le produit de ces deux nombres serait 144.

Mais, quelle que soit la différence, si on la retire de l'un des deux nombres, le produit sera diminué (N° XI) d'autant de fois 12 qu'il y a d'unités dans cette différence; si, d'un autre côté, on ajoute cette différence au nombre auquel on n'a pas touché, le produit sera augmenté d'autant de fois 12 moins la différence qu'il y a d'unités dans cette différence; donc il est diminué du carré de cette différence. Or le produit est de 135 au lieu d'être de 144. Il a donc été diminué de $144 - 135 = 9$; donc $\sqrt{9} = 3 =$ le nombre qu'il faut retrancher à l'un des deux nombres égaux pour le joindre à l'autre; d'où le frère cadet a $12 - 3 = 9$, et l'aîné $12 + 3 = 15$.

On pourrait donc établir, règle générale, que, connaissant la somme de deux nombres inégaux et leur produit, pour trouver chacun de ces deux nombres, il faut carrer la moitié du total donné pour en déduire le produit connu; alors la racine de la différence est égale au nombre qu'il faut retrancher d'une moitié du total pour le joindre à l'autre, et les deux nombres résultant de cette opération sont les nombres demandés.

Soit 27 et 15, le total $= 42$, le produit $= 27 \times 15 = 405$.

Opération.

$42 : 2 = 21$, $21 \times 21 = 441$, $441 - 405 = 36$ $\sqrt{36} = 6$, $21 - 6 =$ le plus petit nombre, $21 + 6 = 27 =$ le plus grand.

N° 619. Ce problême se rapporte entièrement au précédent; car, après avoir opéré suivant l'énoncé, la somme des deux nombres sera toujours 24, et leur produit sera 135; donc $24 : 2 = 12$, $12 \times 12 = 144$, $144 - 135 = 9$, et $\sqrt{9} = 3 =$ le nombre qu'il faut retrancher de l'un des nombres pour le joindre à l'autre : alors on aura $12 - 3 = 9$, $12 + 3 = 15$, $15 \times 12 = 135$, et $15 + 9 = 24 = 12 + 12$.

N° 620. Il est clair que les joueurs ont entre eux les 60 f. qu'ils ont gagnés; d'où il résulte que 60 f. est le total de deux sommes, dont le produit $= 864$; donc (N° 619) $60 : 2 = 30$, $30 \times 30 = 900$, $900 - 864 = 36$, $\sqrt{36} = 6$, $30 - 6 = 24 =$ la plus petite part, $30 + 6 = 36 =$ la plus grande, et $24 \times 36 = 864$.

N° 621. Puisque 13 retiré d'une somme pour les joindre à l'autre fait disparaître la différence, cette différence (N° VIII) $= 13 \times 2 = 26$; donc la différence des deux sommes est 26, et le produit $= 27$; donc (N° 617) $\frac{26}{2} = 13$, $13 \times 13 = 169$, $27 + 169 = 196$ $\sqrt{196} = 14$, $14 + 14 = 28 =$ la somme des deux nombres $\frac{28 - 26}{2} = 1 =$ le plus petit, et $28 - 1 = 27 =$ le plus grand.

N° 622. Si la somme des deux carrés était $=$ à $127 + 45$, cette somme serait le total de deux carrés égaux au plus grand, et la racine de la moitié de cette somme serait $=$ au plus grand nombre cherché; donc $\sqrt{\frac{117 + 45}{2}} = 9 =$ le plus grand nombre, $9 \times 9 = 81$, $81 - 45 = 36 =$, suivant l'énoncé, le carré du plus petit, et $\sqrt{36} = 6 =$ sa racine; donc les deux nombres sont 9 et 6.

N° 623. Il est clair, suivant notre énoncé, que 600 + une fois le nombre demandé $=$ le carré de ce même nombre; donc le produit est diminué d'une fois l'un des facteurs; et, pour lui faire subir cette diminution, il a fallu nécessaire-

ment retrancher une unité à l'un des deux facteurs; donc la différence de deux nombres est 1, et le produit est 600; donc (N° 617) $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$, $600+\frac{1}{4}=600\,\frac{1}{4}=\frac{2401}{4}$ $\sqrt{\frac{2401}{4}}=\frac{49}{2}$, et $\frac{49-1}{2}=24=$ le plus petit, $24+1=25=$ le plus grand ; donc le nombre cherché $=25$.

N° 624. Si les nombres étaient 7 et 5, leur produit serait 35, et il serait trop petit d'un nombre de fois $=$ à $1.715 : 35 = 49$.

En multipliant l'un des facteurs par 49, le produit serait 49 fois plus fort; mais alors les nombres n'auraient plus entre eux le rapport voulu par l'énoncé : car, pour ne pas détruire la proportion, chacun des deux facteurs devrait être multiplié par le même nombre. Il s'agit donc de trouver deux nombres égaux qui donnent un produit $=$ à 49, et nous aurons ces nombres en extrayant la racine carrée de $49=\sqrt{49}=7$. Alors, en multipliant chacun des facteurs par 7, nous aurons 49 et 35 : pour les nombres demandés, leur rapport sera toujours comme 7 : 5, et leur produit sera $=$ à $35\times7\times7=1.715=35\times49$.

N° 625. Il est évident que si le jardinier avait eu 12 oignons de plus son carré eût été complet, et son carré étant complet, s'il eût retranché une unité à la racine, il lui serait resté (XVIII) un nombre $=$ au double de cette racine $-$ 1.

Or, dans le second cas, il lui reste 27 ; donc, si à ces 27 nous ajoutons les 12 qui étaient nécessaires pour compléter le premier carré, nous aurons $27+12=39=$ le double de la première racine $-$ 1 ; donc cette racine $=20$, et le jardinier avait $(20\times20-12)=400-12=388$, ou $(19\times19+27)=361+27=388$.

N° 626. Puisque le terrein a cinq fois plus de longueur

que de largeur, il est clair que si on en retranchait les $\frac{4}{5}$, ce qui resterait serait aussi long que large, et conséquemment serait un carré parfait, dont le côté serait = à la largeur. Or, dans le carré qui serait la cinquième partie du terrain, on mettrait la cinquième partie des arbres = 1.445 : 5 = 289, et il y en aurait sur chaque côté un nombre = $\sqrt{289}$ = 17; donc il y en aurait 17 sur la largeur; d'où la longueur étant = à 5 fois la largeur, elle en contiendrait 17 × 5 = 85.

On serait aussi arrivé au même résultat en disant : Si le terrain était aussi large que long, il serait parfaitement carré, et contiendrait 5 fois plus d'arbres; il en contiendrait donc 1.445 × 5 = 7.225, et il y en aurait sur chaque côté un nombre = à $\sqrt{7.225}$ = 85. Mais, dans ce cas, la largeur serait égale à la longueur. Or, suivant l'énoncé, elle est 5 fois plus petite; donc elle ne contiendrait que 85 : 5 = 17 arbres.

N° 627. Puisque la superficie du dernier terrain est égale à celle du premier, il contiendra de même 64 × 36 = 2.304 pieds d'arbres; et, comme il est parfaitement carré, il y aura sur chaque dimension un nombre d'arbres = à $\sqrt{2.304}$ = 48; donc la longueur sera diminuée de 64 — 48 = 16, et la largeur sera augmentée de 48 — 36 = 12.

N° 628. Si la somme reçue était égale au nombre de personnes, le total de cette somme serait le produit de deux nombres égaux, et conséquemment il serait le carré d'un de ces nombres; alors il suffirait d'en extraire la racine pour avoir le nombre demandé. Or, suivant l'énoncé, le nombre des personnes est 9 fois plus petit; donc le total ou la somme partagée est 9 fois plus petit que le carré de la somme reçue par chaque personne, ou 9 fois plus grand que le nombre d'individus.

Dans le premier cas, la somme reçue pour chacun $= \sqrt{1.521} \times 9 = 117$ f.; et, dans le second, le nombre de personnes $= \sqrt{\frac{1.521}{9}} = 13$.

N° 629. Puisque les deuxième et troisième sommes réunies sont égales à la première, il est évident qu'en multipliant la première successivement par la deuxième et la troisième, les deux produits réunis donnent le carré de la première somme; donc le cas présent est absolument semblable au problême précédent; donc en extrayant la racine de 1.262 on aura pour racine 35, et pour reste 37; d'où on déduira que le premier nombre $= 35 + 1 = 36$; que les deuxième et troisième $= 36$, et que le quatrième $= (35 + 35 + 1) - 37 = 34$.

Or, suivant l'énoncé, le sixième est égal aux $\frac{2}{3}$ du premier; il est donc $=$ à $\frac{36 \times 2}{3} = 24$, et le cinquième $= 150 - (36 + 36 + 34 + 24) = (150 - 130) = 20$; de plus, nous savons que le cinquième est double du troisième, le troisième est donc $=$ à $20 : 2 = 10$, et le deuxième est $=$ à $36 - 10 = 26$.

Maintenant si la sixième mise était 1 f., le bénéfice serait $925 : 4$, et puisqu'elle est $=$ à 24 f., le bénéfice est de $\frac{925 \times 24}{4} = 925 \times 6 = 5.550$.

150 f. ont donc donné un bénéfice de	5.550
1 f. en a donné un de	$\frac{5.550}{150} = 37$
et la mise du 1er ou 36 f. a rapporté	$37 \times 36 = 1.332$ f.
celle du 2e ou 26 a rapporté	$37 \times 26 =$ 962
celle du 3e ou 10 a rapporté	$37 \times 10 =$ 370
celle du 4e ou 34 a rapporté	$37 \times 34 =$ 1.258
celle du 5e ou 20 a rapporté	$37 \times 20 =$ 740
celle du 9e ou 24 a rapporté	$37 \times 24 =$ 888
Totaux, 150	5.550

N° 630. En raisonnant comme au numéro précédent, puisque la somme ajoutée est plus faible que la première, elle ne peut (N° XVIII) augmenter la racine d'une unité; donc la racine de 4.001.500 sera le plus grand nombre, et le reste sera le nombre ajouté; d'où, connaissant deux des trois nombres et le total, on aura facilement le troisième.

Opération.

$\sqrt{4.001.500} = 2.000$, et il y a un reste de 1.500; donc le premier nombre $= 2.000$, le deuxième 1.500, et le troisième $= 5.300 - 3.500 = 1.800$.

Il est donc évident que, connaissant la somme de trois nombres, le produit du plus grand par lui-même, plus ou moins l'un des deux autres, on trouvera toujours les nombres en opérant comme nous l'avons fait.

Soit 12, 9 et 6, dont la somme est 27; suivant le premier principe établi au numéro précédent :
$12 \times 12 = 144$; $144 - 9 = 135$; $\sqrt{135} = 11$, et le reste $= 14$. $(11 + 11 + 1) = 23$, $23 - 14 = 9$; d'où on déduit $(11 + 1) = 12 =$ le plus grand nombre; $9 =$ le second, $27 - (12 + 9) = 6 =$ le troisième.

Suivant le second principe,

$\sqrt{135} = 11$, $11 + 1 = 12$, $12 \times 12 = 144$, $144 - 135 = 9$; $12 =$ le plus grand nombre, $9 =$ le second, etc., etc. En ajoutant l'une des deux sommes au lieu de la retrancher $12 \times 12 = 144$, $144 + 9 = 153$, $\sqrt{153} = 12$, et il reste 9; $12 =$ le plus grand nombre, $9 =$ le deuxième, etc.

N° 631. En multipliant par elle-même la plus forte somme on a son carré; donc si on ne retranchait pas l'une des deux autres sommes, il suffirait d'extraire la racine du produit pour avoir cette somme.

Mais la somme retranchée est plus faible que la première; donc elle ne peut (XVIII) diminuer la racine que d'une unité, et alors il y aura un reste. Or, si à ce reste on ajoute une somme telle qu'elle le rende égal au double de la racine trouvée + 1, il est évident que la somme ajoutée

sera égale à celle qu'on a retranchée au produit du plus grand nombre multiplié par lui-même; d'où, connaissant le plus grand nombre qui est égal à la racine trouvée $+1$, l'un des deux autres, et le total des trois, on aura sans difficulté le troisième.

Opération.

$\sqrt{3.998.500} = 1.999$, et il y a un reste de 2.499; $(1.999 + 1.999 + 1) = 3.999$, $3.999 - 2.499 = 1.500$; donc le plus grand nombre $= 1.999 + 1 = 2.000$; l'un des deux autres $= 1.500$ f., et le troisième $= 5.300 - (2.000 + 1.500) = 1.800$.

On eût eu aussi le même résultat en retranchant le carré de la racine trouvée $+ 1$ du produit donné; ce qui aurait présenté $4.000.000 - 3.998.500 = 1.500$, etc. Il est aisé de voir que le raisonnement qui conduit à cette opération se déduit absolument des mêmes principes établis pour le premier, et que les deux manières sont également sûres et invariables pour tous les cas semblables.

N° 632. Si les deux bourses contenaient chacune le même nombre de pièces, il y en aurait 7 dans chaque, et le total des deux carrés serait $49 + 49 = 98$. Or, suivant l'énoncé, il est 106; donc il y a une différence de $106 - 98 = 8$; donc, d'après la réciproque du principe établi (N° 622), la différence des deux nombres $= \sqrt{8 \times 2} = 4$; donc le plus petit $=$ (N° VII) $\frac{14-4}{2} = 5$, et le plus grand $= 5 + 4 = 9$.

Donc, règle générale, connaissant la somme de deux nombres, et la somme de leurs carrés, pour trouver chacun de ces nombres, il faut carrer la moitié de leur total, doubler ce carré pour le retrancher du total connu des carrés; ensuite doubler la différence dont la racine sera l'excès d'un nombre sur l'autre. Soit 9 et $3 = 12$, $9 \times 9 = 81$, $3 \times 3 = 9$, $81 + 9 = 90$.

Opération.

$\frac{12}{2}=6$, $6\times6=36$. $36+36=72$; $90-72=18$; $18+18=36$, $\sqrt{36}=6=$ la différence des deux nombres $=9-3$; d'où, connaissant le total et la différence, etc.

N° 633. En réduisant les 3 fractions au même dénominateur, et supprimant ce dénominateur, ce qui (N° XXII) ne changera rien aux rapports établis, nous aurons en nombres entiers 6, 4 et 3, et la somme des carrés de ces trois nombres sera $36+16+9=61$; mais suivant l'énoncé, elle devrait être de 549; donc elle est trop petite d'un nombre de fois $=$ à $549:61=9$.

Donc (N° II) il faudrait, pour rendre le total 9 fois plus fort, multiplier chacune des quantités qui l'ont fourni par 9. Mais ces quantités sont chacune le produit de 2 facteurs égaux; donc, pour les rendre 9 fois plus forts, il faut (N° XII) multiplier chacun de ces facteurs par $\sqrt{9}=3$: alors nous aurons pour les nombres demandés $6\times3=18$, $4\times3=12$, et $3\times3=9$; d'où ($18\times18=324=36\times9$) ($12\times12=144=16\times9$) ($9\times9=81=9\times9$), et $324+144+81=549$.

N° 634. Quelle que soit la somme d'un carré, elle est le produit de deux facteurs égaux. Or (N° XI) autant d'unité on ajoutera à l'un des facteurs d'autant de fois l'autre facteur en augmentera le produit; donc notre question se rapporte entièrement au (N° 617); car, pour augmenter le produit de 12 fois l'un des facteurs, ou de 12 fois sa racine, il a fallu augmenter l'un des facteurs de 12; donc la différence entre les deux facteurs est 12, et le produit $=133$; donc $\frac{12}{2}=6$; $6\times6=36$; $133+36=169$; $\sqrt{169}=13$; $13+13=26$, $\frac{26-12}{2}=7=$ le nombre demandé.

N° 635. Suivant le principe établi (N° XI), le produit de deux facteurs égaux sera diminué d'autant de fois sa

racine qu'on retranchera d'unité à l'un de ces facteurs. Or le produit 24 est diminué de deux fois sa racine; donc on a diminué l'un des facteurs de 2; donc la différence des deux nombres $=2$, et leur produit $=24$; donc (N° 617) $2:1=1$; $1\times1=1$; $24+1=25$; $\sqrt{25}=5$; $5+5=10$; $\frac{10-2}{2}=4=$ l'un des facteurs, quand on en a retranché 2, et $4+2=6=$ le nombre demandé.

N° 636. Suivant l'énoncé, il est clair que le carré de l'âge du jeune homme — 4 fois son âge $=252$; donc, comme au numéro précédent, la différence des deux âges $=4$, et leur produit $=252$; donc (N° 617) $4:2=2$; $2\times2=4$; $252+4=256$; $\sqrt{256}=16$; $\frac{16+16-4}{2}=14=$ le plus petit nombre, $14+4=18=$ le plus grand $=$ le nombre cherché.

N° 637. Si le nombre demandé était multiplié par lui-même il donnerait un produit 4 fois plus fort que s'il était multiplié par 20. Or (N° x), en multipliant un des facteurs par 4, le produit sera 4 fois plus fort; donc il faudra multiplier le nombre demandé par $(20\times4)=80$. Mais étant multiplié par 80, le produit serait le carré du gain du second joueur; donc il serait multiplié par lui-même; donc le gain du second $=80$.

N° 638. Quel que soit le gain du premier, pour le carrer, il faut le multiplier par lui-même; donc les deux facteurs sont égaux.

Or, si on divise ce carré par trois fois le gain du second, le quotient donne le gain du premier; donc 3 fois le gain du second $=$ le gain du premier, puisqu'il est égal à un des facteurs qui sont égaux entre eux; donc si le premier a gagné 3 f., le second a gagné 1 f. Sur 4 f., le deuxième a gagné 1 f.; mais 1 f. est le quart de 4 f.; donc, sur 4.000 f., il a gagné $4.000:4=1.000$ f., et ayant le quart du gain, il devait nécessairement avoir fait le quart de la mise;

donc sa mise était = à 20 : 4 = 5 f.; d'où le premier avait mis 20 — 5 = 15 f., et il a gagné 4.000 — 1.000 = 3.000 f.

N° 639. Si les sommes égales étaient multipliées l'une par l'autre, on aurait leur carré. Or $\frac{1}{5} \times \frac{5}{5}$ = 30.000 f.; donc (N° x) $\frac{5}{5} + \frac{5}{5}$ = 30.000 × 3 = 90.000 f., et $\sqrt{90.000}$ = 300 = ce que chaque époux a reçu : mais, en recevant 300 f., le mari a reçu le septième du bien de son père, et sa femme le cinquième du bien du sien; donc le bien du père du mari = 300 × 7 = 2.100 f.; celui du père de la femme = 300 × 5 = 1.500 f.

N° 640. En supposant que lorsque les changemens sont opérés il y a 5 oranges dans la première corbeille, suivant l'énoncé, il y en a une dans la seconde. Mais, pour avoir ces quantités, on aurait pris moitié des oranges de la seconde pour joindre à la première; donc, dans la seconde. il y en aurait eu 1 + 1 = 2, et, dans la première, 5 — 1 = 4; donc il y en aurait réellement deux fois autant dans la première que dans la seconde; donc, dans tous les cas, un nombre est double de l'autre.

Maintenant, les deux nombres multipliés l'un par l'autre = 1.152; donc $\frac{1}{2} \times \frac{2}{2}$ = 1.152; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ = (N° 10) 1.152 : 2 = 576; donc le plus petit nombre = $\sqrt{576}$ = 24, et le plus grand = 24 × 2 = 48.

Ou $\frac{2}{2} \times \frac{2}{2}$ × 1.152 × 2 = 2.304, $\sqrt{2.304}$ = 48 = le plus grand nombre, et 48 : 2 = 24 = le plus petit.

N° 641. Supposons qu'après les changemens opérés suivant l'énoncé, chaque somme égale est 4 : suivant cette supposition,

le 1er aurait mis 4 + 2 = 6;
le 2e 4 — 2 = 2;
le 3e 4 × 2 = 8;
le 4e $\frac{4}{2}$ = 2.

Total, 18.

La mise réelle serait de 18; celle supposée serait $4 \times 4 = 16$, et le produit serait $18 \times 16 = 288$. Or il devrait être de 648; donc il est trop faible d'un nombre de fois = à $648 : 288 = 72 : 32 = 9 : 4$. Mais 288 sont le produit de deux facteurs qui ont entre eux le rapport exigé par l'énoncé, donc (N° XXII) nous ne changerons rien à ce rapport en multipliant chacun des facteurs par un même nombre; donc (N° XII), en multipliant 18 et 16 par $\sqrt{\frac{9}{4}}$ ou par $\frac{3}{2}$, nous aurons $\frac{18 \times 3}{2} = 27$, $\frac{16 \times 3}{2} = 24$, et le produit de ces deux nombres sera $= à\ 288 \times \frac{9}{4} = 648 =$ le nombre demandé.

Maintenant $24 : 4 = 6 =$ le montant d'une mise après les changemens opérés; donc nous trouverons facilement ce que chacun a mis réellement, en opérant comme dessus; car le 1[er] a mis $6 + 2 = 8$;

le 2° $6 - 2 = 4$;
le 3° $6 \times 2 = 12$;
le 4° $6 : 2 = 3$;
et $24 \times 27 = 648$.

N° 642. Puisque le total des louis = 46, opérons sur ce nombre comme s'il était le total de deux sommes seulement; alors cette condition sera la même que celle du (N° 618), et le même raisonnement nous conduira à l'opération suivante :
$46 : 2 = 23$; $23 \times 23 = 529$; $529 - 520 = 9$; $\sqrt{9} = 3$; $23 - 3 = 20 =$ le premier total; $23 + 3 = 26 =$ le deuxième qui contient la plus grande moitié.

Maintenant, suivant l'énoncé, les première et quatrième contenaient 34 louis; les deuxième et troisième en contiennent donc $46 - 34 = 12$ à elles deux; et suivant l'énoncé, elles en contiennent chacune 6; donc en retranchant 6 à chacun des deux nombres trouvés 20 et 26, il reste 14 et 20 pour le contenu des première et quatrième bourses.

N° 643. Le premier a mis 6 f., le deuxième en a gagné 144; en multipliant les deux nombres l'un par l'autre, nous aurons $144 \times 6 = 864$. Maintenant prouvons que, quel que soit le gain du premier et la mise du deuxième, le produit de ces deux nombres doit aussi être $=$ à 864.

En effet, quel que soit le gain, il est ou double, ou triple, ou quadruple, etc., de sa mise. Supposons qu'il soit double: dans ce cas, le premier qui a mis 6 f. a gagné $6 \times 2 = 12$ f.; et le deuxième, qui a gagné 144 f., avait dû nécessairement mettre $144 : 2 = 72$ f., $72 \times 12 = 864$.

Supposons qu'il soit triplé; dans ce cas, le premier, qui a mis 6 f., a gagné $6 \times 3 = 18$ f.; et le deuxième, qui a gagné 144 f., avait dû nécessairement mettre $144 : 3 = 48$, $48 \times 18 = 864$.

On voit que dans nos deux suppositions nous avons les mêmes produits, et que, quel que soit le nombre de la supposition, le produit sera le même; car, dans tous les cas, on multiplie un facteur par un nombre, et on divise l'autre par le même nombre; donc (N° XIV) le produit ne change pas.

Ceci posé, nous trouverons facilement les nombres demandés; car, si du total 210 nous retranchons $144 + 6 = 150$, nous aurons 60 pour le gain du premier et la mise du deuxième; donc le total de ces deux nombres $= 60$, et leur produit $= 864$; donc (N° 618) $60 : 2 = 30$; $30 \times 30 = 900$; $900 - 864 = 36$, $\sqrt{36} = 6$; $30 + 6 = 36 =$ le gain du premier, qui excède la mise du deuxième, et $30 - 6 = 24 =$ la mise du deuxième; donc le premier a mis 6 f., et en a gagné $36 = 6 \times 6$; le deuxième a mis 24 f., et en a gagné $144 = 24 \times 6$, et $6 + 36 + 24 + 144 = 210$.

N° 644. Le raisonnement fait pour résoudre la question précédente est entièrement applicable à la solution de celle-ci; c'est pourquoi nous indiquerons seulement l'opération, et nous renverrons pour la démonstration au numéro précédent.

$600 \times 800 = 480.000$; $3.000 - (600 + 800) = 1.600$. $1.600 : 2 = 800$; $800 \times 800 = 640.000$; $640.000 - 480.000 = 160.000$, $\sqrt{160.000} = 400$; $800 + 400 = 1.200 =$ le gain du premier; $800 - 400 = 400 =$ la mise du deuxième, qui est la moins forte.

N° 645. Suivant l'énoncé, le deuxième a mis 5.000 f. de plus que le premier; et le troisième a mis 5.000 f. de moins; donc à eux deux ils ont mis une somme double de celle du premier. Mais puisque l'un a 5.000 f. de plus, et l'autre 5.000 f. de moins, il est évident que la différence des mises des deuxième et troisième $= 10.000$ f., et en la supposant 1.000 fois plus petite elle est $=$ à 10 f.; donc nous connaissons la différence 10 des deuxième et troisième mises, et leur produit 75, donc (N° 617) $\frac{10}{2} = 5$; $5 \times 5 = 25$; $75 + 25 = 100$, $\sqrt{100} = 10 =$ la mise du premier, en la supposant 1.000 fois plus petite; donc elle est $=$ à 10.000 f.; d'où celle du deuxième $= 10.000 + 5.000 = 15.000$ f., et celle du troisième $= 10.000 - 5.000 = 5.000$ f.

N° 646. Puisque chacun avait la moitié de la somme destinée à jouer, il ne restait plus au premier joueur que $\frac{1}{3}$ de la $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ de la somme entière, et le deuxième avait $\frac{1}{2} \times 4 = 2$ fois cette même somme $+ 8$ f.; donc (N° x) 1 fois la somme $\times$ 2 fois cette même somme $+ 8$ f. $= 832 \times 6$; 1 fois la somme $\times$ 1 fois cette même somme $+ 4 = 832 \times \frac{6}{2} = 2.496$; donc maintenant la différence des deux nombres est 4, et le produit $= 2.496$; donc (N° 617) $\frac{4}{2} = 2$; $2 \times 2 = 4$; $2.496 + 4 = 2.500$, $\sqrt{2.500} = 50 =$ la somme des deux nombres s'ils étaient égaux. Or, nous savons qu'ils l'étaient d'abord; et puisqu'ils le sont encore, bien que le total soit augmenté de 4, il en résulte que le nombre cherché $= 50 - 2 = 48$.

N° 647. Le multiplicateur = l'âge de l'aîné — 18, le multiplicande = ce même âge + 18; donc (N° IX) la différence de ces deux facteurs = 18 × 2 = 36; donc la différence étant 36, et le produit 252, nous aurons (N° 617) 36 : 2 = 18; 18 × 18 = 324; 252 + 324 = 576, $\sqrt{576}$ = 24 = l'âge de l'aîné.

N° 648. Puisque les femmes sont moitié moins que les hommes et les enfans réunis, il est évident que s'il y avait autant d'hommes que d'enfans les trois quantités seraient égales; mais nous voyons qu'il y a 4 hommes de plus que de femmes; donc il faut, suivant notre hypothèse, ajouter 4 au nombre qui représente les hommes; et, pour ne rien changer au total, il faut nécessairement les retrancher au nombre qui représente les enfans; donc de deux quantités égales on retranche 4 de l'une pour les ajouter à l'autre; donc (N° IX) la différence de ces deux quantités = 4 × 2 = 8; donc nous connaissons leur produit 48, et leur différence 8; donc (N° 617) 8 : 2 = 4; 4 × 4 = 16; 48 + 16 = 64, $\sqrt{64}$ = 8, 8 + 8 = 16 = le total des deux nombres, $\frac{16-8}{2}$ = 4 = le plus petit, 4 + 8 = 12 = le plus grand;

donc il y avait 12 hommes qui ont payé 12 f. × 12 = 144 f.;
4 enfans qui ont payé 4 f × 4 = 16;
8 femmes qui ont payé 8 f. × 8 = 64;
Total, 224 f.

N° 649. Il est évident que le produit 2.688 est celui de 224 × la part du troisième; donc cette part = 2.688 : 224 = 12. Or, si le troisième a 12 f., les deux autres en ont 42 — 12 = 30; donc on connaît le total des deux sommes et leur produit qui = 224; donc (N° 618) 30 : 2 = 15; 15 × 15 = 225; 225 — 224 = 1, $\sqrt{1}$ = 1, 15 — 1 = 14 = la part de la deuxième, et 15 + 1 = 16 = celle de la première, qui a eu la plus forte somme.

N° 650. Le produit des deux premières mises $=120$, et celui des quatre mises $=5.760$; mais le produit général est formé de 120 multiplié par (la mise du troisième $\times$ celle du quatrième). Or nous connaissons celle du troisième qui $=8$ f.; donc le produit des 3 premières mises $=120\times 8=960$, et celui des 4 mises $=960\times$ la quatrième $=5.760$; donc la mise du quatrième $=5.760:960=6$ f.; donc les deux premiers ont mis $36-(8+6)=22$ f.; donc le total des deux mises et leur produit sont connus, donc (N° 618) $22:2=11$; $11\times 11=121$; $121-120=1$; $\sqrt{1}=1$; $11+1=12=$ la mise du premier, $11-1=10$ $=$ celle du deuxième. Or chacun a eu un bénéfice proportionné à sa mise; donc, puisque le quatrième avec 6 f. en a gagné 18, avec 1 f. il en a gagné $18:6=3$, et si 1 f. a rapporté 3 f., le premier a gagné $12\times 3=36$; le deuxième $10\times 3=30$; le troisième $8\times 3=24$, et le quatrième a gagné $6\times 6=36$.

N° 651. 96 et 54 sont les produits du nombre des journées faites par chaque ouvrier, multipliées par les prix qu'ils reçoivent; donc, en multipliant 96 par 54, on aura 5.184, et ce nombre sera le produit de 4 facteurs, dont deux exprimeront les journées, et deux les prix. Mais lorsque le second ouvrier fait six journées de plus, il est évident que le total des journées ne change pas; car ce que l'on retranche à l'un on l'ajoute à l'autre : les prix ne changent pas non plus; donc, dans les deux cas, le produit des 4 facteurs, bien qu'ils aient changé de place, est toujours le même; donc (N° XIII) 5.184 est aussi le produit de ce que gagnerait le premier $\times$ ce que gagnerait le second. Mais, suivant l'énoncé, ils gagneraient tous deux la même somme; donc 5.184 est le produit d'un nombre $\times$ lui-même; donc $\sqrt{5.184}=72=$ la somme que chaque ouvrier recevrait dans le second cas.

Maintenant, si le second fait 6 journées de moins, il ne

gagne que 54 f.; donc 6 de ses journées $= 72 - 54 = 18$ f., et une $= \frac{18}{6} = 3$.

Si le premier en fait 6 de plus, il gagne 96 f.; donc 6 de ses journées $= 96 - 72 = 24$, et une $= 24 : 6 = 4$ f.

N° 652. Le raisonnement que nous avons fait pour résoudre le numéro précédent est entièrement applicable à celui-ci; donc $100 \times 48 = 4.800$ est le produit de 4 facteurs, et il est aussi (N° XIII) le produit de deux nombres, dont l'un est $\frac{1}{5}$ plus fort que l'autre; donc, dans le second cas, le $\frac{4}{5}$ de la plus faible somme sont multipliés par cette même somme; donc $\frac{4}{5} \times \frac{5}{5} = 4.800$; donc $(\frac{5}{5} \times 1\ \frac{1}{5}) \times \frac{4}{5} = 4.800 \times 1\ \frac{1}{5}$; d'où $\frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = 6.400$, et $\sqrt{6.400} = 80 =$ la somme reçue par le premier ouvrier; donc si le premier a reçu 80 f., le deuxième a reçu (N° XX) $80 - 80 : 4 = 60$ f. Maintenant si le premier fait 4 journées de plus, il est augmenté de 20 f. Chaque journée lui est donc payée 5 f., et il a travaillé $100 : 5 = 20$ jours.

Si le second en fait 4 de plus, on l'augmente de 12 f. Chaque journée lui est donc payée 3 f., et il a travaillé $48 : 3 = 16$ jours.

N° 653. Suivant l'énoncé, le deuxième a les $\frac{3}{7}$ de ce qu'a le premier; et le troisième a les $\frac{5}{17}$ de ce qu'a le deuxième; donc si le premier a 1 f., le deuxième a $\frac{3}{7}$, et le troisième les $\frac{5}{17}$ des $\frac{3}{7} = \frac{15}{119}$; en réduisant tout au même dénominateur, et supprimant ce dénominateur, nous aurons pour le rapport des sommes de chacun 119, 51 et 15;

d'où $119 \times 51 = 6.069$;
$51 \times 15 = \ \ 765$;
$119 \times 15 = 1.785$;
Total, 8.619.

Or les trois produits devraient faire un total de $3.830\ \frac{2}{3}$; et ils en font un de 8.619; donc ils sont trop forts d'un nombre de fois $=$ à $8.619 : 3830\ \frac{2}{3} = 25.857 : 11.492 = 9 : 4 = \frac{9}{4}$; donc il faudra (N° II) diviser chacun des produits par $\frac{9}{4}$, et ces produits étant formés de 2 nombres multipliés

l'un par l'autre, il faudra (N° XII) diviser chacun de ces 2 nombres par $\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$; alors nous trouverons que chacun des joueurs a, savoir : Le premier $119\times\frac{2}{3}=79\frac{1}{3}$; le deuxième $51\times\frac{2}{3}=34$, et le troisième $15\times\frac{2}{3}=10$ f.

N° 654. Suivant l'énoncé, si le premier a mis 6 f., le deuxième en a mis 3, le troisième en a mis 1, et le quatrième en a mis 2; donc $6\times3=18$; $3\times1=3$; $2\times3=6$; $18+3+6=27$. Or ce total devrait être de 972; il est donc trop petit d'un nombre de fois $=$ à $\frac{972}{27}=\frac{108}{3}=36$.

Or, (N° II) en multipliant chacune des quantités qui l'ont formé par 36, le total sera multiplié par le même nombre : mais chacune de ces quantités est le produit de 2 facteurs; il faut donc (N° XII) multiplier chacun de ces facteurs par $\sqrt{36}=6$; alors chacune des quantités qui forment le total sera multipliée par 36, et ce total sera $=$ à $27\times36=972$, comme l'exige l'énoncé.

Donc 6, 3, 1 et 2 multipliés successivement par 6 donnent 36, 18, 6 et $12=72$.

Maintenant le neuvième du gain $\times$ le total de la mise $=$ la moitié du carré de ce même total; donc $72\times\frac{1}{9}$ du gain $=$ la moitié du carré de 72. Or le carré de $72=72\times72=5.184$; donc sa moitié $=5.184:2=2.592$; donc $\frac{1}{9}$ du gain $=2.592:72=36$, et le gain total $=36\times9=324$; d'où si 72 f. ont produit 324 f., 1 f. a produit $\frac{324}{72}=\frac{36}{8}=4,50$.

Alors le 1er a eu pour sa part	$4,50\times36=162$;
le 2e	$4,50\times18=81$;
le 3e	$4,50\times6=27$;
le 4e	$4,50\times12=54$;
	Total, 324.

N° 655. Suivant l'énoncé, le quotient est égal au diviseur plus 1; car le quotient et le diviseur sont les deux facteurs dont le produit $=12$.

Donc la différence des deux nombres $= 1$, et le produit $= 12$; donc (N° 617) $1 : 2 = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $12 + \frac{1}{4} = 12\frac{1}{4} = \frac{49}{4}$; $\sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$; $\frac{7}{2} + \frac{7}{2} = 7 =$ le total des deux nombres; $\frac{7-1}{2} = 3 =$ le nombre cherché.

N° 656. Cette question se rapporte entièrement à la précédente, quant à la manière de la résoudre, car le quotient et le diviseur étant les 2 facteurs qui produiraient 36, il en résulte que l'un est de 5 unités plus fort que l'autre; donc la différence $= 5$, et le produit $= 36$; donc (N° 617). $5 : 2 = \frac{5}{2}$; $\frac{5}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$; $36 + \frac{25}{4} = \frac{169}{4}$; $\sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2}$; $\frac{13}{2} + \frac{13}{2} = 13$; $\frac{13-5}{2} = 4 =$ l'âge du jeune; $4 + 5 = 9 =$ l'âge du cadet; $36 =$ l'âge de l'aîné.

N° 657. Si 1 f. rapportait un intérêt égal à la somme placée, le carré de cette somme serait l'intérêt demandé. Or, suivant l'énoncé, ce sont 100 f. qui rapportent cet intérêt; donc la somme placée $\times$ elle-même donne une somme $=$ à 100 fois l'intérêt.

Mais en retirant 1.064f. on retire l'intérêt et le capital qui l'a produit; donc, pour retirer une somme 100 fois plus forte, il faudrait retirer 1.064 f. $\times$ 100 $=$ 106.400; alors on retirerait 100 fois le capital et 100 fois l'intérêt qu'il a produit. Or nous avons vu que le capital $\times$ lui-même donnait un produit $=$ à 100 fois l'intérêt. Le carré de la somme placée $+$ 100 fois cette même somme $=$ donc 106.400; donc (N° 618) 100 : 2 $=$ 50; 50 $\times$ 50 $=$ 2.500; 106.400 $+$ 2.500 $=$ 108.900; $\sqrt{108.900} = 330$; $330 + 330 = 660$; $\frac{660 - 100}{2} = 280 =$ le capital demandé.

N° 658. 24.000 f. ont produit 29.172 f. 15; 1 f. a produit 29.172,15 : 24.000 $=$ 2.917.215 : 2.400.000 $=$ 194.481 : 160.000.

Or, si l'on fait attention (N° 397) que pour former la fraction qui représente la valeur d'un franc après 4 ans, on

multiplie 4 fois par elle-même la fraction qui représente la valeur d'un franc après 1 an, on verra qu'en extrayant la racine 4 de $\frac{194.481}{160.000}$ on aura pour résultat la valeur d'un franc après 1 an; d'où on déduira facilement le taux de l'intérêt : mais en extrayant la racine carrée de notre fraction, nous aurons pour résultat le produit de 2 ans, ou de deux fois la fraction qui représente la valeur d'un an, et en extrayant la racine de cette racine, nous aurons le nombre demandé.

Donc $\sqrt{\frac{194.481}{160.000}} = \frac{441}{400}$, et $\sqrt{\text{de } \frac{441}{400}} = \frac{21}{20} =$ la valeur d'un franc après 1 an; donc 1 f. est augmenté de $\frac{1 \text{ f.}}{20}$; 100 f. sont augmentés de $\frac{100}{20} = 5$; donc l'argent est placé à 5 pour 100.

N° 659. Suivant l'énoncé, quelle que soit la valeur de chacune des parties de 60, nous voyons que la plus grande $\times$ la plus grande $\times$ la plus petite $+$ la plus petite $\times$ la plus petite $\times$ la plus grande $= 51.840$.

Mais, dans chacune de ces parties, en multipliant la plus grande par la plus petite, et la plus petite par la plus grande, on aura deux produits égaux; alors ce produit $\times$ la plus petite partie de 60 $+$ ce même produit $\times$ la plus grande $= 51.840$.

Mais la plus petite $+$ la plus grande partie de 60 $=$ 60; donc on pourrait changer l'énoncé, et dire : On propose de partager 60 en deux parties, telles qu'étant multipliées chacune par un nombre égal, la somme des deux produits $= 51.840$.

Suivant cet énoncé, on voit qu'à commencer du nombre 30, quels que soient les deux nombres qu'on supposera, pourvu que leur somme $=$ 60, la somme des deux produits sera toujours $=$ à 51.840; car, quel que soit le nombre que

l'on retire de l'un des deux, son produit (N° 11) sera diminué d'autant de fois le multiplicateur, et ce même nombre, ajouté à l'autre, l'augmenterait d'autant de fois l'autre multiplicateur; donc (N° 1) le total des deux produits ne changera pas.

Ceci bien conçu, supposons 30 et 30; chacune des sommes sera $=$ à $51.840 : 2 = 25.920$, et le multiplicateur sera $=$ à $25.920 : 30 = 864$.

Donc, dans tous les cas, $864 =$ la plus petite partie de $60 \times$ la plus grande; donc la somme des deux facteurs de la multiplication $= 60$, et le produit $= 864$; donc (N° 618) $30 \times 30 = 900$; $900 - 864 = 36$; $\sqrt{36} = 6$; $30 - 6 = 24$ $=$ la plus petite, et $30 + 6 = 36 =$ la plus grande; d'où $36 \times 36 \times 24 + 24 \times 24 \times 36 = 51.840$; et, suivant notre démonstration,

$36 \times 24 = 864$; $864 \times (30 + 6) =$ 31.104;
$24 \times 36 = 864$; $864 \times (30 - 6) =$ 20.736;

Total, 51.840.

Quel que soit le nombre que l'on proposerait de diviser, suivant les mêmes conditions, on voit qu'en divisant la moitié du produit donné par la moitié de ce nombre, on a le produit de deux sommes dont on connaît le total; d'où (N° 618) le reste se trouvera avec la plus grande facilité.

Soit à partager 12 en deux parties dont le carré de la plus grande $\times$ la plus petite $+$ le carré de la plus petite $\times$ la plus grande $= 240$.

Voici l'opération :

$\frac{240}{2} = 120$, $\frac{120}{6} = 20$;

$6 \times 6 = 36$; $36 - 20 = 16$; $\sqrt{16} = 4$;

$6 - 4 = 2 =$ le plus petit nombre;

$6 + 4 = 10 =$ le plus grand;

$10 \times 10 \times 2 + 2 \times 2 \times 10 = 240$.

Questions compliquées sur toutes sortes de sujets, et dont les solutions se déduisent de même des principes établis et des raisonnemens faits pour les précédentes.

N° 660. Si le propriétaire eût ajouté le huitième juste du produit de la vente de son vin à ce même produit, la somme eût été trop forte de 375 f.; et au lieu d'avoir 43.520 f., il aurait eu 43.875 f.

Mais ce produit trop fort nous servira à trouver combien il a vendu son vin; car nous voyons qu'il est formé du total de la vente, plus du huitième de ce même total; donc il est égal aux $\frac{8}{8}+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$ de la somme qu'a produit cette vente.

Or, si $\frac{9}{8}$ ont produit 43.875 f., $\frac{1}{8}$ produira 43.875 : 9 = 4.875 f., et $\frac{8}{8}$ produiront 4875 $\times$ 8 = 39.000 f.; et, par suite, si 300 pièces de vin ont coûté 39.000 f, une pièce aura coûté 39.000 : 300 = 390 : 3 = 130 f.

N° 661. Première condition.

Si le propriétaire n'eût joint au total qu'on lui offrait que le dixième de cette même somme, il lui aurait manqué 600 f. pour acheter la maison, et il aurait eu une somme égale au prix de cette maison — 600 f. = 43.500 — 600 = 42.900 f., et ces 42.900 f. auraient été composés du prix total de la vente de son vin, plus du dixième de ce même total $=\frac{10}{10}+\frac{1}{10}=\frac{11}{10}$; d'où, si $\frac{11}{10}=$ 42.900 f. $\frac{1}{10}=$ 42.900 : 11 = 3.900 f., et $\frac{10}{10}=$ 3.900 $\times$ 10 = 39.000 f.

Deuxième condition.

Suivant cette condition, le vin rapporterait au propriétaire une somme qui serait $\frac{1}{30}$ plus forte que celle nécessaire à l'achat de la maison; donc le prix sera = aux $\frac{29}{30}$ du prix du vin, et si les $\frac{29}{30}$ de ce prix = 43.500 f., $\frac{1}{30}$ sera = à 43.500 : 29 = 1.500 f.

Alors le prix du vin aurait été de 43.500 + 1500 f. = 45.000 f.; par conséquent, dans ce dernier cas, il aurait

vendu son vin 4.500 : 300 = 450 : 3 = 150 f.; et, dans le premier cas, il ne l'aurait vendu que 39.000 : 300 = 390 : 3 = 130 f.

N° 662. Quoique cette question se rapporte entièrement au N° 92, nous la résoudrons par une autre analogie.

Puisque le marchand n'a fourni que les $\frac{2}{3}$ des marchandises, il ne doit nécessairement recevoir que les $\frac{2}{3}$ du paiement; donc, quelle que soit la valeur de la pendule, il ne devrait recevoir que les $\frac{2}{3}$ de cette valeur + les $\frac{2}{3}$ de 1.500 f.

Or, en recevant les $\frac{2}{3}$ de 1.500 f., il recevrait (1.500 × 2) : 3 = 1.000 f et, suivant l'énoncé, il ne reçoit que 800 f.; donc il reçoit 200 f. de moins, et, pour qu'il y ait compensation, ces 200 f. doivent être l'équivalent du tiers de la valeur de la pendule qu'il reçoit en plus; d'où, si $\frac{1}{3}$ = 200 f., $\frac{3}{3}$ = 600 f. = la valeur demandée.

N° 663. Pour compléter la somme, il est clair qu'il faudrait y joindre les $\frac{2}{3}$ qu'on a dépensés. Or, en ajoutant 245 f., on ajoute 40,20 de trop ; les $\frac{2}{3}$ de la somme demandée = donc 245 — 40,20 = 204,80 ; $\frac{1}{3}$ = 204,80 : 2 = 102,40, et $\frac{3}{3}$ = 102,40 × 3 = 307,20.

N° 664. Pour compléter la somme, il faudrait y joindre les $\frac{4}{5}$ qui ont été dépensés; or en y joignant 340 f., elle est augmentée d'$\frac{1}{3}$. 340 f. sont donc égaux aux $\frac{4}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15}$ de la somme demandée; $\frac{1}{15}$ = 340 : 17 = 20, et $\frac{15}{15}$ = 20 × 15 = 300 f.

N° 665. Pour donner 6 f., il doit gagner 70,50;
pour donner 1 f., il doit gagner 70,50 : 6 = 11,75;
pour donner 143 f., il a dû gagner 11,75 × 143 = 1.680,25.
D'un autre côté, pour gagner 5,50, il doit vendre pour 96 f.; pour gagner 1 f., il doit vendre pour 96 : 5,50 = 960 : 55 = 192 : 11 ;
pour gagner 1.680 f. 25 c., il a dû vendre pour une somme = à (960 × 1.680,25) : 11 = 152,75 × 192 = 29.328.

N° 666. En ne considérant que la fin de la partie, nous verrons qu'un joueur a perdu 12 f., et l'autre 57; mais, si en la commençant, ils avaient chacun la même somme,

après leurs pertes, le premier avait $57 - 12 = 45$ f. de moins que le deuxième, et comme, à cette époque, la somme du premier était égale à 4 fois celle du deuxième, il restait au deuxième $45 : 3 = 15$, et le premier avait $15 \times 4 = 60$ f. Or le premier a perdu 12 f., et le deuxième 57; donc l'un avait avant cette partie $15 + 57 = 72$ f., et l'autre $60 + 12 = 72$; et, comme le veut l'énoncé, leurs sommes étaient égales.

N° 667. Ce que le deuxième a perdu le premier l'a gagné; donc, en quittant le jeu, ils ont à eux deux la même somme qu'en le commençant; donc ils ont $54 + 41 = 95$ f.; mais alors le premier a 4 fois autant que le deuxième; donc la somme du deuxième est égale au quart de celle du premier; donc les $\frac{4}{4}$ de la somme du premier $+ \frac{1}{4}$ de cette même somme $= 95$ f.; donc $\frac{1}{4} = 95 : 5 = 19$, et $\frac{4}{4} = 76$ f. $=$ l'argent du premier quand il a 4 fois autant que son camarade, qui, alors, a 19 f., ou $76 : 4$; donc le premier a gagné $76 - 54 = 22$ f., et le deuxième les a perdu.

N° 668. Les deux joueurs en se mettant au jeu ont une somme de 96 f., et l'un a le double de l'autre; donc (N° xx) l'un a $96 : 3 = 32$ f., et l'autre $32 + 32 = 64$.

A la fin de la partie, celui qui a gagné 40 f., a trois fois autant que son camarade qui avait le double de lui; donc celui qui a gagné 40 f. est celui qui n'en avait que 32, et qui maintenant en a $32 + 40 = 72$; et son camarade, qui en avait 64, n'en a plus que $64 - 40 = 24$.

N° 669. Comme au (N° 39), examinons les opérations qu'a subies la somme empruntée par le joueur. Or elle a été 1° multipliée par 4; 2° divisée par 2; 3° multipliée par $1\frac{1}{2}$, et 4° divisée par 4; donc $\frac{1 \times 4 \times 1\frac{1}{2}}{2 \times 4} = 1\frac{1}{2} : 2 = \frac{3}{4} =$ la portion de la somme empruntée qui restait au joueur après avoir fait les 4 parties.

Maintenant nous savons qu'il a gagné 48 f. au premier coup, et ces 48 f. ont été divisés par 2, multipliés par $1\frac{1}{2}$,

et divisés par 4 ; donc il restait au joueur sur cette somme $\frac{48 \times 1\frac{1}{2}}{2 \times 4} = 6 \times 1\frac{1}{2} = 9$ f. Mais, après avoir rendu la somme qu'il avait empruntée, il ne lui reste plus rien ; donc il a dû ajouter 9 f. aux $\frac{3}{4}$ de la somme pour la compléter ; donc cette somme était $=$ à $9 \times 4 = 36$ f.

N° 670. Suivant le principe établi (N° 39), nous verrons que la somme empruntée a été 1° multipliée par 5 ; 2° divisée par 3 ; 3° multipliée par 3, et 4° divisée par 4 ; donc la partie de cette somme qui reste au joueur après ces opérations successives $= \frac{1 \times 5 \times 3}{3 \times 4} = 5 : 4 = \frac{5}{4}$; donc, après avoir rendu la somme qu'il a empruntée, il lui reste $\frac{1}{4}$ de cette même somme ; donc 18 f. $=$ ce quart, et la somme entière $= 18 \times 4 = 72$.

N° 671. Le premier joueur a gagné $13 \times 2 = 26$ f., il en a perdu $19 \times 2 = 38$; donc il a perdu réellement $38 - 26 = 12$ f., et les deux autres ont gagné chacun $12 : 2 = 6$ f. Or 12 f. de perte diminue la somme du premier d'un tiers ; donc 12 f. font le tiers de la somme, et la somme entière $= 12 \times 3 = 36$. 6 f. de gain augmentent celle du deuxième d'un cinquième ; donc il avait $6 \times 5 = 30$. 6 f. de gain augmentent celle du troisième d'un quart ; donc il avait $6 \times 4 = 24$ f. ; d'où $36 + 30 + 24 = 90$ f. ; et, à la fin de la partie,

le 1er avait	$36 - 12 = 24$;
le 2e	$30 + 6 = 36$;
le 3e	$24 + 6 = 30$;
Total,	90.

N° 672. Puisque chaque ouvrier a reçu la même somme, il est évident que la somme que chacun a reçue doit être divisible par 3, 4, 5 et 6 ; car chacune des parties égales est le produit de 3, 4, 5 et 6 $\times$ le nombre de jours qu'ils ont travaillé.

Donc le produit de $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$ est divisible par

ces 4 nombres, et nous aurons successivement, pour les journées du premier, 360 : 3 = 120; pour celles du deuxième 360 : 4 = 90; pour celles du troisième 360 : 5 = 72; pour celles du quatrième 360 : 6 = 60, et pour le total 342. Or, suivant l'énoncé, ils n'en ont fait que 57; donc notre total est trop fort d'un nombre de fois = à 342 : 57 = 114 : 9 = 6; donc (N° 11) en divisant chacun des nombres qui composent notre total par 6, nous aurons 342 : 6 = 57 pour le nombre réel des journées, et le premier ouvrier en aura fait 120 : 6 = 20; le deuxième 90 : 6 = 15; le troisième 72 : 6 = 12; le quatrième 60 : 6 = 10, et ils auront gagné chacun 60 f. = 360 : 6.

N° 673. Sans répéter ce que nous avons dit au numéro précédent, nous chercherons de suite par la méthode abrégée et connue pour trouver le plus petit diviseur commun quel est le plus petit nombre divisible par 20, 15, 12 et 10, et nous aurons, à la plus simple expression, $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ = ce nombre; d'où chaque ouvrier aurait reçu par jour, savoir : le premier 60 : 20 = 3 f.; le deuxième 60 : 15 = 4 f.; le troisième 60 : 12 = 5 f.; le quatrième 60 : 10 = 6 f., et $3 + 4 + 5 + 6 = 18$, comme l'exige l'énoncé.

N° 674. Sur 5 poires s'il y en avait moitié à 2 pour 1ˢ, et moitié à 3 pour 1ˢ, il y aurait

2 poires $\frac{1}{2}$ à 6ᵈ = 15ᵈ;
2 poires $\frac{1}{2}$ à 4ᵈ — 10ᵈ;
Total, 25.

Donc le prix coûtant serait 25ᵈ, et on n'en retirerait que 2ˢ ou 24ᵈ; donc, sur 5 poires, il y aurait une perte de 1ᵈ.

Or, suivant l'énoncé, la perte est de 1ˢ ou 12ᵈ sur la totalité; donc il faut qu'il y ait 12 fois 5 poires = 60.

N° 675. Si elle eût acheté	30 œufs,
elle aurait donné pour les droits	2,
pour le port	1;
en tout	33.

En vendant les 30 œufs à $1^d \frac{1}{2}$, elle aurait reçu $30 \times 1 \frac{1}{2} = 45$. Elle aurait donc gagné $45 - 33 = 12^d$;

donc elle gagne 12^d sur 33^d,

elle gagne 1^d sur $33 : 12$;

et elle gagnera 30# ou 600^d sur $\frac{33 \times 600}{12} = 33 \times 50 = 1.650^d$.

Alors l'achat des œufs, plus les dépenses pour les droits et le transport monteraient à 1.650^d. Or, suivant l'énoncé, la dépense des droits $= \frac{1}{15}$ de l'achat, et celle du port est moitié moins forte; donc elle égale $\frac{1}{30}$; donc $\frac{30}{30}$ ou l'achat $+ \frac{2}{30}$ pour les droits, $+ \frac{1}{30}$ pour le port; en tout $\frac{33}{30}$ de l'achat $= 1.650^d$; $\frac{1}{30} = 1.650 : 33$, et $\frac{30}{30} = \frac{1.650 \times 30}{33} = 1.500^d$; et les œufs ayant coûté 1^d, il y en avait 1.500; les droits ont été de $1.500 : 15 = 100^d$, et le port de $100 : 2 = 50^d$.

N° 676. Supposons que ce marchand a acheté 1 mètre de drap à 5 f. : s'il l'eût payé $\frac{1}{5}$ de moins, il l'aurait payé 4 f., et pour 5 f. il en aurait eu un nombre de mètres $=$ à $5 : 4 = 1$ mètre $\frac{1}{4}$, donc sur 1 mètre la quantité serait augmentée d'$\frac{1}{4}$. Or, suivant l'énoncé, elle doit l'être de $12 \frac{1}{2} = \frac{25}{2} = \frac{50}{4}$; donc, pour avoir une augmentation de $\frac{50}{4}$, il faudra 50 mètres de drap; donc pour 2.000 f. il a eu 50 mètres de drap, et chaque mètre revient à $2.000 : 50 = 200 : 5 = 40$ f., ou, pour 2.000 f. : $5 = 400$ f., on aurait 12 mètres $\frac{1}{2}$ de drap; donc 1 mètre coûterait $400 : 12 \frac{1}{2} = 800 : 25 = 32$ f. : mais alors il coûterait $\frac{1}{5}$ de moins qu'il ne coûte réellement; donc (N° XX) il a coûté $32 + (32 : 4) = 40$ f., et pour 2.000 f. on a eu un nombre de mètres $=$ à $2.000 : 40 = 200 : 4 = 50$.

N° 677. Si la deuxième qualité coûte 7 f., la première coûte 9 f.; donc s'il y avait pour 7 f. de drap dans chaque pièce, la deuxième contiendrait 1 mètre et la première en contiendrait $\frac{7}{9}$ de mètre; donc sur 1 mètre ou $\frac{9}{9}$, sa quantité diminuerait de $\frac{2}{9}$. Or, suivant l'énoncé, elle l'est de $6 \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = \frac{60}{9}$; donc, pour la diminuer de $\frac{60}{9}$, il faudrait 30 mètres de drap.

Ou, les $\frac{2}{7}$ de $840 = 240$; donc 6 mètres $\frac{2}{3} = 240$ f.; 1 mètre $= 240 : 6\frac{2}{3} = 720 : 20 = 72 : 2 = 36$ f.; mais alors la valeur du drap serait augmentée des $\frac{2}{7}$; donc il n'a été payé réellement (N° XX) que $36 - \frac{36 \times 2}{9} = 36 - 8 = 28$ f., et pour 840 f. on en a eu un nombre de mètres $=$ à $840 : 28 = 120 : 4 = 30$ mètres.

N° 678. Pendant un mois cet employé a dépensé les $\frac{7}{8}$ de ses appointemens et les $\frac{7}{8}$ de 40,80; donc, quand il reçoit un autre mois, il n'a plus que $\frac{1}{8}$ d'un mois $+ 40,80 : 8 = \frac{1}{8}$ $+ 5$ f. 10 c.; et en joignant les deux sommes il a $\frac{8}{8} + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$ de ses appointemens d'un mois, et 5 f. 10 c.; mais ce qu'il a $=$ 275 f. 10 c.; donc $\frac{9}{8} + 5$ f. 10 c. $= 275,10$; et (N° III) en retranchant 5 f. 10 c. de chacune des quantités égales, leur égalité ne sera pas détruite, et nous aurons $\frac{9}{8} = 270$ f.; d'où $\frac{1}{8} = 270 : 9 = 30$ f., et $\frac{8}{8}$ ou les appointemens d'un mois $= 30 \times 8 = 240$ f.

N° 679. Sans nous occuper des 5# qu'avait l'ouvrier, quelle que soit la somme qu'il reçoit par semaine, après sa première dépense, il ne lui reste plus que la valeur d'une semaine; mais à ce reste il joint le montant de trois semaines; donc avant de faire la deuxième dépense, il a le produit de 4 semaines; et, après l'avoir faite, il ne lui reste plus que le montant de 4 semaines $: 3 = 1$ semaine $\frac{1}{3}$.

Maintenant, après avoir dépensé les $\frac{4}{5}$ de 5#, il ne lui reste plus que 1#, et, après avoir dépensé les $\frac{2}{3}$ de cette livre, il ne lui reste plus que 1# : 3 = 6ˢ 8ᵈ; donc les 20# 6ˢ 8ᵈ qui lui restent se composent du produit d'une semaine $\frac{1}{3} +$ 6ˢ 8ᵈ; donc une semaine $\frac{1}{3}$ représentent 20# 6ˢ 8ᵈ — 6ˢ 8ᵈ $=$ 20#; d'où si $\frac{4}{3}$ de semaine $=$ 20#, $\frac{1}{3} =$ 20# : 4, et $\frac{3}{3} = \frac{20 \times 3}{4} = 5 \times 3 = 15$#.

N° 680. Pour 64 tonneaux le premier marchand en a

donné 5; pour 1, il en a donné 5 : 64; pour 20 tonneaux, le deuxième a donné 2 tonneaux; pour 1, il en a donné 2 : 20 = 1 : 10.

Pour terminer le paiement des 64 tonneaux, le prémier a donné 40 f.; pour 1 tonneau il a donc donné 40 f. : 64 = 0,62 c. $\frac{1}{2}$. On a rendu au deuxième 40 f.; on lui a donc rendu pour 1 tonneau 40 : 20 = 2 f.

Mais le deuxième marchand a donné de plus que le premier $\frac{1}{10} - \frac{5}{64}$ de tonneau $= \frac{7}{320}$; donc $\frac{7}{320}$ de tonneau = 62 c. $\frac{1}{2}$ qu'a dû ajouter le premier + 2 f. qu'on a rendu au deuxième; donc $\frac{7}{320}$ de tonneau = 2,62 c. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{320} = 262\frac{1}{2}$: 7, et $\frac{320}{320} = \frac{262\frac{1}{2} \times 320}{7} = \frac{525 \times 320}{7 \times 2} = 75$ c. $\times 160 = 120$ f.

Donc le premier marchand a payé d'entrée $120 \times 5 + 40$ f. $= 640$ f., et le deuxième $120 \times 2 - 40 = 200$ f. Mais l'un avait 64 tonneaux, et l'autre 20; donc ils ont payé pour chaque tonneau 640 : 64, ou 200 : 20 = 10 f.

N° 681. Puisque la plus forte somme est égale à cette même somme multipliée par la plus faible et divisée par la différence, il est évident que la différence est égale à la somme la plus faible.

Donc, si la différence est égale à la plus faible somme, la plus forte, qui est égale à la plus faible plus la différence, est égale à deux fois la plus faible; donc le prix le plus faible = 450 : 3 = 150 f., et le plus fort = 450 — 150 = 300 f.

N° 682. Quel que soit le produit égal résultant des deux multiplications, il est évident qu'il est divisible par 3 et par 7; donc si nous supposons $3 \times 7 = 21$ pour produit, nous trouverons que le père aurait 21 : 3 = 7 ans, et le fils 21 : 7 = 3, et qu'entre eux deux ils auraient 10 ans. Or, suivant l'énoncé, ils en ont 70; donc notre total est trop petit d'un nombre de fois = à 70 : 10 = 7; donc (N° 11) en multipliant chacun des nombres qui l'ont formé par 7, il

sera 7 fois plus fort, et nous aurons 49 et 21 pour les âges demandés.

N° 683. D'après l'énoncé, la plus grande partie$\times$3 surpasse de 15 la plus petite$\times$7. Mais en retirant 5 de la plus grande, le produit de cette partie qui est multiplié par 3 sera diminué de $5\times3=15$; alors 3 fois la plus grande sera égale à 7 fois la plus petite; et comme en retirant 5 de la plus grande partie le total sera diminué de 5, la somme à partager ne sera plus que 70, et la question sera absolument la même que la précédente; donc la plus grande partie sera 49, et la plus petite 21; d'où ajoutant à la plus grande les 5 qu'on a d'abord retirés, le total sera remis à sa juste valeur, et le produit de $49+5=54\times3$ surpassera de 15 celui de 21×7.

On eût pu dire aussi; 7 fois la plus petite partie $+$ 15 $=$ 3 fois la plus grande; alors, par un raisonnement analogue au précédent, on aurait considéré qu'en augmentant la plus petite partie de $2\frac{1}{7}$, son produit aurait été augmenté de 15; la somme à partager aurait été de $77\frac{1}{7}$, et, dans ce cas, 3 fois la plus grande aurait été $=$ à 7 fois la plus petite; d'où, prenant 21 comme dessus, on aurait 7 et $3=10$, et l'on devrait avoir $77\frac{1}{7}$; donc le nombre trouvé serait trop petit d'un nombre de fois $=$ à $77\frac{1}{7}:10=540:70=54:7=\frac{54}{7}$; donc en multipliant 7 et 3 par $\frac{54}{7}$ on aurait 54 et $23\frac{1}{7}$ pour le nombre demandé; d'où, retranchant au plus petit les $2\frac{1}{7}$ qu'on y a ajoutés, on aura 54 et 21 qui remplissent définitivement les conditions.

N° 684. Si au bout de 3 ans le second s'est endetté de 1.000 f., en 1 an il s'est endetté de $1000:3=333$ f. $\frac{1}{3}$; donc en dépensant 600 f. de plus que le premier, il a par an de moins que lui 333f. $\frac{1}{5}$ qu'il doit $+\frac{1}{5}$ de son revenu. Mais les revenus sont les mêmes; donc ($\frac{1}{5}$ du revenu $+$ 333 $\frac{1}{5}$) $=$ 600; donc (N° 111) en retranchant à chacune des deux

quantités égales $333\frac{1}{3}$, nous aurons $\frac{1}{5}$ du revenu $= 266\frac{2}{3}$, et le revenu $= 266\frac{2}{3} \times 5 = 1.333$ f. $\frac{1}{3}$.

N° 685. Si l'aîné avait 5 ans, 3 fois son âge égalerait 15; conséquemment le jeune aurait $15 : 5 = 3$ ans, et ils auraient 8 ans à eux deux; donc, quel que soit le total des deux âges, l'aîné en a les $\frac{5}{8}$, et le jeune les $\frac{3}{8}$. Or, suivant l'énoncé, ils ont 48 ans; donc l'aîné a $\frac{48 \times 5}{8} = 6 \times 5 = 30$ ans, et le jeune a $\frac{48 \times 3}{8} = 6 \times 3 = 18$ ans.

N° 686. Le produit, quel qu'il soit, est le résultat de la multiplication du plus grand nombre par le plus petit; donc il contient autant de fois le plus grand qu'il y a d'unités dans le plus petit.

Or le neuvième du produit $=$ le plus petit nombre; donc le plus petit nombre $= 9$ et le plus grand $= 21 - 9 = 12$.

N° 687. Si le diviseur 6 était 3 fois plus grand, il serait $=$ à $6 \times 3 = 18$, et le produit (N° XVII) serait 3 fois plus petit; mais le produit étant 3 fois plus petit, il serait $=$ au plus petit nombre, et 144 étant le produit du plus grand nombre $\times$ le plus petit, il est évident que 18 est le plus grand nombre, et qu'en divisant 144 par 18, le quotient 8 sera le plus petit.

N° 688. Le portefeuille et la bonbonnière ont coûté 3 fois autant que la bonbonnière qui a coûté 6#; donc ils ont coûté $6 \times 3 = 18$#, et les 3 objets ont coûté $18 + 6 = 24$#. Maintenant la bourse et la bonbonnière ont été payées le double du portefeuille; donc ils ont coûté une somme $=$ aux $\frac{2}{3}$ de la dépense, ou $24 \times \frac{2}{3} = 16$#; le portefeuille a coûté l'autre tiers $= 24 : 3 = 8$#, et la bonbonnière a coûté seule 16# $- 6 = 10$#.

N° 689. La tête a 9 pouces, la queue 9 pouces plus la moitié du corps; mais, suivant l'énoncé, le corps a autant que la tête et la queue réunis; donc la moitié du corps $+$ 18 pouces $=$ le corps entier; donc la moitié du corps a 18

pouces, et le corps entier $18+18=36$ pouces; la queue a 9 pouces $+36:2=27$ pouces.

N° 690. Cette question se rapporte entièrement aux deux précédentes; car le deuxième gobelet pèse, lorsqu'il est couvert, 3 fois autant que le premier qui pèse 12 onces; donc il pèse 3 fois 12 onces $=36$ onces, et conséquemment les deux gobelets et le couvercle pèsent $36+12=48$ onces.

Or, suivant l'énoncé, lorsque le premier est couvert il pèse le double du deuxième; il pèse donc les $\frac{2}{3}$ du poids des trois objets réunis, ou $48\times\frac{2}{3}=32$ onces; d'où s'il pèse 32 onces avec le couvercle, et qu'il n'en pèse que 11 sans être couvert, il est évident que le couvercle pèse $32-12=20$ onces.

N° 691. Supposons que la fille a 3 ans; à l'époque où son frère avait le même âge, elle avait $3:3=1$ an; donc quand la fille avait 1 an, le frère en avait 3; quand elle a $1+2=3$ le frère a $3+2=5$ ans; quand elle en aura $3+2=5$ le frère en aura $5+2=7$, et ils auront à eux deux $5+7=12$ ans; donc, quel que soit le total des âges réunis, la fille en aurait les $\frac{5}{12}$, et le fils les $\frac{7}{12}$. Or, suivant l'énoncé, le total $=60$; donc la fille aurait $\frac{60\times5}{12}=5\times5=25$ ans, et le fils $\frac{60\times7}{12}=35$; et lorsque le fils avait $35-10=25$, la fille avait $25-10=15$; donc l'âge actuel du fils $=25$ ans, et celui de la fille $=15$ ans.

N° 692. $\frac{1}{5}$ des louis qui sont dans la main $=\frac{1}{8}$ de ceux qui sont dans la bourse; $\frac{5}{5}$ ou une fois ceux qui sont dans la main $=\frac{5}{8}$ de ceux qui sont dans la bourse; donc (N° XXII) le rapport inverse des louis qui sont dans la main avec ceux qui sont dans la bourse est comme $\frac{5}{8}:\frac{8}{8}=3:8$.

Maintenant $\frac{1}{10}+2$ de ceux qui sont dans la bourse $=\frac{1}{11}$ de ceux qui sont dans la main et dans la bourse; donc, quel que soit le nombre de louis qui sont dans la bourse, en

ajoutant 7 au dixième de ce nombre, on a une somme = au onzième des $\frac{3}{9}+\frac{8}{8}=\frac{11}{8}$ de ce même nombre.

Donc $\frac{1}{10}+2=\frac{1}{8}$; $\frac{8}{80}+2=\frac{10}{80}$; $2=\frac{2}{80}$; $1=\frac{1}{80}$, et $\frac{80}{80}$, ou le nombre entier des louis qui sont dans la bourse = 80; d'où s'il y a $8\times10=80$ louis dans la bourse, il y en a $3\times10=30$ dans la main.

N° 693. Le négociant a reçu du premier marchand 186.540 : 2 = 93.270 f., et dans cette somme est compris le bénéfice qu'il a fait. Or, ce bénéfice se compose de 585 f. plus des 20 pour 100 du prix de sa marchandise; donc, si nous retranchons de 93.270 f. 585 f., nous aurons 92.685 f., et cette somme ne contient plus que le déboursé et le bénéfice de 20 pour 100.

Donc (N° 324) le déboursé = 9.268.500 : 120 = 926.850 ; 12 = 308.950 : 4 = 77.237,50 c., et le bénéfice = 93.270 — 77.237,50 = 16.032 f. 50 c.

Maintenant nous voyons qu'il reste pour les deux autres 186.540 — 93.270 = 93.270 ; mais le deuxième a pris pour 13.270 f. de marchandises de plus que le troisième, ce qui fait (N° VII) que le troisième en a pris pour $\frac{93.270-13.270}{2}=40.000$ f., et le deuxième pour 40.000 + 13.270 = 53.270 f. Or, le bénéfice fait sur cette dernière somme = $\frac{1}{5}$ de la moitié de cette même somme ; elle égale donc $\frac{1}{10}$ de la somme entière, ou 5.327 f.; d'où la marchandise avait coûté 53.270 — 5.327 = 47.943 f.

En suivant, nous trouverons que le marchand ayant doublé ses fonds avec le troisième, il a gagné avec lui 40.000 : 2 = 20.000 f. ; et que la marchandise lui avait coûté 40.000 : 2 = 20.000 f.

N° 694. La différence du premier au quatrième paiement se compose des trois augmentations successives et égales faites aux deuxième, troisième et quatrième paiemens.

Or cette différence est de 15.000 f.; donc chaque augmentation a été de 15.000 : 3 = 5.000 f., et si chaque aug-

mentation a été de 5.000 f. Puisque les deuxième et troisième paiemens $= 95\,000$ f., le deuxième $= \frac{95.000 - 5.000}{2}$ $= 90.000 : 2 = 45.000$ f.

Alors le troisième $= (45.000 + 5.000 = 50.000$ f.; le quatrième $= (50.000 + 5.000) = 55.000$ f., et le premier $= (55.000 - 15.000$ f. $) = 40.000$ f.; ce qui revient à $(45.000 - 5.000)$.

Maintenant, si de 352.000 f. nous retranchons $(40.000 + 45.000 + 50.000 + 55.000) = 190\,000$, nous aurons 162.000 f. pour la somme des deux derniers paiemens; d'où (N° xx) l'un étant le double de l'autre, $162.000 : 3 = 54.000$ f. = le plus petit, et $162.000 - 54.000 = 108.000$ f. = le plus grand.

N° 695. La première année, le gain est de 10 pour 100 sur le quart de l'argent destiné à faire valoir; mais 10 pour $100 =$ le dixième du capital; donc le gain $= \frac{1}{10}$ de $\frac{1}{4}$, ou $\frac{1}{40}$ de la somme totale; donc au commencement de la deuxième année, le capital se compose de ses $\frac{41}{40}$.

Dans la deuxième année, la moitié du capital rapporte la moitié de la mise; donc le gain $= \frac{41}{80} \times \frac{1}{2} = \frac{41}{160}$, et le capital, au commencement de la troisième année, $= (\frac{41}{40} + \frac{41}{160}) = \frac{205}{160}$ de ce même capital.

Dans la troisième année, il emploie $\frac{1}{5}$ de tous ses fonds; donc il emploie $\frac{41}{160}$ du capital, et puisque la créance est réduite à $\frac{1}{10}$, il ne retire de sa mise que $\frac{41}{1600}$, et par conséquent il perd $(\frac{41}{160} - \frac{41}{1600}) = \frac{369}{1600}$; donc au commencement de la quatrième année, il ne lui reste plus que $\frac{205}{160} - \frac{369}{1600} =$ les $\frac{1681}{1600}$ de ce qu'il avait d'abord.

Dans la quatrième année, il gagne $\frac{1}{5}$ de tous ses fonds; donc, au commencement de la cinquième année, le capital se compose de ses $(\frac{1681}{1600} + \frac{1681}{8000}) = \frac{10080}{8000}$.

Dans la cinquième année, le capital s'accroît encore de $\frac{1}{20}$;

donc, à la fin de la cinquième année, il est = à $\frac{10086}{8000}$ + $\frac{10086}{160000}$ = $\frac{105905}{80000}$. C'est donc avec la somme représentée par cette dernière fraction que ce particulier a acheté des inscriptions qui lui rapportent 35.301 f. de rente. Mais au cours de 75 f. 75 f. rapportent 5 f. de rente; donc, pour avoir 5 f., il a donné 75 f.; pour avoir 1 f. il a donné $\frac{75}{5}$ = 15 f., et pour avoir 35.301 f., il a dû nécessairement donner 15 × 35.301 f. = 529.515; donc les $\frac{105905}{80000}$ du capital qu'il avait, après en avoir retiré 30.000 f. = 529.515 f.; $\frac{1}{80000}$ = $\frac{529.515}{105.903}$ = 5 f., et $\frac{80000}{80000}$ = 5 × 80.000 = 400.000 f.; donc l'héritage était de 400.000 + 30.000 = 430.000 f.

N° 696 En supposant qu'on a employé 2 setiers de grain, ces 2 setiers produiront 180 + 180 = 360 livres de farine, et 48 + 48 = 96 livres de son. Mais 100 livres de farine produisent 170 livres de pain; donc 1 livre de farine produit 170 : 100 = 1 livre $\frac{7}{10}$ de pain, et 360 livres de farine en produiront 1 $\frac{7}{10}$ × 360 = 612 livres.

D'un autre côté, le pain devrait peser 3 livres = 48 onces, et il pèse 3 onces par pain de moins; donc chaque pain ne pèse que 48 — 3 = 45 onces, et 612 livres de pain fourniront un nombre de pains = à 612 liv. : 45 on. = $\frac{612 \times 16}{45}$ = 1.088 : 5 = 217 pains $\frac{3}{5}$.

Maintenant nous savons que 100 pains coûtent 6# 5ᵴ = 125ᵴ de frais; par conséquent, 1 pain coûte 125ᵴ : 100 = 5ᵴ : 4, et 217 $\frac{3}{5}$ coûteront $\frac{5 \times 217\frac{3}{5}}{4}$ = (N° XIV) 1,088 : 4 = 272ᵴ = 13# 12ᵴ; donc les dépenses générales se montent à 44# 15ᵴ + 38# 5ᵴ + 13# 12ᵴ = 96# 12ᵴ; mais nous devons déduire de ce total 96ᵴ, ou 4# 16ᵴ pour le produit de la vente du son; ce qui fait que les dépenses ne seront que de 96# 12ᵴ — 4# 16ᵴ = 91# 16ᵴ.

La dépense générale étant établie, il faut maintenant

établir la recette. Or les 2 setiers ont fourni 217 pains $\frac{3}{5}$, et chaque pain est payé 10^{s}; donc la recette s'élève à $10^{s} \times 217\,\frac{3}{5} = 108^{\#}\ 16^{s}$; d'où, si la recette est de $108^{\#}\ 16^{s}$, et la dépense de $91^{\#}\ 16^{s}$, le bénéfice $= 108^{\#}\ 16^{s} - 91^{\#}\ 16^{s} = 17^{\#}$; mais de ce bénéfice il faut déduire $\frac{1}{5}$ pour les remises que le fournisseur a dû faire : conséquemment on aura $17^{\#} - 17^{\#} : 5^{\#} = 13^{\#}\ 12^{s} =$ le bénéfice fait sur 217 pains $\frac{3}{5}$, et on aura pour le bénéfice d'un pain $13^{\#}\ 12^{s} : 217\,\frac{3}{5} =$
$\dfrac{13^{\#}\ 12^{s} \times 5}{217\,\frac{3}{5} \times 5} = \dfrac{68 \times 20 \times 12}{1.088} = 15^{d}$.

Si le bénéfice d'un pain est de 15^{d}, puisque ce pain ne pèse que 45 onces, le bénéfice fait sur une once $= 15^{d} : 45 = 1^{d} : 3$, et celui fait sur 16 onces, qui sont l'équivalent de $1^{\#} = 1^{d} : 3 \times 16 = 5^{d}\,\frac{1}{3}$.

Mais il faut faire attention que le gouvernement, en payant chaque pain de 45 onces 10^{s}, le paie réellement $3^{s}\ 6^{d}\,\frac{2}{3}$ la livre; car si 45 onces coûtent 10^{s}, 1 once coûtera $10^{s} : 45$, et 16 onces coûteront $(10 : 45) \times 16 = 32^{s} : 9 = 3^{s}\ 6^{d}\,\frac{2}{3}$.

Pour avoir la preuve de cette opération, considérons que les dépenses du fournisseur sont de $91^{\#}\ 16^{s}$, et que, pour cette somme, il a eu 612 liv. de pain; ce qui fait que chaque livre lui est revenue à $91^{\#} 16^{s} : 612 = 91^{\#} 16^{s} \times 20 : 612 = 1.836 : 612 = 3^{s}$. Or chaque livre lui revient à 3^{s}, et le gouvernement la lui paie $3^{s}\ 6^{d}\,\frac{2}{3}$; donc il gagne $6^{d}\,\frac{2}{3}$ par livre; mais il faut qu'il donne pour les remises $\frac{1}{5}$ de son bénéfice; donc, sur chaque livre de pain, il donne $6^{d}\,\frac{2}{3} : 5 = 1^{\#}\,\frac{1}{3}$, et son bénéfice net n'est plus que de $6^{d}\,\frac{2}{3} - 1^{d}\,\frac{1}{3} = 5^{d}\,\frac{1}{3} =$ le bénéfice déjà trouvé.

N° 697. Les 60 ouvriers ont fait un nombre de pieds $=$ à 10 toi. ou 60 pieds $\times 5 \times 7$.

Or, si les 60 ouvriers en 12 jours ont fait cette quantité, en 1 jour ils ont fait $60 \times 5 \times 7 : 12 = 5 \times 5 \times 7$;
1 ouvrier, dans 1 heure, aura fait $\dfrac{5 \times 5 \times 7}{60 \times 8} = \dfrac{5 \times 7}{12 \times 8}$
50 ouvriers, en 15 jours, feraient $\dfrac{5 \times 7 \times 50 \times 6 \times 15}{12 \times 8}$

Mais cette quantité est le produit de la longueur $\times$ 4 pieds que le fossé a de profondeur, et par 6 pieds qu'il a de largeur; donc, en la divisant par $\frac{24}{1}$, ce qui revient à multiplier par $\frac{1}{24}$, on aura pour le nombre de toises demandé $\frac{5\times7\times50\times6\times15}{12\times8\times24}=\frac{5\times7\times25\times5}{8\times8}=4.375:64=11$ toi. 2 pi. 4 pou. $\frac{5}{16}$.

N° 698. Le raisonnement fait au numéro précédent nous conduit à trouver que dans 1 heure chacun des 60 ouvriers a fait $\frac{10\times6\times12\times5\times7}{12\times60\times8}=\frac{5\times7}{8}=35$ pou. : 8. Il nous conduira de même à trouver que les 50 ouvriers devraient faire de l'autre fossé une longueur $=$ à $\frac{35\times50\times8\times15}{8\times4\times6}=\frac{35\times25\times5}{4}=4.375$ pou. : 4 $=$ 15 toi. 1 pied 1 pouce $\frac{3}{4}$.

Or, s'ils eussent travaillé comme ils le devaient, ils auraient fait 15 toi. 1 pied 1 pouce $\frac{3}{4}$, et ils n'en ont fait que 11 toi. 2 pieds 4 pouces $\frac{5}{16}$; donc ils ont fait de moins qu'ils ne devaient faire 3 toi. 4 pieds 9 pouces $\frac{7}{16}$, et ces 3 toi. 4 pi., etc., qui représentent la longueur doivent être $\times6\times4$ pour la largeur et la profondeur, afin d'avoir le total de ce qu'ils ont fait réellement de moins; ce qui donne 3 toi. 4 pieds 9 pou. $\frac{7}{16}$ $\times24=91$ toi. 0 pieds 10 pouces $\frac{1}{2}$. Mais pour ce nombre de toises on leur retient à chacun $19^s\,5^d\,\frac{1}{3}$ par jour; donc la totalité de la retenue s'élève à $19^s\,5^d\,\frac{1}{3}\times15=14^{\#}\,11^s\,8^d$ pour chaque ouvrier, et à $14^{\#}\,11^s\,8^d\times50$ pour tous.

Or, si pour 91 toi. 0 pied 10 pouces on a retenu $14^{\#}\,11^s\,8^d$, pour 1 toise on a retenu une somme $=$ à $\frac{729^{\#}\,3^s\,4^d}{91 \text{ toi. } 0 \text{ pi. } 10 \text{ po. } \frac{1}{2}}=$ pour faire disparaître les fractions, et avoir deux facteurs de même nature;

$$\frac{729^{\#}\,3^s\,4^d\times2\times4\times6}{91 \text{ toi. } 0 \text{ pi. } 10 \text{ po. } \frac{1}{2}\times2\times4\times6}=\frac{4.375\times2\times4}{4.375}=2\times4=8$$

$=$ le nombre de livres qu'on a retenu pour 1 toi. d'ouvrage.

Maintenant, puisqu'un ouvrier fait 35 pou : 8 par heure, en travaillant 8 heures par jour il aurait dû en faire $\frac{35 \times 8}{8}$ $= 35$ pou. $=$ 2 pi 11 pou., et gagner une somme $=$ à $8^{\#} \times 2\frac{11}{12} = 3^{\#}\ 18^{s}\ 8^{d}\ \frac{1}{3}$, et il n'a gagné que $3^{\#}\ 18^{s}\ 8^{d}\ \frac{1}{3} - 19^{s}\ 5^{d}\ \frac{1}{3} = 2^{\#}\ 19^{s}\ 9^{d}$.

D'un autre côté, nous trouverons que chaque ouvrier a fait de moins qu'il ne devait faire $\frac{90 \text{ toi. } 0 \text{ pied } 10 \text{ pou. } \frac{1}{2}}{50}$ $=$ 1 toi. 4 p. 11 pou. $\frac{1}{4}$, et que 1 toi. 4 pi. 11 pou. $\frac{1}{4}$ à $8^{\#}$ la la toise $= 14^{\#}\ 11^{s}\ 8^{d} =$ la somme qu'on a retenue à chacun d'eux.

N° 699. La garnison étant augmentée de $\frac{1}{3}$, sur 3 hommes il y en aura 1 d'augmentation; donc, dans le cas où les vivres devraient durer 80 jours, $3+1=4$ hommes auraient 3 rations, et 1 homme aurait $\frac{3}{4}$ de ration.

En ayant $\frac{3}{4}$ de ration, en 80 jours, 1 homme aurait $\frac{3}{4} \times 80 = \frac{240}{4} = 60$ rations. Or, suivant les nouvelles dispositions, ces 60 rations devront durer 70 jours; il n'aura donc chaque jour que $60 : 70 = \frac{6}{7}$ de rations.

N° 700. Si $\frac{1}{6}$ de la mise du premier surpasse de 20 f. les $\frac{2}{3}$ de celle du second, il est clair que sur $\frac{6}{6}$ il y a un excédant de $6 \times 20 = 120$. Or 2.560 f. font le tiers de la mise; donc la mise totale $=$ 7.680 f., et si nous retranchons de cette somme les 120 f. d'excédant, nous aurons $7.680 - 120 = 7.560$, et dans cette somme $\frac{1}{6}$ de la mise du premier $=$ les $\frac{2}{3}$ de celle du second.

Si le premier eût mis 12 f., puisque $\frac{1}{6}$ de sa mise est égal aux $\frac{2}{3}$ de la mise du second, ces $\frac{2}{3}$ seraient $=$ à 2, et la mise entière serait 3; donc sur $12+3=15$ le second a mis 3 f.; sur 1 f. il a mis $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ de f., et sur 7.560 il a mis $7.560 : 5 = 1.512$ f.; donc le premier a mis $7.560 - 1.512 = 6.048$ f.

On eût pu dire aussi de suite : Lorsque le premier met 12 f., le deuxième en met 3, et à eux deux ils mettent 15 f.

Mais 3 f. est le cinquième de 15 f.; donc, quelle que soit la mise, le deuxième en a mis le cinquième, etc.

N° 701. $\frac{1}{3}$ de la première somme = $\frac{4}{5}$ de la deuxième;
$\frac{5}{15}$ = $\frac{12}{15}$;
5 fois la première = 12 fois la deuxième;
la première = les $\frac{12}{5}$ de la deuxième;
ou la première = $1 + \frac{7}{5}$ de la deuxième.

Mais la première est plus forte de 21 f.; donc $\frac{7}{5}$ de la deuxième = 21 f. $\frac{1}{5}$ = 21 : 7 = 3 f., et $\frac{5}{5}$ = 3 × 5 = 15 f = la plus petite somme; d'où 15 + 21 = 36 = la plus forte.

On eût pu dire aussi :

$\frac{4}{5}$ de la deuxième somme = $\frac{1}{3}$ de la première;
$\frac{12}{15}$ = $\frac{5}{15}$;
12 fois la deuxième = 5 fois la première;
1 fois la deuxième = les $\frac{5}{12}$ de la première.

Donc si la première était entière, ou qu'elle fût de $\frac{12}{12}$, elle vaudrait 21 f. de plus; donc $\frac{7}{12}$ qu'on y ajouterait l'augmenteraient de 21 f.; donc $\frac{1}{12}$ de cette somme = 21 : 7 = 3 f., et $\frac{12}{12}$ = 36 f.; d'où la plus petite, qui est la deuxième, = 36 — 21 = 15 f.

Par un autre raisonnement, on aurait pu dire aussi :

Si la deuxième bourse contient 5 f., ses $\frac{4}{5}$ = 4; donc la première, dont le tiers est égal aux $\frac{4}{5}$ de la seconde, contient 4 × 3 = 12, et la différence des deux sommes = 12 — 5 = 7. Or, suivant l'énoncé, elle doit être de 21; donc elle est trop faible d'un nombre de fois = à $\frac{21}{7}$ = 3; donc (N° v) en multipliant chacun des deux nombres trouvés par 3, ce qui (N° xxii) ne changera rien à leur rapport, la différence sera = à 7 × 3 = 21, et 12 × 3 = 36 = le plus grand nombre, et 5 × 3 = 15 = le plus petit.

N° 702. La dépense du premier + les $\frac{2}{5}$ de celle du deuxième = 116; les $\frac{5}{4}$ de la dépense du premier + celle du deuxième = 116. On voit que pour compenser $\frac{1}{4}$ qu'on retire au premier on ajoute $\frac{1}{5}$ au deuxième; donc $\frac{1}{5}$ de la somme du deuxième = $\frac{1}{4}$ de celle du premier.

Donc $\frac{4}{3}=\frac{4}{4}$, ou $\frac{4}{4}=\frac{3}{4}$; d'où si le premier a 4 f, le deuxième a 3 f.; et, dans ce cas, $4+\frac{3\times2}{3}=6$; $3+\frac{4\times3}{4}=6$; et, suivant l'énoncé, il devrait être = à 116; donc nos nombres sont trop petits d'un nombre de fois = à 116 : 6 = $19\frac{1}{3}$; d'où $4\times19\frac{1}{3}=77\frac{1}{3}$ = la somme du premier, et $3\times19\frac{1}{3}=58$ celle du deuxième.

N° 703. Si on n'eût pas rendu 24ᶳ par louis, chaque demi-aune de drap aurait coûté 1 louis; mais elle ne coûte réellement que 24# — 1# 4ᶳ = 22# 16ᶳ, et si une demi-aune coûte 22# 16ᶳ, 1 aune coûte 45# 12ᶳ,

Maintenant la somme des pièces de 24ᶳ rendues = 12# + 2# 8ᶳ = 14# 8ᶳ, ou 288ᶳ.

Nous pouvons donc en conclure qu'autant de fois il y aura 24 dans 288, autant de pièces de 24ᶳ on aura rendues, et conséquemment autant de louis l'acheteur aura donné, nous aurons donc 288 : 24 = 12; et, par suite, puisque le nombre des demi-aunes = le nombre des louis, le nombre des aunes sera = à 12 : 2 = 6.

N° 704. Suivant l'énoncé, les 150 pintes de vin qui sont en magasin auraient fait 50 jours. On en aurait donc consommé par jour 150 : 50 = 15 : 5 = 3 pintes. Mais chaque homme en aurait eu une chopine ou une demi-pinte; donc la garnison était forte d'un nombre d'hommes = à 3 : $\frac{1}{2}$ = 6.

Sachant combien il y avait d'hommes, nous en déduirons facilement la quantité de vivres existante en magasin; car en 1 jour 6 hommes auraient mangé 6 fois 6 onces de pain = 36, et en 30 jours ils en auraient mangé 36 × 30 = 1.080 onces. De même, en 40 jours, ils auraient mangé 3 onces × 6 × 40 = 720 onces de biscuit; en 36 jours, ils auraient mangé 4 onces × 6 × 36 = 864 onces de lard; donc il y avait en magasin, savoir :

1.080 onces de pain, 720 onces de biscuit, 864 onces de lard, et 150 pintes de vin.

Mais maintenant que ces quantités ne doivent plus durer que 20 jours, on en distribuera chaque jour le vingtième, et chaque homme en aura la sixième partie; donc $\frac{1.080 \text{ onces}}{20 \times 6}$ $= 9$ onces $=$ la nouvelle ration de pain; $\frac{720}{20 \times 6} = 6$ onces $=$ la nouvelle ration de biscuit; $\frac{864}{20 \times 6} = 36 : 5 = 7$ onces $\frac{1}{5}$ $=$ la nouvelle ration de lard, et comme le caporal a bu 25 pintes de vin de plus que les autres, on n'en a distribué que $150 - 25 = 125$, et $\frac{125}{12 \times 6} = \frac{25}{4 \times 6} = 1$ pinte $\frac{1}{4} =$ la nouvelle ration de vin.

N° 705. Si ce régiment fût parti le 12, et qu'il fût arrivé le 29, il aurait eu 18 jours de marche; mais, d'après les nouveaux ordres, il doit arriver le 23; donc il doit être en route $29 - 23 = 6$ jours de moins; d'où $18 - 6 = 12 =$ le nombre de jours qu'il lui faudra.

Or nous voyons que les 6 jours qu'il fera de moins augmentent chaque journée de marche de 2 lieues $\frac{1}{2}$; par conséquent, en 12 jours, il fera 12 fois 2 lieues $\frac{1}{2} = 30$ lieues de plus qu'il n'aurait fait dans le premier cas. Mais ces 30 lieues il les aurait faites en 6 jours si on n'eût pas changé l'ordre de la marche; donc il aurait fait chaque jour $30 : 6 = 5$ lieues, et comme le nombre de lieues fait chacun des 6 derniers jours eût été égal à celui fait dans chacun des 12 premiers, on peut en conclure que pendant 18 jours de route il aurait fait 5 lieues par jour; que pendant 12 il en fera $5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$, et que le total des lieues est $=$ à $5 \times 18 = 90$, ou à $7\frac{1}{2} \times 12 = 90$.

N° 706. En retirant $\frac{1}{3}$ du premier tonneau, il ne reste plus que $\frac{2}{3}$; en retirant $\frac{1}{5}$ du second il ne reste plus que $\frac{4}{5}$; Mais alors les deux tonneaux contiennent chacun la même quantité; donc les $\frac{2}{3}$ du premier $=$ les $\frac{4}{5}$ du second, ou $\frac{10}{15}$ $= \frac{12}{15}$; ou, en supprimant le dénominateur commun, quand

il y a 10 bouteilles dans le premier, il y en a 12 dans le second, et, en tout, il y en a 22.

Or, suivant l'énoncé, il y en a 495; donc le total trouvé est trop faible d'un nombre de fois $=$ à $495 : 22 =$ (N° XXXI) $45 : 2 = 22 \frac{1}{2}$. Mais (N° II) en multipliant 10 et 12 par 22 $\frac{1}{2}$, le total 22 sera multiplié par le même nombre, il sera $=$ à 495, et nous verrons que dans le premier tonneau il y $10 \times 22 \frac{1}{2} = 225$ bouteilles, et dans le second $12 \times 22 \frac{1}{2} = 270$.

N° 707. Puisque le premier contient $\frac{1}{5}$ de plus que le second, quand il y a 5 bouteilles dans le second, il y en a 6 dans le premier. Suivant cette hypothèse, si on retranchait $\frac{1}{5}$ du premier il y aurait 4 bouteilles dans le premier tonneau, 5 dans le second, et le second contiendrait alors $\frac{1}{4}$ de plus que le premier. Or, suivant l'énoncé, pour rendre les quantités égales, il faut retrancher 45 bouteilles du second; donc $45 = \frac{1}{4}$ de ce que contient le premier quand on en a retranché $\frac{1}{5}$; donc il contient alors $45 \times 4 = 180$ bouteilles, et le second contenait avant l'opération $180 + 45 = 225$; d'où si le second contenait 225 bout., le premier en contenait $225 + (225 : 5) = 270$.

N° 708. Quel que soit le nombre de moutons, puisque le marchand en a payé $\frac{1}{3}$ à 18 f. et $\frac{1}{4}$ à 20, le nombre de ceux qu'il a payé à 22 f. est égal à la totalité $- (\frac{1}{3} + \frac{1}{4})$ du même total $=$ en réduisant au même dénominateur l'entier et les fractions $\frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$; donc sur 12 moutons il en aurait payé 4 à 18 f., 3 à 20, et 5 à 22 f.; et il aurait dépensé $72 + 60 + 110 = 242$ f. Or, suivant l'énoncé, il a dépensé 1.210 f.; donc notre somme est trop petite d'un nombre de fois $=$ à $1.210 : 242 = 5$; donc (N° II) en multipliant 72, 60 et 110 par 5, notre total serait 5 fois plus fort, et serait égal au nombre demandé.

Mais chacun de ces nombres est le produit du prix des moutons multiplié par le nombre de chaque espèce. Or,

quel que soit leur nombre, le prix sera toujours le même ; donc l'un des facteurs ne peut changer; donc, pour que le produit soit 5 fois plus fort, il faut (N° 1) multiplier le facteur qui exprime le nombre des moutons par 5; alors les prix seront les mêmes; les quantités de chaque espèce de moutons seront changées, et nous aurons $4\times5=20$ moutons de la première sorte; $3\times5=15$ de la deuxième; $5\times5=25$ de la troisième, et ces trois quantités rempliront les conditions exigées.

N° 709. Suivant l'énoncé, il est évident que la somme des marchandises vendues égale celle des dépenses. Or la dépense $=8+10+6=24$ f.; donc la vente $=24$ f.; la première vente $=\frac{1}{1}$ de la somme qu'avait le marchand -8 f.; après cette vente il avait donc les $\frac{2}{1}$ de la somme -16 f. Les deux derniers jours il retire de cette somme $10+6=16$; il ne lui restait donc plus que les $\frac{2}{1}$ de la somme -32 f.: mais alors il vend des marchandises pour la moitié de ce qui lui restait; il en vend donc pour $\frac{1}{1}$ de la somme primitive -16 f., et le total des deux ventes $=\frac{1}{1}-8+\frac{1}{1}-16=\frac{2}{1}-24$; d'où, sachant que le prix de la vente est égal à celui de la dépense, qui $=24$ f., nous en déduirons que si des $\frac{2}{1}$, ou du double de la somme qu'avait le marchand on retranche 24, il restera 24, et que, conséquemment, il avait 24 f.

N° 710. Ne voulant connaître que le gain pour 100, on peut supposer telle somme que l'on voudra pour le total de la cargaison.

Soit 3.000 f. le total du chargement, après en avoir jeté les $\frac{3}{5}$ à la mer, il n'en reste plus que les $\frac{2}{5}$ ou 1.200 f.; $\frac{1}{3}$ de 1.200 f.$=$400 f.; 20 pour $100=\frac{1}{5}$ de la totalité; donc $400+400:5=480$.

$\frac{1}{4}$ de $1.200=300$; 50 pour $100=\frac{1}{2}$ de la totalité; donc $300+300:2=450$ f.

$480+450=930=$ce que les deux premiers marchés ont fait rentrer de fonds.

Suivant l'énoncé, le total de la vente a produit 1 pour

100 de bénéfice sur la cargaison entière, et les frais ont absorbé $\frac{1}{5}$ de la vente; donc, après avoir déduit $\frac{1}{5}$ de la totalité de la vente, il faut qu'il reste $3000 + 3.000 : 100 = 3.030$ f.; donc le total a produit $3.030 + 3.030 : 2 = 4.545$ f.; donc 1.200 f. $- (400 + 300) = 500$ f., ont produit $4.545 - (480 + 450) = 3.615$ f.; d'où si 500 f. ont produit 3.615 f., 1 f. a produit $3.615 : 500 = 7$ f. 23 c., et 100 f. ont produit $7,23 \times 100 = 723$ f.; donc le bénéfice fait sur 100 f. $= 623$ f.

N° 711. Quel que soit le nombre des mesures de blé les sommes de leurs prix seront le produit de ce nombre multiplié par les prix 20 et 18. Mais (XIII) en transposant les facteurs d'une multiplication, le produit ne change pas; donc, supposons que les prix 20 et 18 sont les quantités de mesures, et que la quantité de mesures est le prix; alors, suivant l'énoncé, 20 mesures produiront le prix de la propriété $+$ 2.000, et 18 mesures ne produiront que les $\frac{24}{25}$ de ce prix. Nous aurons donc successivement

les ($\frac{25}{25}$ de la propriété $+$ 2.000) $= 20$ mesures;

les $\frac{24}{25}$ $= 18$ mesures;

$$\left(\frac{1}{25} + \frac{2\,000}{25}\right) \text{ ou } \left(\frac{1}{25} + 80 \text{ f.}\right) = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = \frac{16}{20} \text{ mesures;}$$

$$\frac{1}{25} = 18 : 24 = 3 : 4 = \frac{15}{20} \text{ mes.}$$

Donc, si d'un côté, $\frac{1}{25}$ du prix de la propriété $+ 80$ f. $=$ le prix des $\frac{16}{20}$ d'une mesure, et que de l'autre $\frac{1}{25} =$ le prix des $\frac{15}{20}$, il est évident que $\frac{16}{20} - \frac{15}{20} = \frac{1}{20}$ de mesures $= 80$ f., et que les $\frac{20}{20} = 80 \times 20 = 1.600$ f. Mais nous avons transposé les facteurs; donc 1.600 sont la quantité de mesures, et 20 et 18 les prix, comme l'exige l'énoncé.

N° 712. En retirant 6 litres sur 360, c'est retirer de la totalité $\frac{6}{360} = \frac{1}{60}$; donc à chaque fois le domestique a retiré $\frac{1}{60}$ de ce que le tonneau contenait.

Après la première prise, il ne restait plus dans le tonneau que $360 - 6 = 354$ litres de vin, plus 6 litres d'eau, et le domestique avait pris 6 litres de vin.

Après la seconde, il ne restait plus que $\left(354\frac{1}{10}-\frac{354\frac{1}{10}}{60}\right)$ $+\left(6+6-\frac{6}{60}\right)=(354-5\frac{9}{10})+(12-\frac{1}{10})=$ 348 litres $\frac{1}{10}$ de vin et 11 litres $\frac{9}{10}$ d'eau, et le domestique avait pris 11 litres $\frac{r}{10}$ de vin.

Après la troisième, il ne restait plus que $\left(348\frac{1}{10}-\frac{348\frac{1}{10}}{60}\right)+\left(6+11\frac{9}{10}-\frac{11\frac{9}{10}}{60}\right)=342$ litres $\frac{179}{600}$ de vin, et 17 litres $\frac{421}{600}$ d'eau, et le domestique avait pris en trois fois 17 litres $\frac{421}{600}$ de vin, qui sont, comme on voit, remplacés dans le tonneau par autant d'eau.

Donc il doit payer pour le vin qu'il a pris à raison 1 f. 20 c. le litre $1,20\times17\frac{421}{600}=21$ f. 24 c. $\frac{1}{5}$. A chaque tirage le domestique a pris 6 litres sur 360; mais à chaque fois il a pris la soixantième partie du vin et la soixantième partie de l'eau; donc les deux dernières fois, dans le vin retiré, était comprise la soixantième partie de l'eau qui avait été ajouté pour le remplissage, et c'est ce qui fait la différence de 18 à 17 $\frac{421}{600}$, etc.

N° 713. *Voir* pour l'analyse les 4 numéros suivans.

Solution.

La masse de la succession se compose de 89.600 f.; le rapport de la première ligne a été de 15.360 f.; celui de la deuxième de 2.560; il y avait 7 héritiers dans la première ligne, il y en avait 10 dans la deuxième; chacun des premiers a rapporté 2.194 f. $\frac{2}{7}$; chacun des derniers a rapporté 256 f.

Preuve suivant les 4 résultats ci-après:

La portion de la deuxième ligne $=$ 38.400; 38.400 $+$ 38.400 : 3 $=$ 51.200 f. $=$ la portion de la première, qui doit être $\frac{1}{3}$ plus forte que celle de la deuxième.

89.600$-$(15.360$+$2.560)$=$71.680; 71.680 : 2$=$35.840 f.;
7.314 $\frac{2}{7}$$-$2.194 $\frac{2}{7}$$=5.120=$35.840 : 7;
3.840$-$256$=$3.584$=$35.840 : 10.

N° 714. La première ligne ayant eu $\frac{1}{3}$ de plus que la seconde, si la seconde avait reçu 3 f., la première en aurait reçu $3+1=4$; alors elles auraient reçu ensemble $4+3=7$.

Or, si ayant reçu 7 f. chaque ligne avait reçu portion égale, elles auraient reçu chacune $7 : 2=3$ f. $\frac{1}{2}$; donc 4 aurait été diminué de $\frac{1}{8}$, et 3 augmenté de $\frac{1}{6}$.

Ceci bien conçu, puisque, suivant l'énoncé, en déduisant les sommes rapportées, la part de chaque héritier est la même que si la division par ligne eût été égale. Il est clair que pour arriver à ce point, le total de ce qu'aurait reçu la première ligne aurait été diminué de $\frac{1}{8}$; celui de la deuxième augmenté de $\frac{1}{6}$, et conséquemment chaque part aurait été augmentée ou diminuée dans les mêmes proportions.

Donc chaque héritier de la première ligne aurait reçu $7.314\frac{2}{7}-7.314\frac{2}{7} : 8=6.400$ f., et chaque héritier de la deuxième aurait reçu $3.840+3.840 : 6=4.480$.

N° 715. En réduisant le rapport des deux sommes reçues à sa plus simple expression, nous aurons au lieu de 6.400 et 4.480 10 et 7; donc lorsqu'un héritier de la première ligne a reçu 10 f., un de la deuxième en a reçu 7. Mais au total ils ont reçu la même somme; donc plus il y a d'héritiers dans une ligne, moins ils reçoivent d'argent; donc (N° XXII) le rapport du nombre des héritiers de chaque ligne est inverse avec les sommes qu'ils reçoivent; donc il est comme 7 est à 10; donc il y a 7 héritiers dans la première ligne, 10 dans la deuxième, et leur nombre est au-dessous de 20.

N° 716. Les 7 héritiers de la première ligne ont touché $6.400\times7=$ 44.800 f.

Les 10 de la deuxième ont touché $4.480\times10=44.800$

Total de la masse, 89.600.

Mais dans cette somme sont compris les rapports qui l'ont augmenté d'un quart; il faut donc en diminuer (N° XX) $89.600 : 5=17.920$; alors on aura pour le montant de la

succession, ou sans les rapports 89.600—17.920=71.680 f., qui, étant partagés également, donnent pour la part de chaque ligne 71.680 : 2=35.840.

N° 717. Les 7 héritiers de la première ligne ont touché 7.314 $\frac{2}{7}$×7=51.200 f.; les 10 de la deuxième ligne ont touché 3.840×10=38.400; donc, des deux lignes qui sans les rapports eussent touché 35.840 f., la première a rapporté 51.200—35.840=15.360, et la seconde a rapporté 38.400—35.840=2.560. Mais, dans la première ligne, il y avait 7 héritiers; donc ils ont rapporté chacun 15.360 : 7=2.194 $\frac{2}{7}$; et, dans la seconde, ils ont rapporté 2.560 : 10=256 f.

FIN.

ERRATA.

DE LA DEUXIÈME PARTIE.

Nos des articles ou des énoncés.	*au lieu de :*	*lisez :*
130.	1 an 7 mois 17 jours,	1 au 5 mois 17 jours.
250.	$\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$,	$\frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$.
569.	elles en avaient eu,	elles en auraient eu.
629.	celle du 9e ou 24, etc.,	celle du 6e ou 24.
642.	46 : 2 — 23,	46 : 2 = 23.

De l'Imprimerie d'A. EGRON, rue des Noyers, n° 37.

RECUEIL DE PROBLÈMES

AMUSANS ET INSTRUCTIFS, ETC.

SOLUTIONS.

Concordance des nos rappelés dans les Solutions de la deuxième édition avec ceux de la troisième.

Deuxième édition.	Troisième édition.	Deuxième édition.	Troisième édition.
I.................	XLII.	XIX.	LXX.
II................	XLIII.	XX.	LXIV.
III.	XLV.	XXI..............	XXXV.
IV................	XLVI.	XXII.............	CVI.
V.................	XLVII.	XXIII............	LXIX.
VI.	XLVIII.	XXIV.............	CXX.
VII...............	XLIX.	XXV..............	CXIX.
VIII..............	L.	XXVI.	CXVI.
IX.	LI.	XXVII.	CXVII.
X	»	XXVIII.	CXVIII.
XI.	LVIII.	XXIX.	CXIX.
XII.	LIX.	XXX..............	CXX.
XIII..............	LIV.	XXXI.............	CXXI.
XIV...............	LX.	XXXII.	»
XV................	»	XXXIII.	»
XVI...............	LXV.	XXXIV............	»
XVII..............	LXVI.	XXXV.	»
XVIII.	»	XXVI.	»

On voit que lorsqu'on trouvera dans les solutions de la deuxième édition, un numéro entre parenthèses, soit (IV) par exemple, on devra recourir au no (XLVI) de la troisième édition, première partie.

(Les nos entre parenthèses, qui suivent immédiatement les nos d'ordre, renvoyent aux nos semblables des solutions de la 2e édition.)

No 1. Il en a mangé .... 8.
Il lui en reste........ 9.
Il en avait 8 + 9 = 17.

2. Votre camarade a .... 19 oranges.
Vous en avez en sus........ 8.
Vous en avez donc 19 + 8 = 27.

3. On a 342 + 340 + 56.648 = 57.330.

4. On a donné à-compte 4.856 fr.
On doit encore..... 2.542
On devait donc ..... 7.398 fr.

5. On a retranché...... 5.456.
Il reste............. 35.644.
Le nombre était donc 41.100.

6. On a retiré de la vente 4.458 fr.
On a perdu.......... 452
La marchandise coûtait 5.000 fr.

7. La marchandise coûte 2.458 fr.
On veut gagner...... 367
Il faut la vendre..... 2.825 fr.

8. Lorsque l'individu aura 54 ans, pareil nombre d'années se sera écoulé depuis sa naissance; donc on sera en 1786 + 54 = 1.840.

9. La première année de notre ère commençant à la naissance de J.-C., en 1830, il y aura d'écoulé un nombre d'années = à 356 + 1.830 = 2.186.

10. Lorsque le fils est né, le père avait 30 ans; donc il a 30 ans de plus que lui, et lorsque le fils aura 35 ans, le père en aura 30 + 35 = 65.

11. Vous en avez croqué 20.
Vous en avez perdu. 18.
Il vous en reste..... 26.
Vous en aviez...... 64.

12. Si les 25 fr. n'étaient point déduits, il vous resterait 5 + 25 = 30 fr.; donc vous avez 546 + 30 = 576 fr.

13. Les trois enfans ont entre eux $7 + 9 + 5 = 21$ ans ; la mère a donc $21 + 10 = 31$ ans.

14. Dans la première classe, il y a 40 élèves.
Dans la deuxième............ 17
Dans la troisième............ 25
Dans la quatrième............ 27
Dans la cinquième........... 17

Le nombre d'élèves est........ 126.

Donc, pour que le maître ait 24 oranges, il faudra en acheter $126 + 24 = 150$.

15. A son mariage, il avait.................... 19 ans.
A la naissance du fils, il avait de plus....... 6
A sa mort, il avait de plus................ 46
Lorsqu'il mourut lui-même, il avait encore de plus.............................. 10

Il a donc vécu....... .... 81 ans.

16. Le revenu se compose des dépenses faites et de ce qui reste, il est donc de $1.254 + 340 + 500 + 359 + 854 + 693 = 4.000$ fr.

17.

1°.	15 jours.	28 toises.	140 fr.
2°.	18	36	144
3°.	28	60	300
4°.	12	30	90
	73 jours.	154 toises.	674 fr.

En additionnant les quantités de même nature, on trouve que l'ouvrier a travaillé 73 jours, qu'il a fait 154 toises, et qu'il a gagné 674 fr.

18. Le plus petit nombre....... $=$ 1.358.
Le plus grand $= 1.358 + 54 =$ 1.412.

La somme des deux nombres $=$ 2.770.

19. Le premier nombre...... $=$ 215.
Le deuxième........... $=$ 519.
Le troisième $= 215 + 519 =$ 734.

La somme demandée..... $=$ 1.468.

20. La première part.................. $=$ 4.358 fr.
La deuxième...... $= 4.358 + 540 =$ 4.898
La troisième $= 4.358 + 4.898 + 54 =$ 9.310
Il reste........................... 27

La somme partagée.............. $=$ 18.593 fr.

21. Le premier nombre.................. = 2.456.
Le deuxième.......... = 2.456 + 527 = 2.983.
Le troisième.......... = 2.983 + 139 = 3.122.
Le quatrième = 2.456 + 2.983 + 3.122 = 8.561.
Somme des quatre nombres.............. 17.122.

22. Le premier nombre =	247			ci	247.
Le deuxième.........	247	+	34	=	281.
Le troisième.........	281	+	35	=	316.
Le quatrième.........	316	+	36	=	352.
Le cinquième........	352	+	37	=	389.
Totaux...........	1.443	+	142	=	1.585.

23. La première personne a eu 2.458 fr.
La deuxième 2.458 + 1.500 = 3.958
La troisième 3.958 + 800 = 4.758
La quatrième................ 1.500
La cinquième 4.758 + 1.500 = 6.258
La sixième.................. 800
La somme partagée...... = 19.732 fr.

24. Sur 17 oranges, Octave en a mangé 8; il lui en reste 17 — 8 = 9.

25. Puisque votre camarade a 8 oranges de moins que vous, il n'en a que 27 — 8 = 19.

26. Il faut joindre la différence qui existe entre 6.000 et 5.458; il faut donc joindre 6.000 — 5.458 = 542.

27. On doit encore 2.450 fr. — 348 fr. qu'on a donnés à-compte = 2.102 fr.

28. La marchandise a été vendue 3.000 fr.
Elle ne coûtait que........ 2.456
On a gagné la différence.... 544 fr.

29. 2.825 fr. représentent le prix d'achat et le montant du bénéfice; en retranchant le bénéfice, il ne restera plus que le prix d'achat, qui est de 2.825 — 367 = 2.458.

30. Total après l'augmentation..... 10.000.
Somme ajoutée............... 3.456.
Différence ou somme demandée. 6.544.

31. A sa mort, son âge était égal au nombre d'années écoulées entre 1.642 et 1.727; il avait donc 1.727 — 1.642 = 82 ans.

32. (261, 2e édit.)

33. (262, *idem.*)

34. A Strasbourg, on n'a fait que 116 lieues sur 138, pour arriver à Bâle; on doit donc faire encore 138 — 116 = 22 lieues ; donc il y a 22 lieues de Strasbourg à Bâle.

35. La première année de notre ère commençant à la naissance de J.-C., 2.532 se composent des années qui étaient déjà écoulées à la naissance de J.-C. et de 1824 ; donc la naissance d'Homère a eu lieu 2.532 — 1.824 = 708 ans avant J.-C.

36. En 1824, il y a 1824 + 356 = 2.180 ans que l'événement est arrivé; donc pour qu'il y ait 3.000 ans, il faut encore attendre un nombre d'années égal à 3.000 — 2.180 = 820.

37. L'âge doit être égal au nombre d'années qui se sont écoulées depuis 1.778 jusqu'en 1.822, et il est = à 1.822 — 1.778 = 44 ans.

38. 1.825 — 1.788 = 37 = le nombre d'années qui exprime l'âge qu'avait la personne la plus âgée, à la naissance de la plus jeune. Donc la différence demandée = 37 ans.

39. Puisque le père a 27 ans de plus que son fils, lorsque le père aura 80 ans, le fils n'en aura que 80 — 27 = 53.

40. En 1.857, la personne aura 1.857 — 1.801 = 56 ans de plus qu'elle n'avait en 1.821. Donc elle aura 56 + 25 = 81 ans.

41. 4.540 + 648 + 5.000 + 354 + 100 = 10.642 = le nombre de boisseaux distribués. 18.540 — 10.642 = 7.898 = ce qui doit rester.

42. 10.000 — (246 + 7.454) = 2.300 = le troisième nombre.

43. 40 + 25 + 27 + 17 = 109.
126 — 109 = 17 = le nombre demandé.

44. (1.)

45. 10.400 + 348 = 10.748 = la dépense.
10.748 — 10.540 de recette = 208 = le montant de la perte.

46. Harnaché il coûtera	750 fr.
Nu il ne coûtera que	325
Le harnois coûte donc	425 fr.

425 — 325 = 100 = l'excès du prix du harnois sur le prix du cheval.

47. 45.247 — 28.717 = 16.530 = la part du jeune; l'aîné a donc de plus que lui 28.717 — 16.530 = 12.187 fr.

48. 2.454 — 1.500 = 954 fr. = ce que doit le second avant l'à-compte; en donnant 400 fr., il ne devrait plus que 954 — 400 = 554 fr.

49. (50.)

50. 1.000 — 142 = 858 = le gain réel.
2.858 — 858 = 2.000 fr. = le prix coûtant;
ou (2.858 + 142) — 1.000 = 2.000, etc.

51. (1.200 + 19) — 500 = 719 = la somme demandée; ou 1.200 — (500 — 19) = 1.200 — 481 = 719, etc.

52. 258 — 54 = 204 = le plus petit nombre. 258 + 204 = 462 = leur somme.

53. 1.254 + 340 + 500 + 359 + 854 = 3.307 fr. = le total de la dépense; et, puisqu'en faisant cette dépense, il s'est endetté de 693 fr., son revenu n'est que de 3.307 — 693 = 2.614 fr.

54. L'âge du père = 1.824 — 1.778 = 46 ans.
de la mère, 1.824 — 1.783 = 41.
du fils, 1.824 — 1.805 = 19.
de la fille, 1.824 — 1.809 = 15.
Le total = 121 ans.

Donc le père a 46 — 41 = 5 ans de plus que la mère, qui a 41 — 19 = 22 ans de plus que le fils, qui a 19 — 15 = 4 ans de plus que la fille.

55. La première personne a eu.............. 3.748 fr.
La troisième.......................... 1.203
La deuxième 3.748 — 1.203 =.......... 2.545
La quatrième (3.748 + 1.203) — 2.545 = 2.406
Total..................... 9.902 fr.
La cinquième a eu 10.541 — 9.902 = 639 fr.

56. Le premier nombre.......... = 2.456.
Le deuxième............... = 2.000.
Le troisième = 2.456 — 2.000 = 456.
Le quatrième = 2.000 — 456.. = 1.544.
Le cinquième = 2.456 — 1.544 = 912.
Le sixième = 1.544 — 456.... = 1.088.
Le total.......... = 8.456.

57. (89.)

58. 257 fr. × 26 = 6.682 fr. = 26 fois la part d'une personne = la somme demandée.

59. (3.)

60. (2.)

61. 8 représentent la cinquième partie des élèves; donc la classe se compose de 8 fois 5 élèves = 5 × 8 = 40.

62. 28.604 × 1.083 = 30.978.132.
30.978.132 + 1.788 = 30.997.920 = le dividende.

63. 2.854 × 55 = 156.970 = le nombre demandé, augmenté de 56. Donc ce nombre = 156.970 — 56 = 156.914.

64. 1.091 × 3 = 3.273 = la 27ᵉ partie du nombre demandé. Ce nombre est donc 3.273 × 27 = 88.371.

65. (21.)

66. (9.)

67. 250.540 × 10 = 2.505.400; 2.505.400 × 2.458 = 6.158.273.200 = le nombre qu'on obtiendra.

68. (25.)

69. (4.)

70. 591 × 250 = 147.750 = la somme partagée par l'équipage.
147.750 + 54.645 = 202.395 fr. = le montant de la prise.

71. 5.454 × 4 = 21.816 = la 54ᵉ partie du nombre demandé, et 21.816 × 54 = 1.178.064 = ce nombre.

72. (6.)

73. (7.)

74. (24 heures × 365) + 6 heures = 8.766 heures.
(60 minutes × 8.766) = 525.960 minutes.
(525.960 minutes × 1.821) = 957.773.160 minutes = le nombre demandé.

75.

157 × 187..... =	29.359
560 × 207..... =	115.920
Total des hommes..	145.279
A déduire.........	473
Effectif.........	144.806.

76.

Le prix de vente = 35 × 45 =	1.575 fr.
Le prix d'achat........... =	1.350
Le bénéfice.............. =	225 fr.

77. Chaque jour, les 2 personnes font $10 + 8 = 18$ lieues, et en 6 jours elles en font $18 \times 6 = 108$.

Mais, au moment de la rencontre, l'espace qui sépare les deux villes est parcouru; il y a donc 108 lieues de Paris à Lyon.

78. (83.)

79. (5.)

80. $305 \times 2.163 = 659.715$ fr.

$659.715 + 6.578 = 666.293$ fr. = le montant de la dépense.

81. (91.)

82. (90.)

83. Le gain du premier jour..... = 150
Le gain du troisième jour.... 450
Total.................. 600
Perte du deuxième jour...... 200
Il reste.............. 400

Donc, au commencement du quatrième jour, la masse se composait de la mise et de 400 fr. Or, ils retirent cette mise; il ne reste donc plus que 400 fr., dont le triple $= 400 \times 3 = 1.200$ fr. Donc 1.200 fr. sont le cinquième de la mise, et la mise $= 1.200$ fr. $\times 5 = 6.000$ fr.

84. Le carré de $25 = 25 \times 25 = 625$.
L'un des nombres $= (625 \times 2) + 27 = 1.277$.
L'autre nombre $= 4.517 - 1.277 = 3.240$.

85. $185 \times 27 = 4.995$; $155 \times 115 = 17.825$.
$17.825 - 4.995 = 12.830$ = le nombre demandé.

86. Le plus grand nombre $= 187 + 34 = 221$.
Le produit des deux nombres $= 221 \times 187 = 41.327$.
Le carré de leur produit $= 41.327 \times 41.327 = 1.707.920.929$.

87. $125 \times 125 = 15.625$ = le carré de 125.
$20.000 - 15.625 = 4.375$ = le nombre demandé.

88. Le cube de $25 = 25 \times 25 \times 25 = 15.625$. Le double du carré de 12 par $8 = (12 \times 8) \times (12 \times 8) \times 2 = 18.432$.
La somme à retrancher $= 18.432 - 15.625 = 2.807$.

89. $360 - 144 = 216$ = le plus grand nombre.
$216 - 144 = 72$ = la différence.
$216 \times 144 = 31.004$ = le produit des deux nombres.

$72 \times 72 = 5.184$ = le carré de la différence.
$31.004 \times 5.184 = 161.243.136$ = le nombre demandé.

90. Le plus grand nombre $= 37 \times 45 = 1.665$.
La différence $= 4 \times 19 = 76$.
Le plus petit nombre $= 1.665 - 76 = 1.589$.
Leur somme $= 1.665 + 1.589 = 3.254$.
Leur produit $= 1.665 \times 1.589 = 2.645.685$.

91. $\frac{156.970}{55} = \frac{31.394}{11} = 2.854$.

92. 256 étant le multiplicande et 1.792 le produit, 256 (LII) sont contenus dans 1.792 autant de fois qu'il y a d'unités dans le nombre inconnu, ou le multiplicateur. Donc ce nombre est $=$ à $\frac{1.792}{256} = \frac{224}{32} = \frac{28}{4} = 7$.

Si le nombre inconnu eût été le multiplicande, on aurait eu : Un nombre inconnu multiplié par 7 est égal à 1.792. Donc on aurait eu pour ce nombre $\frac{1.792}{7} = 256$; d'où il résulte que, *dans toute multiplication, le produit divisé par l'un de ses facteurs donne l'autre facteur au quotient;* de même que, *dans toute division, le diviseur multiplié par le quotient donne le dividende au produit.*

93. $\frac{9.990}{54} = \frac{1.110}{6} = 185$.

94. $\frac{1.904}{17} = 112$.

95. (10.)

96. (11.)

97. (16.)

98. En multipliant une somme par 7, on l'ajoute 6 fois à elle-même; donc six fois la somme demandée $= 1.548$, et une fois $= \frac{1.548}{6} = 258$.

99. $\frac{3.582}{8} = 447$ onces $+ 6$ gros.

$\frac{447}{8} = 55$ marcs $+ 7$ onces.

$\frac{55}{2} = 27$ livres + 1 marc.

Donc la quantité demandée = 27 livres, 1 marc, 7 onces, 6 gros.

100. $\frac{25.167}{12} = 2.097$ pouces + 3 lignes.

$\frac{2.097}{12} = 174$ pieds 9 pouces.

$\frac{174}{6} = 29$ toises.

La quantité demandée = 29 toises, 0 pieds, 9 pouces, 3 lignes.

101. $\frac{59\,732}{12} = 4.977^{s}\ 8^{d}$.

$\frac{4.977}{20} = 248^{\#}\ 17^{s}$.

Il y a donc $248^{\#}\ 17^{s}\ 8^{d}$ dans 59.732^{d}.

102. $\frac{39.223.002}{6} = 6.537.167$ toises.

Le diamètre $= \frac{6.537.167}{2.283} = 2.863$ lieues et 938 toises.

103. (31.)

104. 150 × 26 = 3.900 = la somme distribuée aux 26 personnes; donc il ne reste plus que 5.580 — 3.900 = 1.680 fr. à distribuer entre 14 personnes, et chaque personne aura $\frac{1.680}{14} = \frac{840}{7} = 120$ fr.

105. $\frac{376.372 - 150.500}{152} = \frac{225.872}{152} = \frac{28.234}{19} = 1.486$ fr. = la part de chaque matelot.

106. 15 × 50 = 750 fr. = le montant des paiemens effectués. $\frac{975 - 750}{15} = \frac{225}{15} = \frac{45}{3} = 15$ = le nombre de paiemens qui restent encore à faire.

107. (24.)

108. (23.)

109. (22.)

110. (52.) *La solution suivante est plus directe et plus simple.*

Une rame de chaque sorte coûte $4 + 3 + 6 = 13$ fr.; pour 117 fr., on a donc de chaque sorte, un nombre de rames $= \text{à } \frac{117}{13} = 9$.

111. (85.) Comme pour la question précédente, un mètre de chaque sorte coûte $48 + 34 + 29 = 111$ fr.; $\frac{1.887}{111} = \frac{629}{37} = 17$. Donc il a eu 17 mètres de chaque sorte.

112. $43 + 19 + 11 = 73$ fr. $\frac{1.241}{73} = 17 =$ le nombre d'individus composant chaque classe. (*Voir* P. 110 et 111.)

113. $28 + 24 + 30 = 82$ mètres.

17 fr. $\times 82 = 1.394$; $1.853 - 1.394 = 459$ fr. = le prix de la quatrième pièce; et, à 17 fr. le mètre, elle contenait un nombre de mètres $= \text{à } \frac{459}{17} = 27$.

114. $\frac{420}{15} = \frac{84}{3} = 28$ fr. = la mise de chaque personne.

Les mises étant égales, les gains relatifs sont aussi égaux, et chaque personne a eu pour sa part du gain $\frac{51.870 - 420}{15} = \frac{51.450}{15} = \frac{10.290}{3} = 3.430$.

115. La première classe n'éprouvant pas de changemens, elle se compose de la 3e partie de $60 = \frac{60}{3} = 20$ élèves.

Il y a donc dans la deuxième classe $20 - 5 = 15$ élèves.
dans la troisième...... $20 - 8 = 12$.

Et le total des élèves $= 20 + 15 + 12 = 47 = 60 - (5 + 8)$.

116. La mise totale $= 400 \times 6 = 2.400$.

$2.400 + 6.000 + 2.000 + 650 + 1.550 = 12.600 =$ le total de la recette.

$12.600 - 9.000 = 3.600 =$ ce qui restait au commencement du sixième jour.

$\frac{3.600}{6} + 2.400 = 3.000$ fr. = la perte du sixième jour, donc il ne reste que 600 fr. sur les 2 400 de la mise, et chaque joueur a perdu 300 fr.

117. $355 + 450 = 805$ f. = le montant des dépenses.
$805 - 600 = 205$ fr. = le déficit d'un mois.
$\frac{6.150}{205} = \frac{1.230}{41} = 30 =$ le nombre de mois qu'il faudra pour épuiser le fond.

118. 6.150 fr. ayant été épuisés en 30 mois. $\frac{6.150}{30} = \frac{615}{3} = 205$ fr. = l'excédant mensuel de la dépense sur la recette: Donc la recette n'était que de $825 - 205 = 600$ fr.

119. Sur 45 douzaines, on a gagné $1.575 - 1.350 = 225$ f.; sur une douzaine, on a gagné $\frac{225}{45} = \frac{45}{9} = 5$ fr.

120. (19.)
121. (15.)
122. (77.)
123. (99.)
124. (14.)
125. (20.)
126. (32.)

127. $\frac{1.782}{66} = \frac{162}{6} = 27 =$ le prix coûtant d'une aune; $35 - 27 = 8$ fr. = le bénéfice. $\frac{120}{8} = \frac{30}{2} = 15 =$ le nombre d'aunes qu'il faut vendre à 35 fr. pour gagner 120 fr.

128. (33.)
129. (34.)
130. (57.)
131. (56.)
132. (55.)

133. (53)

134. (54.)

135. $\frac{24 \text{ onces} \times 4 \times 1.800}{450 \times 80} = 48$ onces. $\frac{48}{16} = 3$ liv. le poids de chaque pain.

136. (26.) Mettre dans la solution 365 au lieu de 360 pour le diviseur.

137. (27.)

138. $\frac{16 \times 8.065}{20} = 4 \times 16.125 =$ le nombre de rations de 20 onces contenues dans 80.625 livres, et chaqué homme recevant une ration par jour, la distribution journalière sera de 430 rations. Ainsi, il faudra pour consommer le tout, un nombre de jour $=$ à $\frac{4 \times 16.125}{430} = 150$.

139. $\frac{16 \times 80.625}{20} = 4 \times 1.625 =$ le nombre d'onces contenues dans 80.625 liv.

$\frac{16.125 \times 4}{150} = 215 \times 2 = 430 =$ le nombre d'hommes demandé.

140. (12.)

141. (13.)

142. Pour un homme, pendant 5 mois, il faut $\frac{80.625 \text{ liv.}}{430}$

Pendant un jour, il faut $\frac{80.625}{430 \times 5 \times 30}$

En réduisant en onces $\frac{80.625 \times 16}{430 \times 5 \times 30} = \frac{215 \times 16}{86 \times 2} = 5 \times 4 = 20$ onces $=$ le poids de chaque ration.

143. $\frac{3.600 \times 60}{3} =$ le nombre de bottes nécessaires à la nourriture de 3.600 chevaux.

$\frac{3.600 \times 60}{3 \times 1.200} = \frac{360 \times 6}{3 \times 12} = 30 \times 2 = 60 =$ la quantité de bottes que produit chaque arpent.

144. (28)

145. (29.)

146. (119.)

147. Lors de la rencontre, les deux personnes auront parcouru la totalité du chemin. Or, chaque jour elles font $10 + 8 = 18$ lieues. Donc elles se rencontreront après $\frac{108}{18} = \frac{12}{2} = 6$ jours.

148. Lors de la rencontre, la seconde personne avait fait $8 \times 6 = 48$ lieues; la première en avait donc fait $108 - 48 = 60$; ce qui fait $\frac{60}{6} = 10$ lieues par jour : d'où il résulte que la rencontre a eu lieu à 60 lieues de Paris.

149. Chaque jour, les deux personnes font $10 + 8 = 18$ lieues. Pour faire 108 lieues, elles ont donc été $\frac{108}{18} = 6$ jours : conséquemment, elles se sont rencontrées après 6 jours, lorsque la première avait fait $10 \times 6 = 60$ lieues, et que la deuxième en avait fait $8 \times 6 = 48$.

150. (8.)

151. (30.)

152. (82.)

153. Suivant l'énoncé, 18 des premiers ouvriers doivent recevoir autant que $18 + \frac{18}{2} = 27$ des derniers, et dans ce cas, on aura $27 + 8 = 35$ ouvriers ont reçu 2.240 fr. pour 16 jours de travail, en gagnant chacun par jour $\frac{2.240}{35 \times 16} = \frac{28}{7} = 4$ fr. Ainsi les premiers ont gagné $4 + \frac{4}{2} = 6$ fr. et les derniers 4 fr.

154. (93.) Dans la solution, $54 + \frac{54}{3} = 72$, au lieu de $54 \times \frac{54}{3}$.

155. (49).

156. (51.)

157. $\frac{10.730}{5} = 2.146$, ou le produit du nombre inconnu $\times 37$; ce nombre est donc $\frac{2.146}{37} = 58$.

158. (36).

159. (35.)

160. (37.)

161. $\frac{2.457}{9} = 273$; $2.731 - 273 = 2.458$ = le nombre demandé.

162. $\frac{144}{6} = 24 = 3$ fois le plus petit nombre; une fois est donc $\frac{24}{3}$ ou 8, et dans ce cas, le plus grand nombre $\times 8 = 144$: donc ce nombre $= \frac{144}{8} = 18$.

163. (38).

164. (41.)

165. (40). Dans la solution, au lieu de $\frac{30 \times 5 + 3 \times 6}{6 \times 9}$, lisez $\frac{30 \times 6 \times 3 \times 15}{6 \times 9}$.

166. (39.)

167. Si le deuxième nombre était égal au premier, le total ne serait que de $25 - 3 = 22$; si le troisième était de même égal au premier, le total ne serait que de $(22 - 3 + 4) = (22 - 7) = 15$; alors ce total serait celui de trois nombres égaux, et chacun de ces nombres serait égal à $\frac{15}{3} = 5$; donc le premier nombre $= 5$, le deuxième $= 5 + 3 = 8$, le troisième $= 8 + 4 = 12$; $5 \times 5 + 8 \times 8 + 12 \times 12 = 233$ = la somme des carrés; $5 \times 5 \times 5 + 8 \times 8 \times 8 + 12 \times 12 \times 12 = 2.365$ = la somme de leurs cubes, dont la cinquième partie $= \frac{2.365}{5} = 473$. Or, $473 - 233 = 240$; donc la somme à ajouter, suivant l'énoncé $= 240$.

168. (48.)

169. Puisqu'un mètre de chaque qualité coûte 72 fr., il y en a $\frac{12.600}{72} = \frac{1.575}{9} = 175$ mètres de chaque.

Or, lorsqu'on dépense 7 fr. pour la première qualité, on dépense 5 fr. pour la seconde ; donc
Sur 12 fr. la dépense est 7 et 5.

Sur 1 fr., elle est $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{12}$.

Sur 72 fr., elle est $\frac{7 \times 72}{12}$ et $\frac{5 \times 72}{5 \times 12} = 7 \times 6$ et 5×6 $= 42$ fr. et 30 fr. ; donc la première qualité coûte 42 fr., et la seconde 30 fr.

170. (106.)

171. (111)

172. (112.)

173. (107.)

174. (108.)

175. (110.) Dans la solution, 1.642, 50 — 150, au lieu de — 15.

176. (139.)

177. (120.)

178. (136.)

179. (133.)

180. (121.)

181. (132.)

182. (131.)

183. (109.) Dans la solution, 237, 25, au lieu de 239, 25.

184. (128.)

185. (129.)

186. (113.)

187. (114.)

188. (115.)

189. (116.)

190. (118.) Dans la solution, 34×2, au lieu de 24×2.

191. (127.)
192. (144.)
193. (146.)
194. (153.)
195. (141.)
196. (143.)

197. (142.) Dans la solution, $\frac{353}{520} = 67$ c. $\frac{25}{26}$, au lieu de 353 : 585. etc., etc.

198. (117.)
199. (134.)

200. (125.) Dans la solution, 18.480, au lieu de 18.400 et de 18.840; 5.460, au lieu de 5.760.

201. (124.) — Dans la solution, 36 c., au lieu de 30.

202. (140.)
203. (145.)
204. (126.)

205. (148.) Dans la solution, 1.458, au lieu de 1.478.

206. (155.) Dans la solution, 19ᵈ 5ᵈ, au lieu de 19ᵈ 6ᵈ.

207. (157.)
208. (158.)

209. (159.) Dans la solution, 75 × 2 etc., au lieu de 75 × 5.

210. (160.)
211. (156.)
212. (161.)

213. (162.) Dans la solution, (114 × 2 × 60 × 6), au lieu de (114 × 2 × 60.)

214. (167.) Dans la solution, = 10# : 3, au lieu de 10# : 3ᵈ.

215. (166.) 10 — 9.871 : 5, au lieu de 987 : 5.

216. (196.) — Cette question n'est point à son rang; elle devrait être aux fractions.

217. (171.)
218. (170.)
219. (169.)

220. $24^{\#} = 20^{s} \times 24 = 480^{s}$.
$480. - 1^{\#}\ 19^{s} = 480 - 39 = 441^{s}$.
$\frac{441.}{9} = 49$ = le nombre demandé.

221. (165.)

222. (172.) Dans la solution, un ouvrier au lieu de les ouvriers.

223. (164.) Dans la solution, $\frac{4 \times 540.000}{240}$, au lieu de $\frac{4 \times 540}{240.}$

224. (163.) Dans la solution, $702 : 2 = 351$ = le nomb., au lieu de $702 : 2$ = le nombre.

225. (174.)

226. (173.)

227. (703.)

228. En deux tours la grande roue parcourt un espace = à 30 p. 4 pou.; et si, pendant ce temps, la petite roue fait 7 tours, elle parcourt à chaque tour $\frac{30 \text{ p. } 4 \text{ pou.}}{7}$ = 4 pieds 4 pouces.

229. (175.) Dans la solution, $\frac{45}{24}$, au lieu de $\frac{46}{24}$.

230. (205.)

231. (176.)

232. (232.)

233. $1.200 \times 60 = 72.000$ = la quantité de bottes fournies par la prairie.

$3.600 \times 60 = 216.000$ = le nombre de rations nécessaires, donc chaque ration sera de $\frac{72.000}{216.000} = \frac{1}{3}$ de botte.

234. Chaque homme a 15 rations à consommer en 20 jours; il aura donc chaque jour $\frac{15 \text{ rat.}}{20} = \frac{3}{4}$ de ration.

235. Un homme aura 25 rations pour 30 jours; pour un jour il aura $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ de ration, ou 5 rations pour six hommes.

236. (245.)

237. (246.)
238. (247.)
239. (248.)
240. (699.)
241. (705.)
242. (180.)
243. (181.)
244. (182.)

245. $17\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{86}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{602}{40} = 15\frac{1}{20} =$ l'autre facteur.

246. (234.)
247. (206.)
248. (179.)
249. (233.)
250. (135.)
251. (696.)
252. (223.)

253. La première compagnie, en un jour, fera $\frac{1}{40}$ de l'ouvrage; la deuxième en fera $\frac{1}{36}$; la troisième en fera $\frac{1}{28}$. Les trois compagnies ensemble feront chaque jour $\frac{1}{50} + \frac{1}{36} + \frac{1}{28} = \frac{223}{2520}$ de tout l'ouvrage; et s'il faut un jour pour faire $\frac{223}{2520}$, pour faire $\frac{1}{2520}$ il faudra $\frac{1 \text{ jour}}{223}$. Pour faire $\frac{2520}{2520}$ il faudra $\frac{1 \text{ jour} \times 2.520}{223} = 11$ jours $\frac{67}{223}$.

254. (195.)
255. (177.)

256. Si on n'ajoutait point le diviseur, le total ne serait que $69 - 6 = 63$; donc $\frac{1}{6}$ du nombre plus ce nombre $= 63$ ou, ce qui revient au même, $\frac{7}{6} = 63$; d'où il résulte que $\frac{1}{6} = \frac{63}{7}$, et que $\frac{6}{6} = \frac{63 \times 6}{7} = 54$.

257. $\frac{7}{9} - \frac{3}{4} = \frac{1}{36} =$ la somme des deux premières fractions; or la deuxième est double de la première, donc en divisant $\frac{1}{36}$ par 3, on aura $\frac{1}{108}$ pour la première fraction; et $\frac{2}{108}$ pour la deuxième, et en réduisant $\frac{3}{4}$ au dénominateur 108, on aura $\frac{81}{108}$ pour la troisième; le total alors sera $\frac{84}{108}$ qui se réduira à $\frac{7}{9}$.

258. $\frac{3}{5} - \frac{5}{11} = \frac{33}{55} - \frac{25}{55} = \frac{8}{55}$.

Donc l'une des deux fractions $= \frac{\frac{8}{55}}{2} = \frac{4}{55}$, et l'autre $= \frac{4}{55} + \frac{25}{55} = \frac{29}{55}$. Dans ce cas le total $= \frac{33}{55}$, qui se réduit à $\frac{3}{5}$.

259. $\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7} = 1.954$ fr. $\frac{1}{7} = \frac{1954}{4}$ $\frac{7}{7} = \frac{1.954 \times 7}{4} = 491 \times 7 = 3.437$ fr.

260. (183.) Dans la solution, $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ au lieu de $\frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$.

261. (213.)

262. (194.)

263. (193.

264. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$ = la partie de l'argent dépensé. Il devrait donc rester au voyageur $\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ de son argent : or, il lui reste $\frac{1}{2}$ — 360 fr., mais $\frac{1}{2}$ excède $\frac{7}{15}$ de $\frac{1}{30}$. Donc $\frac{1}{30}$ de la somme emportée = 360, et $\frac{30}{30}$ ou la somme entière = 360 $\times$ 30 = 10.800 fr.

265. $\frac{17}{21} = 13$; $\frac{1}{21} = \frac{13}{17}$; $\frac{21}{21} = \frac{13 \times 21}{17} = 16\ \frac{1}{17}$.

266. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$. Donc $\frac{7}{12} = 63$; $\frac{1}{12} = \frac{63}{7}$; $\frac{12}{12} = \frac{63 \times 12}{7} = 9 \times 12 = 108$.

267. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{3}{7} = \frac{101}{105}$. Si $\frac{101}{105} = 808$; $\frac{105}{105} = \frac{808 \times 105}{101} = 8 \times 105 = 840$.

268. $\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$; $\frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ = ce qui reste dehors. Donc $\frac{1}{12}$ = 4 pieds ; $\frac{12}{12}$ = 4 pieds $\times$ 12 = 48 pieds.

269. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$; donc $\frac{13}{12}$ du nombre = 12 ; $\frac{12}{12} = \frac{12 \times 12}{13} = 11\ \frac{1}{3}$ = le nombre demandé.

270. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$; $\frac{1}{10}$ de $\frac{5}{6} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$. Donc $\frac{5}{6} + \frac{1}{12} + 6$ louis $= \frac{12}{12}$. Mais $\frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$ = ce qu'il faudrait ajouter à $\frac{11}{12}$ pour compléter la somme. Donc $\frac{1}{12}$ = 6 louis ; $\frac{12}{12} = 6 \times 12$ = 72 louis = ce qu'avait le joueur.

271. $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + 150 = \frac{3}{1}$.
$\frac{29}{12}$ + 150 fr. $= \frac{3}{1}$ ou $\frac{36}{12}$, $\frac{36}{12} - \frac{29}{12}$ ou $\frac{7}{12}$ = donc 150 fr.
$\frac{1}{12} = \frac{150}{7}$ et $\frac{12}{12} = \frac{150 \times 12}{7} = \frac{1.800}{7} = 257$ fr. $\frac{1}{7}$.

272. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+4$ fr. $=\frac{1}{1}$.

En réduisant, on a $\frac{59}{60}+4$ fr. $=\frac{60}{60}$. Donc $\frac{1}{60}=4$ fr. $\frac{60}{60}$ ou le total demandé $=4\times60=240$ fr. Alors

La première personne a eu	240 : 3 =	80 fr.
La deuxième personne...	240 : 4 =	60.
La troisième personne...	240 : 5 =	48.
La quatrième personne...	48 + 4 =	52.
Total.		240.

273. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$ ou $\frac{47}{60}=4.700$ fr.

$$\frac{1}{60}=\frac{4.700}{47};\ \frac{60}{60}=\frac{4\,700\times60}{47}=100\times60=6.000 \text{ fr.}$$

6.000 — 4.700 = 1.300 fr. = ce qui reste de la somme après les paiemens. Donc le premier a été de 6.000 : 3 = 2.000 fr.

Le deuxième de....	6.000 : 4 =	1.500 fr.
Et le troisième de..	6 000 : 5 =	1.200 fr.
Total.		4.700 fr.

274. $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}+32.000$ fr. $=\frac{1}{1}$.

Ce qui se réduit à $\frac{11}{15}+32.000$ fr. $=\frac{15}{15}$; d'où on déduit que $\frac{4}{15}=32.000$ fr. et que $\frac{15}{15}$ ou l'héritage $=\frac{32.000\times15}{4}=$ $8.000\times15=120.000$ fr. Alors :

Le premier héritera de...	120.000 : 3 =	40 000.
Le deuxième de	$\frac{120.000\times2}{5}=24.000\times2$	48.000.
Et le troisième de......................		32.000.
Total.		120.000.

275. $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{2}{9}+12$ pieds $=\frac{1}{1}$.

Ce qui se réduit à $\frac{34}{45}+12$ pieds $=\frac{45}{45}$. D'où on déduit que $\frac{11}{45}=12$ pieds, et que $\frac{45}{45}$ ou la hauteur du poteau $=\frac{12\times45}{11}$ $=\frac{546}{11}=49$ pieds $\frac{7}{11}$.

276. $\frac{2}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+1=112$.

En réduisant, on a $\frac{57}{12}+1=112$. D'où il résulte que $\frac{37}{12}=111$, que $\frac{1}{12}=\frac{111}{37}$, et que $\frac{12}{12}$ ou le nombre de pensionnaires $=\frac{111\times12}{37}=3\times12=36$.

277. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60}$.
$\frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$ = ce qui devrait rester de l'armée. Donc $\frac{15}{60} + 7.000 = \frac{1}{3} = \frac{20}{60}$, et dans ce cas $\frac{20}{60} - \frac{15}{60}$ ou $\frac{7}{60} = 7.000$ $\frac{1}{60} = 1.000$, et $\frac{60}{60}$ ou le montant de l'effectif = 60.000 hommes.

278. (217.)

279. (214.)

280. (221.)

281. (220.) Dans la solution, 82.1.2 au lieu de 82.1.8.

282. (215.)

283. (218)

284. (189.)

285. (188.) Dans la solution, première fraction $\frac{4}{1}$.

286. (216.)

287. (219.)

288. (187.)

289. (186.)

290. (185.)

291. (184.)

292. $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{4}$ de $\frac{8}{9} = \frac{4}{9}$, $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$. Donc $\frac{5}{9}$ = 60.635 fr. $\frac{9}{9}$ ou le prix coûtant de la propriété $= \frac{60.635 \times 9}{5} = 12.127 \times 9 =$ 109.143.

293. (258.) Dans la solution, $\frac{55}{35}$ au lieu de $\frac{5}{35}$.

294. (228.) Dans la solution, coulant, au lieu de coulent; le fossé au lieu de le fort; est, au lieu de en.

295. (231.)

296. (230.)

297. (229.)

298. (227.)

299. (226.)

300. (660.)

301. (662.)

302. (249.)

303. (237.)

304. (241.)

305. $\frac{5}{5} + (\frac{1}{5} \times 2) = \frac{7}{5}$. Donc $\frac{7}{5}$ de ce qui est écoulé $= 24$. $\frac{5}{5}$ ou la totalité de l'heure écoulée $= \frac{24 \times 3}{7} = \frac{72}{7} =$ 10 heures $\frac{2}{7}$. Donc il était 10 heures $\frac{2}{7}$ du matin.

306. $\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$. Donc $\frac{6}{5}$ de ce qui est écoulé $= 24$; $\frac{1}{5}$ — $\frac{24}{6} = 5$ et $\frac{5}{5}$ de l'heure écoulée $= 4 \times 5 = 20$. Donc il est 8 heures du soir.

307. $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$; $\frac{2}{4}$ des $\frac{3}{2} = \frac{6}{8}$. $\frac{6}{8} + 23 = \frac{8}{8}$; $\frac{8}{8} - \frac{6}{8}$ ou $\frac{2}{8} = 23$. $\frac{8}{8}$ ou l'âge demandé $= \frac{23 \times 8}{2} = 92$.

308. $\frac{1}{1}$ étant l'âge demandé, $\frac{6}{5} + \frac{1}{3}$ ou $\frac{23}{15} = 115$. $\frac{15}{15}$ ou l'âge $= \frac{115 \times 15}{23} = 5 \times 15 = 75$.

309. Puisque $\frac{5}{4} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{1}$, il est évident que $\frac{\frac{1}{1}}{\frac{5}{4}}$ ou $\frac{1}{1} \times \frac{4}{5}$ ou $1\frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ de l'âge, et si $\frac{1}{12} = 1\frac{1}{4}$, l'âge demandé $= 16$.

310. (222.)

311. $\frac{2}{3}$ des $\frac{4}{5} = \frac{8}{15}$; $\frac{1}{2}$ des $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$; $\frac{8}{15} - \frac{3}{8} = \frac{19}{120}$. Donc $\frac{19}{120}$ du nombre $= 19$, et dans ce cas le nombre $= 120$.

312. $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12}$; $\frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$. Donc $\frac{5}{12} = 17$; $\frac{12}{12} = \frac{17 \times 12}{5} = 40\frac{4}{5}$.

313. (224.)

314. (190.)

315. Les $\frac{3}{4}$ des $\frac{2}{3} = \frac{6}{12}$; $\frac{1}{2}$ des $\frac{5}{6} = \frac{5}{12}$. $\frac{6}{12} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$; donc les $\frac{11}{12}$ du nombre $= 11$ le nombre $= 12$.

316. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{23}{12}$; $\frac{23}{12} - \frac{1}{6} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$, et si $\frac{7}{4} = 63$, $\frac{4}{4}$ ou le nombre demandé $= \frac{63 \times 4}{7} = 36$.

317. Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4} = \frac{1}{2}$. Donc $\frac{1}{2}$ du nombre $= 1$. Le nombre $= 2$.

318. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$. Donc $\frac{5}{4}$ du nombre $= 1$; $\frac{4}{4} = \frac{1 \times 4}{5} = \frac{4}{5}$.

319. (191.)

320. $\frac{1}{5} + \frac{4}{1}$ ou $\frac{21}{ɔ} = 8\ \frac{1}{2}$, et si $\frac{21}{5} = 8\ \frac{1}{2}$ $\frac{5}{5}$ ou le nombre demandé $= \frac{8\ \frac{1}{2} \times 5}{21} = \frac{85}{42} = 2\ \frac{1}{42}$.

321 Si la première partie était 5, la deuxième serait 6, la troisième serait $\frac{1}{8}$, et le total serait $11\ \frac{1}{8}$. Or, suivant l'énoncé, il est 178. Donc chaque partie trouvée est trop petite d'un nombre de fois $=$ à $\frac{178}{11\ \frac{1}{8}} = \frac{1.424}{89} = 16$. Ainsi, la première partie $= 5 \times 16 = 80$; la deuxième $= 6 \times 16 = 96$, et la troisième $= \frac{1}{8} \times 16 = 2$.

322. (192.)

323. (283.)

324. Les $\frac{4}{5}$ de $\frac{11}{12} = \frac{11}{15}$; $\frac{11}{15} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5} =$ la fraction demandée.

325. $\frac{5}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$. Or $\frac{4}{12}$ sont les $\frac{4}{9}$ de $\frac{9}{12}$. Donc $\frac{1}{3} =$ les $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{4}$.

326. $\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$; $\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$. Donc $\frac{7}{15} = 7$. $\frac{15}{15} = 15$.

327. $\frac{5}{7} + \frac{1}{3} - 64 = \frac{2}{3}$; en réduisant : $\frac{22}{21} - 64 = \frac{14}{21}$. Donc $\frac{8}{21} = 64$, $\frac{21}{21}$ ou le nombre $= \frac{64 \times 21}{8} = 8 \times 21 = 168$.

328. $\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10}$. $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$. Donc $\frac{5}{10} + 3 = \frac{5}{10}$, $\frac{2}{10} = 3$. $\frac{10}{10} = \frac{3 \times 10}{2} = 15$.

329. $\frac{5}{4} + \frac{7}{8} = \frac{13}{8}$. Donc $\frac{13}{8} + 12. = \frac{16}{8}$, $\frac{3}{8} = 12$. $\frac{8}{8} = \frac{12 \times 8}{3} = 4 \times 8 = 32$.

330. $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$. — Donc $\frac{2}{15} = 8$; $\frac{15}{15}$ ou le nombre $= \frac{8 \times 15}{2} = 4 \times 15 = 60$.

331. $\frac{5}{7} + \frac{1}{3} = \frac{22}{21}$. Les $\frac{22}{21}$ de $168 = \frac{168 \times 22}{21} = 176$; les $\frac{2}{3}$ de $168 = \frac{168 \times 2}{3} = 56 \times 2 = 112$.

$176 - 112 = 64 =$ le nombre à retrancher.

332. $\frac{5}{4} + \frac{7}{8} = \frac{13}{8}$; les $\frac{13}{8}$ de $32 = \frac{32 \times 13}{8} = 4 \times 13 = 52$; donc il faut ajouter $64 - 52 = 12$.

333. (674.)
334. (675.)
335. (257.)
336. (242.)
337. (178.) Dans la solution 28.800 au lieu de 2.880; 14.400 au lieu de 15.400; 1.800 rations au lieu de 1.925; 1.080 au lieu de 1.180.
338. (244.)
339. (251.)
340. (663.)
341. (664.)
342. (669.)
343. (670.)
344. (704.)
345. (243.)
346. (678.)
347. (679.)
348. (255.) Dans la solution, 432 toises $\frac{3}{5}$ au lieu de 432 toises $\frac{2}{5}$.
349. (207.)
350. (209.)
351. (259.)
352. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$. Donc $\frac{1}{12} = 15$ fr. $\frac{12}{12}$, ou la somme demandée $= 15 \times 12 = 180$ fr.

353. (211.) Dans la solution, $2.790 + 1.116$ au lieu de 2.790×1.116.

354. (210.)

355. $1000 - 800 = 200$ fr. = ce qu'il faudrait ajouter au tiers des dettes pour les acquitter. Donc 800 fr. $= \frac{2}{5}$ des dettes. et dans ce cas le créancier a 400 fr. et il en doit 1.200.

356. $\frac{1}{7} + 50.000$ fr. $= \frac{4}{5}$; $\frac{4}{5} - \frac{1}{7} = \frac{25}{21}$. Donc 50.000 fr. $= \frac{25}{21}$ des dettes; dans ce cas $\frac{21}{21}$ ou la somme due $= \frac{50.000 \times 21}{25}$ $= 2.000 \times 21 = 42.000$ fr., et le créancier avait $\frac{42.000}{7} =$ 6.000 fr.

357. (260.) $74 \times 16{,}2 = 1.198.8 =$ les $\frac{999}{1000}$ de ce qui reste et le reste exact $= \frac{1.198{,}8 \times 1.000}{999} = 1.200$ fr.

358. Le capitaine prenant $\frac{1}{4}$, il reste $\frac{3}{4}$. Le lieutenant prenant $\frac{1}{3}$ du reste ou $\frac{1}{3}$ des $\frac{3}{4}$ qui font $\frac{4}{16}$, il ne reste plus que $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Deux sous-lieutenans prenant ensemble $\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{5}$ du reste, il ne reste plus que $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ du tout. Les soldats qui ont $\frac{1}{25}$ de la part d'un sous-lieutenant ont chacun $\frac{1}{25}$ de $\frac{1}{10} = \frac{1}{250}$, et les 74 ont $\frac{74}{250}$. Donc sur $\frac{3}{10}$ ou $\frac{75}{250}$, il reste $\frac{1}{250}$; or, il reste 1.200 fr., la somme partagée étant donc $=$ à $1.200 \times 250 = 300.000$ fr.

359. $6 \times 2.280\,\frac{1}{3} \times 108 = 1.477.656 =$ l'évaluation en pieds de 108 lieues.

$$\frac{1.477.656}{17\,\frac{1}{4}} = \frac{1.477.656 \times 4}{69} = \frac{1.970.208}{23}$$

$= 85.661\,\frac{5}{23} =$ le nombre de tours demandé.

360. Suivant l'évaluation du problème précédent, 108 lieues $= 1.477.656$ pieds. Donc, à chaque tour, la roue a parcouru un espace en pieds $=$ à $\frac{1.477.656}{85.661\,\frac{5}{23}} = \frac{83.986.088}{2.970.208} = 17\,\frac{1}{4} =$ le diamètre demandé.

361. (711.)

362. $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$. Donc $\frac{1}{1} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ ou $\frac{3}{8} = 6$. $\frac{8}{8}$ ou la quantité demandée $= \frac{6 \times 8}{3} = 2 \times 8 = 16$.

363. Le premier voyageur fait par heure $\frac{7}{2} = 3$ lieues $\frac{1}{2}$. Le deuxième en fait $\frac{8}{3} = 2\,\frac{2}{3}$. A eux deux ils font par heure 6 lieues $\frac{1}{6}$. Mais le deuxième voyageur partant deux heures plus tard; à partir du moment que les deux voyageurs marcheront ensemble, ils n'auront que $59 - 3\,\frac{1}{2} = 55$ lieues $\frac{1}{2}$ à faire. Donc à eux deux ils feront la route en un nombre d'heures $=$ à $\frac{55\,\frac{1}{2}}{6\,\frac{1}{6}} = \frac{333}{37} = 9$. Donc le premier qui est parti une heure plus tôt, aura marché pendant 10 heures et il aura

fait pendant ce temps .... $3\frac{1}{2} \times 10 = 35$ lieues.
Le deuxième aura fait .... $2\frac{2}{3} \times 9 = 24$ lieues.

En tout......... 59 lieues.

364. (308.)
365. (309.)
366. (310.)
367. (311.)
368. (312.)
369. (313.)
370. (314.)
371. (315.)
372. (316.)
373. (335.)
374. (149.)
375. (70.)
376. (339.)
377. (340.)
378. (317.)
379. (318.)
380. (319.) Dans la solution 35.353,50 au lieu de 35.253,50 et de 55.353,50.
381. (320.)
382. (71.)
383. (72.)
384. (73.)
385. (138.) Dans la solution, 2.455 au lieu de 2.450.
386. (365.)
387. (137.)
388. (361.)
389. (324.)
390. (325.)
391. (326.)
392. (327.)
393. (328.)
394. (330.)
395. (331.)

396. (332.)

397. Pour 100 fr. et pour 12×30 ou 360 jour, on paie $7\frac{5}{4}$. Pour 1 fr. et pour 1 jour, on paierait $\frac{7\frac{5}{4}}{100 \times 360}$. Pour 680 f. et pour $14 \times 30 + 8$ ou 428 jours, on paiera $\frac{7\frac{5}{4} \times 680 \times 428}{100 \times 360}$ $= \frac{56.389}{900} = 62$ fr. 65 c. $\frac{4}{9}$. Il devra $62{,}65\frac{4}{9} + 680 = 742{,}65\frac{4}{9}$.

398. 1 # en un mois produirait $\frac{4\frac{1}{2}}{100 \times 12}$. En 7 mois elle produirait $\frac{4\frac{1}{2} \times 7}{100 \times 12} = \frac{21^{\#}}{800}$. Donc $\frac{21}{800}$ sont le produit d'une livre, 206# 1ˢ 3ᵈ sont le produit de 206# 1ˢ 3ᵈ $\times \frac{800}{21} =$ $\frac{54.950}{7} = 7.850^{\#}$.

399. $960 - 850 = 110$ fr. = le produit de 850 fr. en $360 + 18 = 378$ jours, le produit de 1 fr. en 1 jour $= \frac{110}{850 \times 378}$ celui de 100 fr. en 360 jours $= \frac{110 \times 100 \times 360}{850 \times 378} = \frac{80.300}{6.51}$ = 12 fr. 33 c. Donc l'intérêt serait à 12 fr. 33 c. pour $\frac{0}{0}$.

400. (333.)

401. (334.)

402. (352.)

403. (337.)

404. (353.)

405. $\frac{6.000}{\text{4 ans 7 mois 18 jours}} = \frac{6.000 \times 2 \times 5 \times 3}{139} =$ $\frac{180.000}{139}$ = le produit d'un an d'intérêt sur le capital, et dans ce cas ce capital est égal à $\frac{100 \times 180.000}{4\frac{1}{2} \quad 139} = \frac{4.000.000}{139} =$ 28.776 fr. 97 c. $\frac{117}{139}$, l'intérêt annuel est égal à $\frac{180.000}{139} =$ 1.294 fr. 96 c. $\frac{56}{139}$.

406. $\frac{430}{3 \text{ ans } 7 \text{ mois}} = \frac{430 \times 12}{43} = 10 \times 12 = 120 =$ l'intérêt d'un an. Donc 120 fr. se rapportent à 1.200 fr.

1 fr. se rapporte à $\frac{1200}{120}$

5 fr. se rapportent à $\frac{1200 \times 5}{120} = 10 \times 5 = 50$.

407. $4\frac{1}{2}$ viennent de 100 fr.

1 vient de $\frac{100}{4\frac{1}{2}}$.

2.358 viendront de $\frac{100 \times 2.358}{4\frac{1}{2}} = \frac{471.600}{9} = 52.400$ fr.

408. (354.)

409. (347.)

410. Pour 70 fr. on a 3 fr.

Pour 1 fr. on aurait $\frac{3}{70}$

Pour 100 on aura $\frac{3 \times 100}{70} = \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$.

411. Pour 102 fr. 60 c. on a 5 fr.

Pour 66 fr. on aura $\frac{5 \times 66}{102,60} = \frac{5 \times 22}{34,20} = \frac{350}{114} = 3,07$.

Il serait donc plus avantageux d'acheter du 5 pour $\frac{0}{0}$, puisque chaque 66 fr. du capital placé produirait 07 c. de plus que si on eût acheté du 3.

412. $\frac{63 \times 5}{3} = 21 \times 5 = 105$ fr $=$ le cours demandé.

413. $\frac{95 \times 3}{5} = 19 \times 3 = 57$ fr. $=$ le prix auquel on devra prendre le 3 pour $\frac{0}{0}$.

414. $\frac{75 \times 60}{3} = 25 \times 60 = 1.500$ fr. $=$ le prix d'une action de la caisse.

415. Il faudra payer le 5 p. $\frac{0}{0}$, un prix $= à \frac{1.100 \times 5}{60} = \frac{550}{6}$ $= 91$ fr. 16 c. $\frac{2}{3}$.

416. 98 fr. donnent 5 fr. de rente.

1.150 fr. donneraient $\frac{1.1500 \times 5}{98} = \frac{5.750}{98} = 58$ francs 67 c. $\frac{17}{49}$.

Pour le même capital, une action de la caisse produit 60 f. Il serait donc plus avantageux de prendre des actions.

417. (343.) Dans la solution, 350 au lieu de 540.

418. (341.)

419. (346.)

420. (358.)

421. (366.) Dans la solution, le dernier nombre est 3.115,39.

422. (344.)

423. (362.)

424. (363.) Dans la solution, 500 au lieu de 5.000.

425. (364.)

426. (345.)

427. (360.)

428. (336.)

429. 110 fr. sont le produit de 100 fr.

1 fr. est le produit de $\frac{100}{110}$.

3.575 fr. seront le produit de $\frac{100 \times 35.750}{110} = 100 \times 325 = 32.500$; donc les 1.000 mètres reviennent à 32.500 — 5 fr. $=$ 32.495 et 1 mètre revient à 32 fr. 49 c. $\frac{1}{2}$.

430. $30.000 \times 6 = 1.800$ fr. $=$ les intérêts de 30.000 fr. à 6 pour $\frac{0}{0}$; $1.800 - 800 = 1.000$ fr. $=$ les intérêts de 20.000 f. qui, conséquemment, sont placés à $\frac{1.000.000}{20.000} = \frac{10}{2} = 5$.

431. (693.)

432. (695.)

433. (391.)

434. (355.)

435. (351.) Dans la solution, $\frac{3}{40}$, au lieu de $3 = 40$.

436. (356.)

437. 100 fr. produiraient 300 fr. Donc, en 30 ans les intérêts seraient de 200 fr., en un an ils seront de $\frac{200}{30} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$. Donc il faudra placer à $6\frac{2}{3}$.

438. Pendant le temps, quel qu'il soit, 100 fr. produiront $\frac{100 \times 4}{5} = 80$ fr.

Il faudra donc un nombre d'années $=$ à $\frac{80}{4\frac{1}{2}} = \frac{160}{9} =$ 17 ans, 9 mois, 10 jours.

439. Suivant l'énoncé, les intérêts $= \frac{3.000}{6} = 500$ fr. et le capital $= 3.000 - 500 = 2.500$ fr. qui ont produit chaque année $\frac{500}{5} = 100$; d'où il résulte que les 2.500 fr. sont placés à $\frac{100 \times 100}{2.500} = \frac{100}{25} = 4$ pour 100 l'an.

440. (357.)

441. (329.)

442. (330.)

443. (710.)

444. (367.) Dans la solution, 164.07 au lieu de 184.07.

445. (368.)

446. 100 fr. donnent 4 fr. d'escompte.

1 fr. donne $\frac{4}{100}$; 5.500 fr. donneront $\frac{4 \times 5.500}{100} = \frac{4 \times 55}{10} = 2.200$ fr.

447. 96 fr. viennent de 100 fr.

528 fr. viennent de $\frac{100 \times 528}{96} = 25 \times 22 = 550$ fr.

448. Sur 550 fr. l'escompte est de 225.

Sur 100 fr. il est de $\frac{225 \times 100}{550} = \frac{450}{11} = 40$ f. 90 c. $\frac{10}{11}$.

449. 101 $\frac{3}{4}$ correspondent à 100 fr.

1.200 fr. correspondent à $\frac{100 \times 1.200}{101 \frac{3}{4}} = \frac{4.800.000}{407} =$ 11.793 fr. 61 c. $\frac{75}{407}$.

450. (369.)
451. (370.)
452. (371.)
453. (372.)
454. (373.) Dans la solution, 279 : 31, au lieu de 219 : 31.
455. (374.)
456. (375.)
457. (376.)
458. (377.)
459. (378.)

460. Sur 100 kil. on déduit 8 kil.

Sur 1.488 kil. on déduira $\frac{8 \times 1.488}{100} = 8 \times 14,88 =$ 119 kil. 04.

461. 92 kil. donnent 8 kil. de tare.

1.368 kil. 96 donneront $\frac{8 \times 1.368,96}{92} = \frac{2.737f92}{23} =$ 119 kil. 04.

462. 8 kil. viennent de 100.

119 kil. 04 viennent de $\frac{11.904}{8} = 1.488$ kil.

463. 92 kil. viennent de 100.

1.368 kil. 96 viennent de $\frac{136.896}{92} = \frac{34.234}{23} = 1.488$ k.

464. 8 kil. donnent 92 kil. net.

119 kil. 04 donnent $\frac{92 \times 119,04}{8} = 23 \times 59,52 =$ 1.368 kil. 96.

465. 100 kil. se réduisent à 92.

1.488 kil. se réduisent à $92 \times 14,88 = 1.368$ kil. 96.

466. 1.488 kil. viennent de 119 kil. 04.

100 kil. viendront de $\frac{11.904}{1.488} = \frac{744}{93} = \frac{248}{31} = 8.$

467. $832 - (8 \times 4) = 800$; $800 \times 1,80 = 1.440$ fr., ou la somme à payer.

468. $\frac{856}{8} = 107$; $856 - 107 = 749$.

$7,49 \times 58,50 = 417$ fr. 10 c. $\frac{1}{2}$ = la somme à payer.

469. 100 kil. se réduisant à 94.

175 se réduiront à $\frac{94 \times 175}{100} = 94 \times 1,75 = 164$ fr. 50 c.; $164,50 \times 3,20 = 526$ fr. 40 = le prix coûtant.

470. Premier cas. 100 fr. coûtent 6 fr.

25.500 coûteront $\frac{6 \times 25.500}{100} = 6 \times 255 = 1,530$ fr.

Deuxième cas. 1.000 fr. coûtent $1\frac{1}{4}$.

25.500 coûteront $\frac{1\frac{1}{4} \times 25.500}{1.000} = 1\frac{1}{4} \times 25,5 = 31$ fr. 87 c. $\frac{1}{2}$.

471. Premier cas. 94 fr. donnent 6 fr. de prime.

23.970 fr. donneront $\frac{6 \times 23.970}{94} = \frac{71.910}{47} = 1.530$ f. 87 c. $\frac{1}{2}$.

Deuxième cas. $\frac{1,25 \times 25.468,125}{998,75} = \frac{25.468,125}{799} = 31,875.$

472. Premier cas. 6 viennent de 100.

1.530 viennent de $\frac{1.530 \times 100}{6} = 25.500.$

Deuxième cas. $\frac{31.875 \times 100}{1,25} = 25.500.$

473. Premier cas. 94 fr. viennent de 1.000.

23.970 fr. viennent de $\frac{23.970 \times 100}{94} = \frac{1.198\,500}{47} = 25.500.$

Deuxième cas. $\frac{25.468,125 \times 100}{998,75} = \frac{203.737}{799} =$ 25.500.

474. Premier cas. 100 fr. se réduisent à 94 fr.

25.500 se réduisent à $\frac{94 \times 25.500}{100} = 94 \times 245$ $= 23.970$.

Deuxième cas. $\frac{998,75 \times 25.500}{1.000} = 99.875 \times 25,5$ $= 25.468$ fr. 125.

475. Premier cas. Pour 25.500 on a payé 1.530 fr.

Pour 100 fr. on a payé $\frac{1.530 \times 100}{25.500} = \frac{1.530}{255} = 6.$

Deuxième cas. $\frac{31,875 \times 100}{25.500} = \frac{31.875}{255.000} = 0,125$ pour $\frac{0}{0} = 1,25$ pour 1.000.

476. Sur 100 fr. on a 1,50.

Sur 3.450 fr. on aura $\frac{1,50 \times 3.450}{100} = 1,50 \times 34,50$ $= 51$ fr. 75.

477. 92,50 donnent 7,50 de commission.

1.950 donneraient $\frac{7,50 \times 1.950}{92,50} = 75 \times 2 =$ 150 fr.

478. $5 \frac{2}{5}$ viennent de 100 fr.

1.000 fr. viennent de $\frac{100 \times 1.000}{5 \frac{2}{5}} = \frac{3.000.000}{17}$ $= 17.647$ fr. $\frac{1}{17}$.

479. $99 \frac{1}{8}$ viennent de 100 fr.

237.900 viennent de $\frac{237.900 \times 100}{99 \frac{1}{8}} = 30.000 \times 8$ $= 240.000$ fr.

480. 7 fr. donnent 93 fr. net.

651 fr. donnent $\frac{93 \times 651}{7} = 93 \times 93 = 8.649$ fr.

481. 100 fr. se réduisent à 87,50.

500.000 fr. se réduisent à $\frac{87,50 \times 500.000}{100} = 875$ $\times 500 = 437.500$.

482. Pour 400.000 fr. on a payé 15.750.

Pour 100 fr. on a payé $\frac{15.750 \times 10}{400.000} = \frac{1.575}{400} =$ $39\frac{5}{8}$ pour $\frac{0}{0}$.

483. (359.)

484. (379.)

485. (380.)

486. (381.)

487. En réduisant les diverses époques à un mois, on aura :

25.000	×	12	=	300.000.
48.000	×	15	=	720.000.
64.000	×	9	=	576.000.
35.000	×	8	=	280.000.
42.000	×	7	=	294.000.
Total.				2.170.000.

Donc 2.170.000 fr. ont produit 164.000 fr.

1 fr. a produit $\frac{164.000}{2.170.000} = \frac{164}{2.170} = \frac{82}{1.085}$, et successivement 300.000 fr., 720.000 fr., 576.000 fr., 280.000 fr. et 294.000 fr. ont produit $\frac{82}{1.085} \times 300.000$; $\frac{82}{1.085} \times 720.000$, etc.

Ce qui donne pour les bénéfices respectifs 22.672 fr. $\frac{176}{217}$; 54.414 fr. $\frac{162}{217}$; 43.531 fr. $\frac{173}{217}$; 21.161 fr. $\frac{45}{217}$; 22.219 fr. $\frac{97}{217}$.

488. Puisque les mises sont égales, la quotité des bénéfices est proportionnelle au temps que ces mises sont restées dans la société, et en supposant que chaque mise en commun est 1 fr. $7 + 6 + 12 = 25$ fr. ont produit 10.000 fr.; 1 fr. a produit $\frac{10.000}{25} = 400$ fr. Donc les bénéfices respectifs sont $400 \times 7 =$ 2.800 fr.; $400 \times 6 = 2.400$ fr.; et $400 \times 12 = 4.800$ fr.

489. (384.)

490. (385.)

491. (386.) Dans la solution, 1.800, au lieu de 18.000.

492. (383.)

493. (387.)

494. (388.)

495. (392.) Dans la solution, 993,25, au lieu de 558 fr.

496. 500 fr. ont été gardés 12 mois.

600 fr. devront être gardés $\frac{12 \times 500}{600} = 10$ mois. En effet, les 500 fr. ont rapporté une somme quelconque en 12 mois ; pour que 1 fr. rapportât la même somme, il faudrait 500 fois plus de temps ; pour 600 fr. il faudrait 600 fois moins de temps que pour 1 fr.

497. $400 \times 2 = 800$; $2.100 \times 8 = 16.800$; $16.800 + 800 = 17.600$; $\frac{17.600}{400 + 2.100} = \frac{176}{25} = 7{,}04 = 7$ ans = l'époque demandée, à très-peu près.

498. La première mise 3.000 fr. équivaut pour 10 mois à 30.000 fr. pour 1 mois. Donc les 5.000 fr. que le premier marchand a reçu viennent de 30.000 fr. ou de 3.000×10 ; 1 fr. vient de $\frac{30.000}{5.000} = 6$ fr. Dans ce cas, 3.000 fr. viendraient de $6 \times 3.000 = 18.000$ et 2.000 fr. de $6 \times 2.000 = 12.000$ fr. Mais les mises des deux derniers ne sont exprimées dans l'énoncé que par 7.000 et 8.000 fr. Donc les 7.000 fr. sont restés dans la société $\frac{18.000}{7.000} = \frac{18}{7} = 2$ mois $\frac{4}{7}$. Les 8.000 fr. sont restés $\frac{12.000}{8.000} = \frac{12}{8} = 1$ mois $\frac{1}{2}$.

499. 2.000 fr. pour 12 mois équivalent à 2.000×12 ou 24.000 fr. pour 1 mois. Dans ce cas, 480 fr. sont venus de 24.000 ; 1 fr. est venu de $\frac{24.000}{600} = 40$ fr. ; d'où il résulte que 480 sont venus de $40 \times 480 = 19.200$; que 300 sont venus de $40 \times 300 = 12.000$. Donc, l'argent du deuxième est resté $\frac{19.200}{2.400} = \frac{64}{8} = 8$ mois ; et le troisième avait mis $\frac{12.000}{10} = 1.200$.

500. $800 \times 12 = 9.600$;

Le premier ayant eu trois fois autant que le deuxième, et quatre fois autant que le troisième, il est évident que les mises multipliées par le temps, sont dans les mêmes proportions. Dans ce cas, la mise du deuxième $= \frac{9.600}{3} = 3.200$. et celle du troisième $= \frac{9.600}{4} = 2.400$ fr.

Or, la mise du deuxième est restée 8 mois dans la société, il avait donc contribué pour $\frac{3.200}{8} = 400$ fr.; et par une raison analogue, le troisième avait contribué pour $\frac{2.400}{4} = 600$. fr.

Maintenant pour diviser le bénéfice, on remarquera que $9.600 + 3.200. + 2.400$ ou 15.200, ont produit 1.900 fr.; et que par conséquent, 1 fr. a produit $\frac{1.900}{152.000} = \frac{19}{152} = \frac{1 \text{ fr.}}{8}$ ainsi le bénéfice est = à la huitième partie de la mise multipliée par le temps. Donc, le premier a retiré $\frac{9.600}{8} = 1.200$ fr.; le deuxième $\frac{3.200}{8} = 400$ fr.; le troisième $\frac{3.400}{8} = 300$ fr.

501. (394.)

502. (408.)

503. (414.)

504. (409.)

505. (417.) Dans la solution, $\frac{9}{68}$ au lieu de $\frac{5}{8}$.

506. (416.)

507. (415.)

508. (413.)

509. (412.)

510. (411.)

511. (410.)

512. 20 fr. étant évalués à 22 fr., 80 fr. devront être évalués à $\frac{22 \times 80}{20} = 22 \times 4 = 88$ fr.

Pour 500 mètres de drap, il faudra donner un nombre de feuillettes $= \grave{a} \frac{500 \times 22}{88} = \frac{500}{4} = 125$.

513. Chaque jour les 4 moulins moudront 24 sacs, et pour moudre le tout, il faudra un nombre de jours $= \grave{a} \frac{648}{24} = 27$;

Alors, le premier qui moud 3 sacs chaque jour devra en recevoir........................... $3 \times 27 = 81$

Le deuxième.................... $5 \times 27 = 135$

Le troisième.................... $7 \times 27 = 189$

Le quatrième.................... $9 \times 27 = 243$

Total..... $24 \times 27 = 648$

Cette démonstration se reproduira souvent dans les problèmes relatifs aux sociétés.

514. (440.)

515. (435.)

516. (423.)

517. (434.) Dans la solution, 245 au lieu de 240.

518. (424.)

519. (438.)

520. (425.)

521. (427.) Dans la solution, = 270 au lieu de = 170.

522. (428.)

523. $\frac{400 \times 77 - 22.800}{400 - 150} = \frac{8.000}{250} = \frac{800}{25} = 32$ = le nombre de lieutenans qu'il faut substituer aux capitaines. Donc, il y a $77 - 32 = 45$ capitaines et 32 lieutenans.

524. En mettant autant d'une qualité que de l'autre, 200 litres reviendront à 125 fr., tandis qu'à 60 c. ils devraient ne revenir qu'à 60 c. $\times$ 200 = 120 fr. Il y aurait donc une différence de 5 fr. qui disparaîtra en substituant $\frac{5 \text{ fr.}}{25} = \frac{500}{25} = 20$ litres de vin à 50 c. à pareil nombre de celui à 75. Dans ce cas, on aura 80 litres à 75 c. et 120 à 50 c.

525. (432.)

526. Suivant les démonstrations précédentes, cette solution se réduira à $\frac{1 \times 95 - 90}{95 - 85} = \frac{50}{10} = \frac{1}{2}$. Donc il faudra mettre une portion égale de chaque lingot; ce qui réduit la question à déterminer la proportion dans laquelle il faut mêler de l'or à 95 et à 85 kar. pour en faire à 90.

527. $\frac{(1 \times 22) - 21}{22 - 18} = \frac{1}{4}$. Donc, suivant ce qui a déjà été démontré, il faudra $\frac{1}{4}$ de l'or à 18 kar. et $\frac{3}{4}$ de celui à 22.

528. (299.)

529. (437.)

530. (426.)

531. (448.)

532. (447.)

533. (449.)

534. (444.)

535. (443.)

536. (446.)

537. (454.) Dans la solution, 400 + 360 + 280 + 210, etc., au lieu de 400 + 360 + 210, etc.

538. (439.)

539. (441.)

540. (450.) Dans la solution, 223, 20, au lieu de 232, 20.

541. (491.)

542. (433.) Dans la solution, 180 — 45, au lieu de 130 — 45.

543. (429.)

544. (436.)

545. (430.)

546. 10 pintes du 1er mélange contiennent 1 pinte d'eau.
25 du 2e contiendront 1 pinte.

Donc, pour 1 pinte d'eau, il faudra ajouter 15 pintes de vin au premier mélange; pour 10, il faudra en ajouter $15 \times 10 = 150$.

547. En représentant le poids total par $\frac{1}{1}$, on aura :
$\frac{1}{2} + 6$ liv. $+ \frac{1}{3} - 5$ liv. $+ \frac{1}{4} - 3$ liv. $= \frac{1}{1}$;
ce qui se réduit à $\frac{13}{12} - 2$ liv. $= \frac{12}{12}$.

Donc $\frac{1}{12} = 2$ liv., et le total de la poudre $= 24$ liv.

Dans ce cas, $\frac{24}{2} + 6 = 18 =$ la quantité de salpêtre employée.

$\frac{24}{3} - 5 = 3$ liv. $=$ la quantité de souffre.

$\frac{24}{4} - 3 = 3$ liv. $=$ la quantité de charbon.

548. Cette question se réduit à déterminer dans quelle proportion il faut mêler de l'esprit à 30 et à 19 degrés pour en faire 31, 32, 50 et 54 veltes à 20 degrés.

Dans ce cas, pour la première opération, on aura

$$\frac{20 \times 31 - 19 \times 31}{31 - 19} = \frac{620 - 589}{11} = \frac{31}{11};$$

mais $\frac{31}{11}$ sont $\frac{1}{11}$ de 31. Donc, quelles que soient les quantités à mélanger, $\frac{1}{11}$ de ce mélange représentera la quantité de veltes à 30 degrés, et $\frac{10}{11}$ celle à 19 degrés; ainsi, les mélanges respectifs de chaque tonneau seront, après l'opération :

1re pipe $\frac{31}{11} = 2$ velt. $\frac{9}{11}$ à 30 deg. $28 \frac{2}{11}$ à 19.

2^e $\frac{32}{11} = 2$ velt. $\frac{10}{11}$ à 30. $29 \frac{1}{11}$ à 19.

3e 4 velt. $\frac{6}{11}$ à 30. $45 \frac{5}{11}$ à 19.

4e 4 velt. $\frac{10}{11}$ à 30. $49 \frac{1}{11}$ à 19.

549. Sur 33 parties du mélange, il ne devra y en avoir que 21 d'esprit. Or, l'eau est considérée comme zéro; donc il faut ajouter à 21 parties d'esprit $33 - 21 = 12$ parties d'eau. Or, 12 sont les $\frac{12}{33}$ ou les $\frac{4}{11}$ de 33; donc, quelle que soit la quantité à mélanger, en la multipliant par $\frac{4}{11}$, on aura la quantité d'esprit qui doit être remplacée par de l'eau

Si on eût voulu faire des eaux-de-vie à 22 degrés avec des esprits à 30, la proportion aurait été $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$ du total du mélange, etc.

Suivant le premier cas, pour faire 100 veltes à 21 degrés, on aura $\frac{198 \times 4}{11} = 18 \times 4 = 72 =$ le nombre de veltes d'eau à substituer à 72 veltes d'esprit.

Suivant le second, on aurait $\frac{198 \times 4}{15} = \frac{66 \times 4}{5} \frac{264}{5} = 52 \frac{4}{5} = 52$ veltes $\frac{4}{5}$ d'eau à substituer, etc., etc.

La réciproque donnerait le nombre de veltes d'esprit à substituer, etc.

550.	1re *source.*	2e *source.*	
1°.	3 jours, et	5 jours fournissent	90 muids.
	$\frac{2}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{64}{26}$
2°.	2 jours, et	4 jours fournissent	64 muids.
	$\frac{2}{0}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{52}{12}$

Donc la seconde source fournit chaque jour $\frac{12}{2} = 6$ muids; en 5 jours elle en fournit 30. La première, en 3 jours, en fournit $90 - 30 = 60$, et en un jour elle en fournit $\frac{60}{3} = 20$ muids.

551. Suivant l'énoncé, $\frac{1}{2} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - 5 = \frac{1}{1}$. En réduisant, on a $\frac{10}{12} + 20 = \frac{12}{12}$; $\frac{2}{12} = 20$, $\frac{12}{12} = \frac{20 \times 12}{2} = 10 \times 12 = 120$. Il y avait donc 120 litres des deux qualités dans le tonneau; d'où l'on déduit que $\frac{120}{2} - 25 = 85 =$ la quantité de litres de la première qualité, et $120 - 85 = 35 = \frac{120}{3} - 5 =$ la quantité de la deuxième.

552. (452.) Dans la solution, 161, 50, au lieu de 161, 25.

553. (451.)

554. (298.)

555. (445.)

556. 1°. Le premier capital à 1 p. $\frac{0}{0}$ et les intérêts de 10.000 fr. au deuxième taux = 800 fr.

2°. Le premier capital à 2 p. $\frac{0}{0}$ et les intérêts de 15.000 fr. au troisième taux = 1.500 fr.; mais 1 p. $\frac{0}{0}$ est $\frac{1}{100}$ du capital, et 2 sont $\frac{1}{50}$. Donc,

$\frac{1}{100}$ premier capital + 100 fois le deuxième taux = 800 fr.
$\frac{1}{50}$ + 150 fois le troisième taux = 1500.

Et par suite :

$\frac{1}{50}$ premier capital + 200 fois le deuxième taux = 1600.
$\frac{1}{50}$ id. + 150 fois le troisième taux = 1500.

Si le deuxième taux était égal au troisième, il serait d'un franc plus fort, et 200 fois ce taux augmenteraient le produit

de 200 fr.; si le troisième taux, au contraire, était semblable au deuxième, il serait diminué d'un franc, et le produit de 150 fois ce taux serait diminué de 150 fr. Donc, en supposant les deux taux semblables au troisième,

$\frac{1}{50}$ prem. capital + 200 fois le troisième taux = 1.800 fr.
$\frac{1}{50}$ id. + 150 fois id. = 1 500.

0 + 50 fois id. = 300 fr.

$$1 \text{ fois} = \frac{300}{50} = 6.$$

En suppposant les deux taux semblables au deuxième, on aurait eu :

$\frac{1}{50}$ prem. capital + 200 fois le deuxième taux = 1.600 fr.
$\frac{1}{50}$ id. + 150 id. = 1.350.

0 50 fois id. = 250 fr.

$$1 \text{ fois} = \frac{250}{50} = 5.$$

On voit que la connaissance d'un taux détermine les deux autres; ainsi les taux demandés sont 4, 5 et 6. Maintenant, si les deux premiers taux étaient 5 p. $\frac{0}{0}$, 10.000 fr. devraient donner une augmentation de 500 fr.; or, suivant l'énoncé, elle est de 800 fr. Donc 1 p. $\frac{0}{0}$ sur le premier capital donne une différence de 300 fr., et le capital est 30.000 fr., les capitaux sont donc 30.000 fr., 40.000 et 45.000 fr.

557. Suivant l'énoncé, 30.000 fois l'intérêt d'un franc, — 20.000 fois l'intérêt d'un franc, = 800 fr.

3 fois l'intérêt d'un fr. — 2 fois l'intérêt d'un fr. = 0, 80 c.; mais, puisque le taux est indiqué à tant p. $\frac{0}{0}$, nous établirons que 3 fois le premier taux — 2 fois le second = 8 fr.

Par le même raisonnement, on sera conduit à trouver pour la deuxième condition, que 35 fois le deuxième taux — 24 fois le premier = 31 fr. Ces deux analogies étant établies, on déterminera facilement chaque taux, en disant :

+ 3 fois le premier taux — 2 fois le second = 8 fr.
— 3 fois id. + les $\frac{35}{8}$ du second = » $\frac{31}{8}$.

0 + les $\frac{19}{8}$ du second = $\frac{95}{8}$ »

D'où l'on déduit que 19 fois le deuxième taux = 95 fr., et qu'une fois = $\frac{95}{19}$ = 5 fr.

Connaissant le deuxième taux, on dira : Si de 3 fois le pre-

mier taux, on ne retranchait pas 2 fois le deuxième, on aurait 10 fr. de plus; donc 3 fois le premier taux = 8 + 10 = 18 fr., et 1 fois $= \frac{18}{3} = 6$.

558. Premier nombre. Deuxième nombre.

$$\begin{array}{lclcl} 3 \text{ fois} & + & 5 \text{ fois} & & = 84. \\ 3 \text{ fois} & + & 3 \text{ fois} = 20 \times 3 & & = 60. \\ \hline & & 2 \text{ fois} & = & 24. \\ & & 1 \text{ fois} & = & 12. \end{array}$$

Donc le plus grand nombre = 12, et le plus petit = 20 — 12 = 8.

559. Première partie. Deuxième partie.

$$\begin{array}{ccccl} \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & & = 60. \\ \frac{1}{10} & - & \frac{1}{10} & & = 4. \\ \hline \frac{11}{10} & + & \frac{9}{10} & & = 64. \end{array}$$

En faisant disparaître les fractions, on aura :

$$\begin{array}{lcl} 11 + 9 = & & 640. \\ 9 + 9 = & 60 \times 9 = & 540. \\ \hline 2 + 0 = & & 100. \end{array}$$

Donc 1 fois la première partie $= \frac{100}{2} = 50$; et, dans ce cas, la deuxième = 60 — 50 = 10.

560. Première partie. Deuxième partie.

$$\begin{array}{cccl} \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & = 47. \\ \frac{1}{1} & + & \frac{1}{5} & = 11. \\ \frac{5}{5} & + & \frac{5}{5} = 11 \times 5 & = 55. \end{array}$$

En déduisant la première expression de la dernière, on aura $0 + \frac{2}{5} = 8$; et, si les $\frac{2}{5}$ de la seconde partie = 8, cette partie $= \frac{8 \times 3}{2} = 12$, et la première = 49 — 12 = 35

561. Première partie. Deuxième partie.

$$\begin{array}{cccl} \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & = 100. \\ \frac{1}{5} & + & \frac{1}{5} & = 30. \\ \frac{1}{1} & + & \frac{3}{5} = 30 \times 3 & = 90. \end{array}$$

En retranchant la troisième expression de la première, on

aura o $+ \frac{2}{5} = 10$; d'où il résulte que la deuxième partie $= \frac{10 \times 5}{2} = 25$, et que la première $= 100 - 25 = 75$.

562. Premier nomb. Deuxième nomb. Troisième nomb.

Premier nomb.		Deuxième nomb.		Troisième nomb.
1 fois	+	11 fois	=	4 fois.
3 fois	+	o fois	=	2 fois + 11.
4 fois	+	11 fois	=	5 fois + 11.

En retranchant 11 de 4 fois le premier et de 5 fois le second, on trouvera que 4 fois le premier nombre = 5 fois le deuxième. Donc le deuxième nombre est égal aux $\frac{4}{5}$ du premier; mais, en y ajoutant 11, il en devient les $\frac{5}{1}$; donc $11 = \frac{5}{1} - \frac{4}{5} = \frac{11}{5}$ du premier nombre, et le même nombre $= \frac{11 \times 5}{11} = 5$. D'où il résulte que le deuxième $= \frac{4}{5} \times 5 = 4$. Par la réciproque, on aurait pu prendre le premier nombre pour point de comparaison.

563. Première dépense. Deuxième dépense.

	Première dépense.		Deuxième dépense.	
1°.	$\frac{1}{1}$	+	$\frac{2}{3}$	= 116.
2°.	$\frac{3}{4}$	+	$\frac{1}{1}$	= 116.
3°.	$\frac{1}{1}$	+	$\frac{4}{3}$	= $154 \frac{2}{3}$.

4°. En retranchant la troisième expression de la première, il reste $154 \frac{2}{3} - 116 = 38 \frac{2}{3}$ pour les $\frac{2}{3}$ de la dépense du second. D'où il résulte qu'il avait $\frac{38 \frac{2}{3} \times 3}{2} = \frac{116}{2} = 58$ fr. et que le premier avait $\frac{116 - 58 \times 4}{3} = \frac{58 \times 4}{3} = \frac{232}{3} = 77$ fr. $\frac{1}{3}$.

564. Suisses. Souabes. Saxons. Ecus.

Suisses.	Souabes.	Saxons.	Ecus.
$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	= 901.
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{3}$	= 901.
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{1}$	= 901.

Ce qui est évident : car, dans le premier cas, on distribuera autant d'écus qu'il y a de Suisses, et autant de demi-écus qu'il y a de Souabes et de Saxons. Or, on en a distribué 901 ; donc le total des nombres que représentent les Suisses, la moitié des Souabes et des Saxons = 901, etc.

Par suite on a

$$\begin{array}{l} \frac{2}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 1.802 \\ \frac{1}{1} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1} = 2.703 \\ \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{4}{1} = 3.604 \end{array}$$

D'où l'on déduira successivement

$$\begin{array}{lll} 1.^{o}\ \frac{2}{1} + \frac{6}{1} + \frac{2}{1} = 2.703 \times 2 = & 5.406 \\ \quad\ \frac{2}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = & 1.802 \\ \hline \quad\ 0 + \frac{5}{1} + \frac{1}{1} = & 3.604 \\ 2.^{o}\ \frac{2}{1} + \frac{2}{1} + \frac{8}{1} = 3.604 \times 2 = & 7.208 \\ \quad\ \frac{2}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = & 1.802 \\ \hline \quad\ 0 + \frac{1}{1} + \frac{7}{1} = & 5.406 \\ 3.^{o}\ \frac{0}{0} + \frac{5}{1} + \frac{55}{1} = 5.406 \times 5 = & 27.030 \\ \quad\ \frac{0}{0} + \frac{5}{1} + \frac{1}{1} = & 3.604 \\ \hline \quad\ \frac{0}{0} + \frac{0}{0} + \frac{34}{1} = & 23.426 \end{array}$$

$$\frac{1}{1}\ \frac{23.426}{34} = \text{le nombre de Saxons.}$$

$$\frac{3.604 - 689}{5} = \frac{2.915}{5} = 583 = \text{le nombre de Souabes.}$$

$$\text{Et } \frac{1.802 - (689 \times 583)}{2} = 265 = \text{le nombre de Suisses.}$$

On pourrait résoudre cette question d'une infinité de manières analogues à celle-ci, qui toutes conduiraient aux mêmes résultats avec la même facilité.

565. (305.)

566. En suivant la démonstration précédente on aura

1er. *chev.*		2e.		3e.		*louis.*
2	+	1	+	1	=	50
1	+	3	+	1	=	78
1	+	1	+	2	=	58
4	+	5	+	4	=	186

Maintenant si de la deuxième expression $\times$ 4 on retranche le total des 3, on aura pour reste $0 + 7 + 0 = 126$. Donc, le prix du deuxième cheval $= \frac{126}{7} = 18$ louis; et si du même total on retranche la première expression $\times$ 2, on aura pour reste $0 + 3 + 2 = 86$: or, puisque le deuxième cheval coûte 18 louis, en retranchant $18 \times 3 = 54$ louis de 86; on aura $\frac{32}{2}$ ou 16

louis pour le prix du troisième; et par suite $\frac{50-34}{2}=8=$ le prix du premier.

567. En supposant qu'il y ait 10 neveux, en touchant 12.000 fr. chacun, ils toucheraient 120.000 fr., et il ne resterait rien; donc, ce nombre ne peut convenir puisqu'il y a des nièces; mais si l'on considère que 3 neveux ont autant que 4 nièces, on reconnaîtra qu'en substituant 4 nièces à 3 neveux, le montant des parts sera toujours 120.000 fr.; donc, autant de fois on pourra soustraire 3 de 10 neveux pour les remplacer par 4 nièces, autant de solutions on trouverait pour le problème. Donc, sans la dernière condition il serait susceptible des trois solutions suivantes, savoir :

7 neveux et 4 nièces.
4 neveux et 8 nièces.
1 neveu et 12 nièces.

Or, la différence de parts est 3.000 fr., et la substitution des nièces donne une différence de 9.000 fr.; donc, par la substitution, il faut qu'il y ait 3 neveux de plus qu'il n'y a de nièces, donc, la première solution seule résoud la question.

568. Quelle que soit la dépense faite pour chaque espèce de pain, on voit que la somme dépensée pour le blé est divisible par 17, et que celle dépensée pour l'orge, est divisible par 15. Donc, 162 sont le total de deux sommes, dont l'une est divisible par 17, et l'autre par 15. Donc, il faut qu'en retranchant du total la somme divisible par 17, celle qui reste soit divisible par 15. Or, $172-17=145$; $145-17=128$; $128-17=111$; $111-17=94$; $94-17=77$; $77-17=60$; 60 étant le premier reste divisible par 15, il en résulte que la somme payée pour l'orge $=60$ fr.; et que celle payée pour le blé $=162-60=102$ fr. Dans ce cas, le prix de l'orge $=\frac{60}{15}=4$ fr., celui du blé $=\frac{102}{17}=6$ fr.

569. (300.)

570. (453.)

571.

froment.		orge.		argent.
30 sept.	+	40	=	270 fr.
50 sept.	+	30	=	340 fr.

En réduisant on aura

$$
\begin{array}{llll}
1 \text{ sept.} & + \frac{4}{3} & = & 9 \text{ fr.} \\
1 \text{ sept.} & + \frac{3}{5} & = & 6\ 45 \\
\hline
0 & + \frac{11}{15} & = & 2 \text{ f.} \frac{1}{5}
\end{array}
$$

Donc, $\frac{15}{15}$ ou une mesure d'orge $= \frac{2\frac{1}{5} \times 15}{11} = 3$ fr ; 270 $-(40 \times 3) = 150$ fr. = le prix de 30 septiers de froment, 1 septier $= \frac{150}{30} = 5$ fr.

572. En réduisant d'abord les données à leurs plus simples expressions, on a :

	Seigle.		Orge.		Froment.		
1re donnée	3 mes.	+	2	+	1	=	23 fr.
2e	5	+	2	+	4	=	46.
3e	10	+	5	+	4	=	75.

En déduisant la deuxième donnée de la troisième, on a 29 fr. pour la valeur de 5 mesures de seigle et de 3 d'orge.

En multipliant la première donnée par 4 pour en retrancher la troisième, on a 17 fr. pour la valeur de 2 mesures de seigle et de 3 d'orge; et enfin, en retranchant de 5 mes. de seigle et de 3 mes. d'orge, qui valent 29 fr., 2 mes. de seigle et 3 d'orge qui valent 17 fr., il reste 12 fr. pour la valeur de 3 mes. de seigle ou $\frac{12}{3} = 4$ fr. pour une. Or, si une mesure de seigle vaut 4 fr., et que 2 de seigle et 3 d'orge en valent 17, il est évident qu'une mesure d'orge vaut $\frac{17 \text{ fr.} - 4 \times 12}{3} = \frac{9}{3} = 3$ fr.

Ces deux valeurs étant déterminées, on obtiendra la troisième en déduisant de 23 fr., valeur des grains suivant la première donnée, $(3 \text{ fr.} \times 4) + (2 \text{ fr.} \times 3)$ pour le prix du seigle et de l'orge. Alors on aura $23 - 18 = 5 =$ la valeur d'une mesure de blé.

Je me suis servi des trois données portées à l'énoncé pour me rapprocher de la solution du même problème, donnée par un de nos meilleurs professeurs dans son traité d'algèbre; mais, suivant la démonstration (n° 568), deux de ces données suffisaient; car, en multipliant la première par 4 pour en

déduire la deuxième, il reste 46 fr. pour la valeur de 7 mes. de seigle et de 6 mes. d'orge. Dans ce cas, il suffit de diviser 46 en deux parties, telles que l'une soit divisible par 6 et l'autre par 7. Alors on a $46 - 7 = 39$; $39 - 7 = 32$; $32 - 7 = 25$; $25 - 7 = 18$. 18 étant divisible par 6, il en résulte que le prix de l'orge $= \frac{18}{6} = 3$ fr., et le prix du seigle $\frac{46 - 18}{7} = 4$ fr.; et, en prenant les deuxième et troisième données, la deuxième retranchée de la troisième donnerait $5 + 3 + 0 = 29$. D'où on déduirait $29 - 3 = 26$; $26 - 3 = 23$; $23 - 3 = 20$; 20 étant divisible par 5, il en résulte que le prix du seigle $= \frac{20}{5} = 4$ fr., et celui de l'orge $\frac{29 - 20}{3} = \frac{9}{3} = 3$ fr., etc., etc.

573. Suivant les données de l'énoncé :

	Petits.		Moyens.		Grands.		Prix.
1re	2	—	4	—	9	=	28 fr.
2e	7	+	3	—	5	=	3.
3e	9	+	10	—	11	=	4.
	18	+	9	—	7	=	35.

Nouvelles données :

$$\begin{array}{l} 90 + 45 - 35 = 175. \\ 49 + 21 - 35 = 21. \\ \hline 41 + 24 + 0 = 154. \end{array}$$

Après avoir multiplié par 5 le total, on a multiplié la deuxième donnée par 7; et, en retranchant le plus petit résultat du plus grand, on a eu 154 fr. pour le prix de 41 petits vases et de 24 moyens.

Donc (P. 568) il s'agit de partager 154 en deux parties telles que l'une soit divisible par 41 et l'autre par 24. Dans ce cas, on aura $154 - 41 = 113$; $113 - 41 = 72$. 72 étant divisibles par 24, il en résulte que le prix de transport d'un vase moyen $= \frac{72}{24} = 3$ fr., et que celui d'un petit $= \frac{154 - 72}{41} = \frac{82}{41} = 2$ fr.

Connaissant ces deux prix, on aura facilement le troisième au moyen de la deuxième donnée ; et, dans ce cas, $(7 \times 2) + (3 \times 3) - 3 = 23 - 3 = 20 =$ la valeur de 5 grands vases, et $\frac{20}{5} = 4$ fr. = le prix payé pour un de ces mêmes vases.

Dans cette question comme dans la précédente, on voit que le concours des trois données n'était point nécessaire pour arriver aux résultats.

En prenant, par exemple, la première et la deuxième, on aurait pour total $9 - 1 + 4 = 31$. En multipliant ce total par 3, on aurait $27 - 3 + 12 = 93$. En ajoutant la deuxième au produit par 3, on aurait $34 + 0 - 7 = 96$. Alors il faudrait partager 96 en deux parties telles que l'une soit divisible par 7 et l'autre par 34, etc., etc.

On ne peut établir de règles générales ni préciser une méthode régulière, applicable à la solution de ces sortes de questions.

L'habitude seule peut faire découvrir les moyens abrégés.

Il est donc bien nécessaire que les élèves fassent une analyse rigoureuse des problèmes qui leur sont donnés avant de les résoudre, afin de s'assurer si la marche qu'ils se proposent de suivre est la plus directe et la plus simple.

574. 6 pieds valent 1,949.

5 pieds 7 pouces 4 lignes valent $\frac{1{,}949 \times 5 \text{ pi. } 7 \text{ po. } 4 \text{ lig.}}{6}$

$= \frac{1{,}949 \times 101}{6 \times 3 \times 6} = \frac{196{,}849}{108} = 1{,}822.$

575. 81# valent 80 fr.

27# valent $\frac{80 \times 27}{81} = \frac{80 \text{ fr.}}{3}$

Un mètre devra être payé $\frac{80}{3 \times 1{,}949} = \frac{80.000}{5.847} = 13$ f. 68 c. $\frac{1504}{5847}$.

576. 39 toises = 76 mètres.

54 toises 4 pieds 6 pouces = $\frac{76 \times 54 \text{ to. } 4 \text{ pi. } 6 \text{ po.}}{39} =$

$\frac{76 \times 145}{13 \times 2 \times 4} = \frac{19 \times 145}{26} =$ 105 mètres 76 c. $\frac{2}{3}$.

577. $81^{\#} = 80$ fr.

$5.457^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d} = \dfrac{80 \text{ fr.} \times 5.457^{\#}\ 16^{s}\ 8^{d}}{81^{\#}} = \dfrac{80 \times 32.747}{81 \times 3 \times 2}$

$= 5.390$ mètres $\frac{10}{243}$.

578. $1^{\#} = 240^{d}$.

80 fr. ou $81^{\#} = 240^{d} \times 81$; 567 fr. $= \dfrac{240 \times 81 \times 567}{80}$

$= 3 \times 81 \times 567 = 137.781^{d}$.

579. 80 fr. $= 81^{\#}$.

$1.074 \text{ fr. } 50 \text{ c.} = \dfrac{81 \times 1.074{,}50}{80} = \dfrac{81 \times 1.0745}{800}$.

$= \dfrac{34.749}{32} = 1.085^{\#}\ 18^{s}\ 1^{d}\frac{1}{2}$.

580. 16 fr. $\times$ 3,8391 $=$ 61 fr., 4.256 $=$ le prix d'une corde, celui de 6 cordes $\frac{1}{2}$ = 61 fr., 4.256 $\times 6\frac{1}{2}$ = 399 fr., 2664.

581. Une corde ou 3 stères, 8391 valent 60 fr.; 15 stères valent $\dfrac{60 \text{ fr.} \times 15}{3{,}8391} = \dfrac{3.000{,}000}{12.767} = 234$ fr. 98 c., $\frac{1054}{12767}$.

582. o litre, 9313 ou 1 pinte vaut 75 c., 125 pintes valent $\dfrac{0{,}75 \times 125}{0{,}9313} = 100{,}66\,\frac{5542}{9313}$.

583. Une pinte ou o litre, 9.313, valent o, 90 c., 250 litres valent $\dfrac{190 \text{ c.} \times 250}{0{,}9.313} = \dfrac{2,\ 250.000}{9.313} = 241$ fr, $59\,\frac{7253}{9313}$.

584. 9.000 lieues font un nombre de mètres = à 444,4444 $\times$ 9.000 = 4.000.000 ; 4.000.000 de mètres font un nombre d'écheveaux = à $\dfrac{4.000.000}{50} = \dfrac{400.000}{5} = 80.000$ qui pèsent un nombre de kilogrammes = à $\dfrac{0{,}48951 \times 80.000 \times 1\frac{1}{2}}{16}$

$= 3.671$ k., 325.

585. $\dfrac{840}{35} = 24$ fr., = le prix d'une aune $\dfrac{24 \times 69}{82} = \dfrac{12 \times 69}{41}$

$= 20,194$ etc. $=$ le prix courant d'un mètre. Donc, $\frac{20,194}{5}$ $= 4,04$ à très-peu près, et conséquemment le tout a été vendu $840 + 4,04 + 35 = 981$ fr. 40 c.

586. $545\frac{1}{2} \times 16 = 8.728 =$ l'évaluation en sous lubs de 545 marcs $\frac{1}{2}$, et si $25^{s}\,\frac{9}{10} = 3$ fr. $8.728^{s} = \frac{3 \times 8.728}{25\,\frac{9}{10}}$ $= \frac{3 \times 87.280}{259} = \frac{261.840}{259} = 1.010$ fr. 96 c., à moins d'un centime près.

587. 545 marcs $\frac{1}{2} = \frac{185 \text{ fr. } 25 \times 545\frac{1}{2}}{100} = 1.010$ francs, 53875.

Pour avoir l'évaluation en marcs, on aurait eu $\frac{1.010,53875}{100 \times 185.25}$ $= \frac{1.347.385}{247} = 545,50 = 545\frac{1}{2}$.

588. $548^{\#}$ 10^{s} sterling $= 24$ fr. 16 c. $\times 548^{\#}$ 10^{s}, $= 12,08 \times 1.097 = 13.251$ fr. 76 c.

La valeur de 13.251 fr. 76 c., en livres sterling $= \frac{1^{\#} \times 13.251,76}{24,16} = \frac{165.647}{302} = 548\,\frac{151}{302} = 548^{\#}$ 10^{s}.

589. 548 ducats $\frac{1}{4}$, valent $\frac{300 \times 548\frac{1}{4}}{58\frac{1}{2}} = \frac{300 \times 2.193}{234}$ $= \frac{50 \times 731}{13} = \frac{36.550}{13} = 2.811$ fr. $\frac{7}{13}$; la valeur de 2.811 fr. $\frac{7}{13}$ en ducats $= \frac{58\frac{1}{2} \times 2.811\,\frac{7}{13}}{300} = \frac{117 \times 36.550}{300 \times 2 \times 13} = \frac{3 \times 731}{2 \times 2}$ $= \frac{2193}{4} = 548$ ducats $\frac{1}{4}$.

590. 720 pieds de Londres $= \frac{16 \times 720}{15} = 16 \times 48 = 768$ pieds de Paris; la valeur de 768 pieds de Paris, en pieds de Londres $= \frac{15 \times 768}{16} = 15 \times 48 = 720$.

591. (418.)

592. (419.)

593. (420.) Dans la solution, $\frac{15}{55}$, au lieu de $\frac{15}{55}$.

594. (421.) Dans la solution, 66 $\frac{1}{6}$, au lieu de 66 $\frac{1}{5}$.

595. (422.)

596. 1 aune d'Amsterdam, vaut 0,814 varros, 1 aune ou 0,814 varros, valent $\frac{100 \text{ aunes de Paris}}{140{,}11} \times 0{,}814 = \frac{8.140}{14.011}$

1 aune ou $\frac{8.140 \text{ aunes de Paris}}{14.011} = 1{,}18845 \times \frac{8.140}{14.011} = 0{,}690$

à moins d'un millimètre près.

597. 1 fanegas ou $\frac{1 \text{ last}}{51{,}88}$ = 147.120 pouces cubes $\times$ $\frac{1}{51{,}88} = \frac{147.120 \text{ pouces}}{51{,}88}$. 1 fanegas ou $\frac{147.120}{51{,}88} = \frac{1 \text{ pouce}}{1.728} \times \frac{147.120}{51{,}88} = \frac{147.120}{1.728 \times 51{,}88}$. 1 fanegas ou $\frac{147.120}{1.728 \times 51{,}88} = \frac{1 \text{ hect.}}{2{,}9174} = \frac{9.195}{108 \times 51{,}88 \times 29.174} = 0{,}5498$.

598. 1 kil. vaut 1.000 grains; 1 kil. ou 1.000 grains = $\frac{1 \text{ grain}}{18{,}827} \times 1000 = 18.827$ grains; 1 kilog. ou 18.827 grains, $= \frac{10 \text{ as}}{9} \times 18.827 = \frac{188.270}{9}$; 1 kil. ou $\frac{188.270 \text{ as}}{9} = \frac{1 \text{ liv.}}{8512} \times \frac{188.270}{9} = \frac{94.135}{38.304}$ = 2 liv., 45758 à moins d'un cent millième près.

599. 1 fr. $= \frac{54}{3} = 18$ den.

1 fr. ou 18 den. de gros $= \frac{1\text{d.}}{12} \times 18 = \frac{3\text{d.}}{2}$

1 fr. ou $\frac{3\text{d.}}{2}$ valent $\frac{1 \text{ liv.}}{36} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \text{ liv.}}{24}$

1 fr. ou $\frac{1 \text{ liv.}}{24} = \frac{240}{24} = 10$ den. sterling.

1 fr. ou 10 den. sterling $= \frac{1}{40} \times 10 = \frac{1}{4}$.

12.000 fr. $= \frac{1 \text{ d.} \times 12.000}{4} = 3.000$ ducats.

600. 1 florin = 40 deniers.

1 flor. ou 40 den. $= \frac{1}{90} \times 40 = \frac{4 \text{ d.}}{9}$

1 flor. ou $\frac{4 \text{ d.}}{9} = 375 \times \frac{4}{9} = \frac{500 \text{ marcs}}{3}$.

1 flor. ou $\frac{500}{3} = \frac{1}{34} \times \frac{500}{3} = \frac{500 \text{ réaux}}{102}$.

1 flor. ou $\frac{500}{102} = \frac{1}{8} \times \frac{500}{102} = \frac{500 \text{ piastres}}{816}$.

1 flor. ou $\frac{500}{816} = \frac{1}{4} \times \frac{500}{816} = \frac{125 \text{ pistoles}}{816}$.

1 flor. ou $\frac{125}{816} = 15 \times \frac{125}{816} = \frac{15 \times 125}{816}$.

1.088 flor. $= \frac{1.088 \times 15 \times 125}{816} = \frac{68 \times 5 \times 25}{17} = 5 \times 125 \times 4 = 2.500$ fr.

601. 1°. 50 pint. à 75 c. = 37, 50
60 pint. à 37 c. = 22, 20
80 pint. à 28 c. = 22, 40

190 pint. = 82, 10 c.

2°. 82 fr. 10 c., doivent produire à 9 p. $\frac{0}{0}$, $\frac{109 \times 82,10}{100}$ = 89 fr., 489.

3°. $89,489 = \frac{81^{\#} \times 89,489}{80} = 90^{\#}, 608$.

4°. 190 pint. = 0, 9313 × 190 = 176 lit. 957; donc, pour gagner 9 p. $\frac{0}{0}$ sur son marché, le marchand doit vendre chaque litre de vin $\frac{90^{\#}, 608}{176,957} = 0$ lit., 512 = 10^{s} 3^{d} à très-peu près.

602. Première opération : le taux étant 11 p. $\frac{0}{0}$ pour 600 fr.

pendant 5 mois, on retiendrait $\frac{11^{\#} \times 600 \times 5}{100 \times 12} = \frac{11 \times 6 \times 5}{12}$ $= \frac{55}{2} = 27^{\#}\ \frac{1}{2}$; donc, $600^{\#}$ seront réduites à $600 - 27^{\#}\ \frac{1}{2}$, $= 572^{\#}\ \frac{1}{2}$.

Deuxième opération : $572^{\#}\ \frac{1}{2} = \frac{80 \times 572\frac{1}{2}}{81} = \frac{40 \times 1.145}{81}$ $= 565,4321$.

Troisième opération : le marchand voulant gagner 15 p. $\frac{0}{0}$, 565, 4321 devront lui rapporter $\frac{115 \times 565,4.321}{100} = 1,15$ $\times 565,4321 = 650,2469$.

Quatrième opération : 150 aunes valent suivant l'énoncé, $\frac{3,8585 \times 150}{3,0784} = 178$ mètres, 2675.

Cinquième opération, 178 mètres, 2675 devant produire 650 fr., 2469, 1 mèt. doit produire $\frac{650,2469}{178,2675} = 3,6475 = 3$ fr. 64 c. $\frac{3}{4}$.

603. (578.)

604. (579.)

605. (580.)

606. (581.)

607. (582.)

608. (583)

609. (584.)

610. (585.)

611. (586.)

612. (587.)

613. (588.)

614. (589.)

615. (590.)

616. $\frac{54 - 12}{3} = 15 =$ le nombre des paiemens ; $(54 + 12) \times 7\ \frac{1}{2} = 495 =$ la somme demandée.

617. $-\frac{495}{7\frac{1}{2}} = \frac{990}{15} = 66 =$ la somme du premier et du dernier paiement, mais la différence entre ces paiemens $= (15 - 1) \times 3 = 42$; donc, le premier est le plus petit $= \frac{66 - 42}{2} = \frac{24}{2} = 12$, et le plus grand $= 12 + 42 = 54$.

618. $\frac{54 - 12}{3} = 42$ et $\frac{42}{3} + 1 = 15 =$ le nombre de paiemens faits.

619. l'intérêt de 50 fr. = pour 1 an $\frac{50 \times 5}{100} = 2, 50$; pour 6 ans, il est dû 15 fr.; donc, pour la première année il est

	fr.	c.
dû....................................	65	
pour la deuxième........................	62	50
pour la troisième........................	60	
pour la quatrième........................	57	50
pour la cinquième........................	55	
pour la sixième........................	52	50
pour la septième........................	50	
Total........	402 fr.	50

On voit que les paiemens forment une progression décroissante, par différence, dont le premier terme est 65 et le dernier 50. En commençant par la septième année, la progression eût été croissante, et on aurait obtenu les résultats successifs en ajoutant constamment l'intérêt d'un an; or, dans toute progression par différence, le premier terme + le dernier × par la moitié des termes = le total : donc $65 + 50 \times 3\frac{1}{2} = 402, 50 =$ aussi le montant demandé.

620. $\frac{100}{4} = 25$; $\frac{4\frac{1}{2}}{4} = \frac{9}{8}$.

$$0, 25 + \frac{9}{8} \times (28 - 1) = \frac{0, 25 \times 9 \times 27}{8} = \frac{6, 75}{8}$$

$= 7, 59375$; $25 + 7, 59375 = 32, 5375 =$ le premier terme. $25 =$ le dernier, et $(32, 5375 + 25) \times 14 = 806$ fr. $3125 =$ le produit demandé.

621. $\frac{250}{2} = 125$; $\frac{6}{2} = 3$; $1, 25 \times 3 \times 13 = 48, 75$.

$125 + 48,75 = 173,75$; $173,75 + 125 = 298,75$. $298,75 \times 7 = 2.091$ fr. 25 c. = le montant demandé.
Voir 620 et 619.

622. On a vu (P. 619) que la valeur d'une annuité de 50 fr. après 7 ans était de 402, 50 ; donc, payer 402, 50 dans 7 ans, ou payer 7 annuités de 50 fr. revient au même ; mais, en calculant l'intérêt simple à 5 p. $\frac{0}{0}$, 402, 50, payables dans 7 ans, valent immédiatement $\frac{402,50}{1,35} = \frac{40250}{135} = \frac{8050}{27} = 298,15$. Donc quelqu'un qui devrait une annuité de 50 fr. à l'intérêt simple de 5 p. $\frac{0}{0}$ s'en acquittera, soit qu'il paie 50 fr. à la fin de chaque année, soit qu'il paie sur-le-champ 298, 15, soit qu'il paie à la fin de la septième année 402 fr. 50 c.

623. Les intérêts de 298 fr. 15 c. pendant 7 ans = $298,15 \times 0,50 \times 7 = 104,35$, etc.

$298,15 + 104,35 = 402,50$ = la valeur de 298 fr. 15 c. après 7 ans. D'après ce qui a été dit précédemment, $\frac{402,50}{3\frac{1}{2}} = 115$ = le premier et le deuxième terme de la progression ; et, comme l'on sait que l'un des termes est l'annuité, et l'autre cette même annuité augmentée de ses intérêts de $7 - 1 = 6$ ans, il en résulte que 115 représentent une certaine somme plus ses intérêts simples de 6 ans plus, cette même somme, ce qui revient à dire que 115 représentent une somme plus ses intérêts de 6 ans à $\frac{5}{2}$, ou les intérêts à 5 pendant $\frac{6 \text{ ans}}{2}$; or les intérêts de 3 ans à 5 font 15 fr. ; donc 115 se réduisent à 100, et $\frac{100}{2} = 50$ = l'annuité demandée.

624. $16.049 \times 2,1625$ produit d'un franc après 15 ans = 34.706, 25 = ce que vaudrait la somme reçue après 15 ans. $\frac{34.706,25}{7\frac{1}{2}} = 4.627,50$; $7\frac{5}{4} \times \frac{14}{2} = 54,25$. $\frac{4.627,50}{1,5425} = \frac{46.275.000}{15.425} = 3.000$. $\frac{3.000}{2} = 1.500$ = l'annuité à servir.

Voir les questions précédentes.

625. Sur 5 lieues de marche, le premier se rapproche du

second de 4 lieues pour se rapprocher de 100 lieues qui sont la distance qui les sépare. Il faudra qu'il fasse $\frac{100}{4} = 25$ lieues.

La rencontre se fera donc à 25 lieues de Lyon et à 125 lieues de Paris.

626. (592.)

627. (593.)

628. (594.)

629. (595.)

630. (596.)

631. Nous avons vu dans les problèmes précédens que l'accroissement était de 1 heure $\frac{1}{11}$ par heure; donc, entre 5 et 6 heures, les aiguilles se rencontrent à 5 heures $\frac{5}{11}$ = 5 heures 27 minutes $\frac{3}{11}$. Dans tous les cas, quelles que soient les heures données, on résoudra la question en ajoutant à l'heure la plus faible une fraction dont le numérateur sera cette même heure, et le dénominateur constant 11. Ainsi, les deux aiguilles étant sur le même point entre 9 heures et 10 heures, il est 9 heures $\frac{9}{11}$ = 9 heures 49 minutes $\frac{1}{11}$.

632. Chaque quart-d'heure le chat s'approche de 2 pieds; pour s'approcher de 24 pieds et prendre la souris, il lui faudra $\frac{24}{2} = 12$ quarts-d'heure = 3 heures.

633. (597.)

634. (599.)

635. $7 - 2,50 = 4,50$; $\frac{4,50}{0,50} = 9$.

$9 \times 2 = 18$; $18 + 1 = $ le nombre de jours demandé. *Voir* Prob. 637, ci-après.

636. $10 - 5 = 5$; $\frac{5}{1} = 5$; $5 \times 2 = 10$.

$10 + 1 = 11 = $ le nombre de jours demandé. *Voir* le Prob. suivant.

637. (601.)

638. $10 - 5 = 5$; $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

$2\frac{1}{2} \times 2 = 5$; $5 + 1 = 6 = $ le nombre de jours demandé. *Voir* Prob. 637.

639. (591.)

640. Suivant les démonstrations précédentes, le dernier paiement = le premier, plus autant de fois la différence qu'il y a de paiemens avant lui; donc, s'il y avait 12 paiemens, le dernier serait = à $33 + 12 = 45$. Mais le premier paiement étant 12 et le dernier 45, si la supposition est exacte, $12 + 45 + \frac{12}{2}$ doivent produire 495, tandis que, par le fait, ils ne produisent que $57 \times 6 = 342$. Donc il y a dans le résultat une différence de $495 - 342 = 153$. Ainsi il manque un nombre de paiemens tels que leur somme fait 153; or, le douzième = 45 : donc il est certain que le nombre de paiemens manquant ne peut être au-dessus de 3. Car, en divisant 153 par 45, le quotient est 3, et il reste 18; et, pour que le nombre fût au-dessus de 3, il faudrait qu'il restât plus de 45. Par la même raison, il ne peut être au-dessous de 3; car 153 font deux fois $45 + 63$, etc.

Soit pour une autre application la somme des paiemens 2.575, la différence 7, et le premier paiement 19; en supposant 30 pour le nombre de paiemens, on aurait $7 \times 29 + 19 = 203 + 19 = 222$ pour le dernier paiement. $222 + 19 \times 15 = 3.615$ = la somme des paiemens. Dans ce cas, le résultat présente une différence de $3.615 - 2.575 = 1.040$; mais, en divisant 1.040 par 222, le quotient est 4, et il reste 152. On voit donc qu'on a supposé une quantité de paiemens trop forte d'un nombre de fois = à $4 + 1 = 5$. Dans ce cas, le nombre exact est 25 : car $7 \times 24 = 168$; $168 + 19 = 187$ = le dernier paiement. $187 \times \frac{25}{2} = 2.575$. etc.

Il est bon de faire remarquer qu'il faut, par la supposition, arriver d'abord à un résultat qui ne diffère du véritable que de quelques années; ce qui est toujours facile. Les formules indiquées par les auteurs pour résoudre les questions analogues à celle-ci sont plus directes sans doute, mais elles sont beaucoup plus compliquées, et elles se rattachent aux équations du deuxième degré. C'est pourquoi je m'en tiendrai à l'application de la méthode que j'indique, parcequ'en conduisant aux mêmes résultats elle est beaucoup plus facile à comprendre, et qu'elle abrège considérablement les calculs, en admettant même le cas de trois ou quatre suppositions.

Voir le Prob. suivant.

641. Suivant le problème précédent, en supposant 12 pour le nombre des paiemens, puisque le dernier $= 54$, le premier $= 54 - (3 \times 11) = 21$; $(54 + 21) \times \frac{12}{2} = 75 \times 6 = 450$, tandis que, suivant l'énoncé, on devrait avoir 495; donc, le nombre supposé des paiemens est trop faible. En prenant 16, on aura $54 - 3 \times 15 = 9$. $(54 + 9) \times \frac{16}{2} = 63 \times 8 = 504$ au lieu de 495. Donc cette fois la supposition est trop forte; et, comme la différence est peu de chose, on voit que 15 est le nombre cherché. Alors on a $54 - (3 \times 14) = 12$. $(54 + 12) \times \frac{15}{2} = 66 \times 7\frac{1}{2} = 495$. D'où il résulte que le premier nombre est 12 et le nombre des paiemens 15.

642. (263.)

643. (264.)

644. (265.) Dans la question : 4.500 au lieu de 2.500. *idem* dans la solution.

645. (266.) Dans la réponse : 4.500 au lieu de 2.500; dans la solution, $(1.700 + 1.800) + 1.000 = 4.500$.

646. (267.)

647. (268.)

648. (269.)

649. $2.458 - 154 = 2.304$; $\frac{2.304}{2} = 1.152 =$ le plus petit nombre, $1.152 + 154 = 1.306 =$ le plus grand.

650. $33 - 7 = 26$; $\frac{26}{2} = 13$.

$13 + 7 = 20$.

651. (270.)

652. $35 - 4 = 31$; $\frac{31}{2} = 15\frac{1}{2}$.

$15\frac{1}{2} + 4 = 19\frac{1}{2}$.

653. Lorsque le total est 2.400, chaque nombre est $\frac{2.400}{2}$

= 1.200. Mais alors on a ajouté 150 au plus petit; donc les deux nombres demandés sont 1.210 et 1.200 — 150 = 1.200 et 1.050.

654. $\frac{150 - 100}{2} = 25$;

$25 + 100 = 125$; $\frac{125}{25} = 5$.

655. $\frac{2.588 + 178}{2} = 1.383$; $1.383 - 178 = 1.205$.

656. $\frac{94 - 8}{2} = 43$.

657. (279.)

658. Puisque le quotient est 3, le plus petit nombre est contenu 3 fois dans le plus grand; or, la différence est 10, donc 10 représentent 2 fois le plus petit nombre, qui, dans ce cas, $= \frac{10}{2} = 5$, et le plus grand $= 5 \times 3 = 15$.

659. 56 augmentent le nombre réel des noisettes de deux fois ce nombre; donc ce nombre $= \frac{56}{2} = 28$.

660. 4 fois le plus petit nombre + 1 fois ce même nombre = 4.545; donc 1 fois le petit nombre $= \frac{4.545}{5} = 909$, et le plus grand = 4.545 — 909 = 3.536.

661. 10 fr. rendent les sommes égales, 20 fr. rendent l'une moitié plus forte que l'autre; donc $10 \times 2 = 20$ = la plus forte somme, et 20 — 10 = 10 = la plus faible.

662. Suivant l'énoncé, $\frac{2}{5}$ du plus grand nombre font la moitié de 16; $\frac{1}{5} = 4$, $\frac{3}{5} = 12$, et le petit nombre = 16 — 12 = 4.

663. $5 \times 5 = 25$; $25 + 5 = 30$; $\frac{30}{5} = 6$.

$\frac{25}{6}$ = le plus grand nombre.
$\frac{5}{6}$ = le plus petit.

Pour résoudre toutes les questions de ce genre, il suffit de déterminer deux nombres qui, divisés l'un par l'autre, donnent

pour quotient le nombre demandé. Alors ces deux nombres forment les numérateurs de deux fractions dont les dénominateurs doivent être tels, qu'en additionnant ces fractions, le total soit = au nombre donné.

Soit par exemple le nombre 11 à partager au lieu du nombre 5, on aurait $11 \times 11 = 121$; $121 + 11 = 132$; $\frac{132}{11} = 12$.

$\frac{121}{12}$ = le plus grand nombre.
$\frac{11}{12}$ = le plus petit.

En multipliant le nombre donné par lui-même, on évite les tâtonnemens, et l'on obtient immédiatement la fraction qui convient; ce qui n'arriverait point si l'on suivait toute autre marche. De cette manière, le carré du nombre donné forme toujours le numérateur de la plus grande fraction, le nombre donné forme le numérateur de la plus petite, et le même nombre augmenté d'un, forme le dénominateur commun. En substituant pour deuxième exemple 27 à 11, on aura :

$27 \times 27 = 729$; $27 + 1 = 28$.
$\frac{729}{28}$ = le plus grand nombre.
$\frac{27}{28}$ = le plus petit.

664. Pour que le quotient soit 11, il faut que le plus petit soit contenu 11 fois dans le plus grand; donc 108, total des deux nombres, contient 12 fois le plus petit nombre, qui, dans ce cas, $= \frac{108}{12} = 9$, et le plus grand $= 108 - 9 = 99$.

665. Suivant la démonstration précédente, $\frac{5.939 - 11}{13} = \frac{5.928}{13} = 456$ = le plus petit nombre. $(5.928 - 456) + 11 = 5.483$ = le plus grand.

666. $4 \times 4 = 16$; $\frac{16}{4} = 4$; $16 - 4 = 12$; $\frac{12}{4} = 3$.

$\frac{16}{3}$ = le plus grand nombre.
$\frac{4}{3}$ = le plus petit.

En effet :

$$\frac{\frac{16}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{16}{4} = 4.$$

$$\frac{16}{3} - \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4.$$

Si le plus grand nombre était 16 et le plus petit 4, le quotient serait 4; mais alors le reste 12 serait trop fort d'un nombre de fois $= \text{à } \frac{12}{4} = 3$. Donc, en divisant 16 et 4 par 3, on aura les nombres demandés; donc $\frac{16}{3}$ et $\frac{4}{3}$ sont les nombres cherchés

Dans tous les cas semblables, en opérant d'après les mêmes principes, on obtiendra le résultat demandé.

Soit donné le nombre 7, pour reste et pour quotient, on aura :

$$7 \times 7 = 49;\ \frac{49}{7} = 7;\ 49 - 7 = 42;\ \frac{42}{7} = 6.$$

$\frac{49}{6}$ = le plus grand nombre.

$\frac{7}{6}$ = le plus petit.

667. La différence étant égale à $\frac{1}{5}$ du plus grand, $\frac{3}{5}$ du plus grand $= \frac{5}{5}$ du plus petit. Donc $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ ou $\frac{5}{5}$ du plus grand $= 5.760$ $\frac{1}{5} = \frac{5.760}{5} = 1.152$, et $\frac{3}{5} = 1.152 \times 3 = 3.456$; le plus petit nombre $= 5.760 - 3.456 = 2.304$.

668. Si le drap noir était au même prix que le blanc, pour 660 fr. on en aurait 40 mètres de plus; donc le drap blanc coûte $\frac{660}{40 + 40 + 30} = \frac{660}{110} = 6$ fr., et le noir coûte $6 \times 2 = 12$ fr.

669. En représentant le nombre des lots par $\frac{1}{1}$, $100.000 - \frac{1}{1}$ représentent la totalité des billets blancs. Donc $\frac{1}{2} + \frac{100.000 - \frac{1}{1}}{3} = 35.000$.

$\frac{3}{2} + 100.000 - \frac{1}{1} = 105.000$; $\frac{1}{2} + 100.000 = 105.000$; $\frac{1}{2} = 5.000$, et le nombre demandé ou $\frac{1}{1} = 5.000 \times 2 = 10.000$.

670. $80 - 34 = 46$ = la différence, lorsque l'un contient le double de l'autre. Donc l'un contient 46 lit. et l'autre 92, et lorsqu'ils étaient pleins, ils contenaient chacun $46 + 80 = 126 = 92 + 34$.

671. Soit $\frac{5}{5}$ la somme,

$\frac{1}{5} = \frac{5}{5} - 20$.

$\frac{4}{5} = 20$.

$\frac{5}{5} = \frac{20 \times 5}{4} = 25$ = la somme demandée.

672. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$$\frac{\frac{9}{1}\times 6}{6\times 3\times 15} = 30.\ \frac{\frac{9}{1}}{45} = 30.$$

$$\frac{\frac{1}{1}}{5} = 30.\ \frac{1}{1} = 30\times 5 = 150.$$

673. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$(\frac{1}{3}\times 4) + 24 = \frac{2}{1} + 6.$
$\frac{4}{3} + 24 = \frac{2}{1} + 6;\ \frac{4}{1} + 72 = \frac{6}{1} + 18.$
$72 = \frac{2}{1} + 18;\ 54 = \frac{2}{1};\ \frac{1}{1} = 27.$

674. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$(20 - \frac{5}{1}) + 8 = 60 - \frac{7}{1}.$
$20 - \frac{8}{1} = 52 - \frac{7}{1};\ \frac{5}{1} = 32 - \frac{7}{1}.$
$\frac{0}{0} = 32 - \frac{4}{1}$. Donc si en retranchant $\frac{4}{1}$ de 32, il ne reste rien ou o; $\frac{4}{1} = 32$, $\frac{1}{1} = 8$.

675. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$\frac{5}{1} + 50 = \frac{4}{1} + 60.$
$\frac{1}{1} + 50 = 60;\ \frac{1}{1} = 10.$

676. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$\frac{5}{1} - 5 = 23 - \frac{1}{1};\ \frac{4}{1} - 5 = 23.$
$\frac{4}{1} = 28;\ \frac{1}{1} = 7.$

677. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$(\frac{8}{1} + 9)\times 5 = \frac{63}{1} - 1.$
$\frac{40}{1} + 45 = \frac{65}{1} - 1;\ \frac{40}{1} + 46 = \frac{65}{1}.$

$$46 = \frac{25}{1};\ \frac{1}{1} = \frac{46}{23} = 2.$$

678. Soit $\frac{1}{1}$ la somme,

$$5 - \frac{\frac{1}{1} + 4}{11} = \frac{1}{1} - 3;\ 55 - \frac{1}{1} + 4 = \frac{11}{1} - 33.$$

$$55 + 33 - \frac{1}{1} + 4 = \frac{11}{1};\ 55 + 29 - \frac{1}{1} = \frac{11}{1}.$$

$$55 + 29 = \frac{12}{1};\ \frac{1}{1} = \frac{55 + 29}{12} = 7.$$

679. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$$(\frac{1}{1} - 1.470)\times 7 = 1.715;\ \frac{1}{1} - 1.470 = \frac{1.715}{7}$$
$$= 245;\ \frac{1}{1} = 1.470 + 245 = 1,715.$$

680. Suivant la démonstration 664, $\frac{180}{11 + 1} = 15$; $180 - 15 = 165$.

681. (686.)

682. Si les nombres étaient égaux au premier, pour rendre $\frac{1}{6}$ = à $\frac{1}{4}$, il ne faudrait lui ajouter que $\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$. Or, on ajoute au premier $\frac{1}{4}$ du second; donc $\frac{1}{12}$ du premier $= \frac{1}{4}$ ou $\frac{3}{12}$ du second Donc 48 sont la somme de deux nombres, dont l'un est le tiers de l'autre, et, dans ce cas, l'un des nombres $= \frac{48}{4} = 12$, et l'autre $= 48 - 12 = 36$.

683. $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 11.$
$\frac{5}{4} - \frac{5}{5} = 33.$

Donc, en retranchant le plus petit nombre des $\frac{5}{4}$ du plus grand, on a 33 pour reste. Or, nous savons que le plus grand plus le plus petit = 100. Donc,

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 100.$$
$$\frac{5}{4} - \frac{1}{1} = 33.$$
$$\frac{7}{4} \quad . \quad 133.$$
$$\frac{1}{4} = \frac{133}{7} = 19.$$
$$\frac{4}{4} = 19 \times 4 = 76.$$

Donc le plus grand nombre = 76, le plus petit = 100 − 76 = 24.

684. (284.)

685. (304.)

686. Soit A le plus grand, B le plus petit,

$$\frac{(A \times B) \times (B \times 2)}{\frac{A}{2}} = B \times 20.$$

$$\frac{(A \times B) \times (B \times 2)}{A} = B \times 10.$$

$$\frac{A \times B \times B}{A} = B \times 5; \; B \times B = B \times 5.$$

Donc le petit nombre = 5; le grand = 17 − 5 = 12.

687. $\frac{1}{6}$ du 1er nombre + $\frac{1}{4}$ du 2e = 10.

$$\frac{2}{12} + \frac{3}{12} = 10.$$
$$\frac{2}{1} + \frac{3}{1} = 120.$$

Or, en ajoutant à 3 fois le second nombre 3 fois la diffé-

rence ou 3o, le total 15o sera la somme de 5 fois le plus grand nombre, qui, dans ce cas, est égal à $\frac{150}{5} = 30$.

On aurait eu le plus petit nombre en retranchant deux fois la différence 10 du premier nombre. Alors le total $120 - 20$ ou 100 serait la somme de 5 fois le plus petit nombre, qui alors $= \frac{100}{5} = 20$.

688. 1er nombre. 2e nombre.

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{3}.$$
$$\frac{3}{21} = \frac{7}{21}.$$
$$3 = 7.$$

Donc 3 fois le plus grand nombre = 7 fois le plus petit.

Or, si les deux nombres étaient égaux, 3 fois le premier seraient égaux à 3 fois le second; donc 3 fois la différence ou $60 = 7 - 3 = 4$ fois le plus petit nombre, qui dans ce cas $= \frac{60}{4} = 15$; et le plus grand $= 15 + 20 = 35$.

689. $168 - 120 = 48$ = l'augmentation du produit occasionnée par les 4 unités que l'on a jointes au plus petit nombre.

Or 4 ajoutés au plus petit nombre augmentent le produit de 4 fois le plus grand, donc le plus grand nombre $= \frac{48}{4} = 12$ et le plus petit $= \frac{120}{12} = 10$.

690. (686.)

691. (238.)

692. 1er 2e 3^{e}

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + « = 13.$$
$$\frac{1}{1} + « + \frac{1}{1} = 14.$$
$$« + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = 15.$$
$$\frac{2}{1} + \frac{2}{1} + \frac{2}{1} = 42.$$

Donc la dépense totale $= \frac{42}{2} = 21$ fr. Dans ce cas, la 3e personne a dépensé $21 - 13 = 8$ fr.; la 2e a dépensé $21 - 14 = 7$ fr.; la 1re a dépensé $21 - 15 = 6$ fr.

Si le nombre des personnes était 4, 5, 6, 7, etc., et que

l'on connût les dépenses 3 à 3, 4 à 4, 5 à 5, 6 à 6, etc.; dans ce cas, la dépense réelle serait égale à $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ du total des dépenses connues.

Le total de la dépense étant connu, on déduirait les dépenses particulières, comme nous venons de le faire.

693. La mise du premier, plus celle du deuxième et celle du troisième $= 7.320 + 9.760 = 17.080$.

Mais celle du premier plus celle du troisième $= 8.040$.

Donc deux fois la mise du deuxième $= 17.080 - 8.040 = 9.040$, et une fois cette même mise $= \frac{9.040}{2} = 4.520$ fr.

D'où il résulte que celle du premier $= 7.320 - 4.520 = 2.800$, et celle du troisième $9.760 - 4.520 = 5.240$.

Donc — $4.520 + 2.800 + 5.240$ ou 12.560 fr. ont produit un bénéfice = à 6.280.

1 fr. en a produit un = à $\frac{6.280 \text{ fr.}}{12.500} = \frac{1 \text{ fr.}}{2}$

Et le premier a retiré de bénéfice $\frac{2.800}{2} = 1.400$ fr.

Le deuxième.................. $\frac{4.520}{2} = 2.260$

Le troisième.................. $\frac{5.240}{2} = 2.620$

Total................ 6.280 fr.

694. (302.)

695. La 1re et la 2e ont 6 écus de plus que la 3e.
La 1re et la 3e 10.............. 2e.
La 2e et la 3e 14.............. 1re.

30

Donc, si tous les écus étaient doublés, on en aurait 30 de plus; donc le total des écus est 30. Dans ce cas, puisque la 1re et la 2e personne ont 6 écus de plus que la 3e; pour que la 3e eût autant qu'elles, il faudrait que le total fût 36. Alors elle aurait 6 écus de plus et elle en aurait 18. Donc elle n'en a réellement que $18 - 6 = 12$. Par la même raison, si le total était 40, la 2e personne aurait 20 écus, et elle en a réellement $20 - 10 = 10$; la 1re en a $30 - (12 + 10) = 8$.

696. (507.)

697. (508.)

698. Suivant l'énoncé.

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
1^{er} & & 2^{e} & & 3^{e} & & 1^{er} & & 2^{e} & & 3^{e} & & \\
\frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & & \text{«} & = & \text{«} & & \text{«} & & \frac{1}{1} & + & 2\text{ fr.} \\
\frac{1}{1} & + & \text{«} & + & \frac{1}{1} & = & \text{«} & & \frac{1}{1} & + & \text{«} & + & 6 \\
\text{«} & & \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & = & \frac{1}{1} & + & \text{«} & + & \text{«} & + & 10 \\
\hline
\frac{2}{1} & + & \frac{2}{1} & + & \frac{2}{1} & = & \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & + & 18.
\end{array}$$

Donc, la dépense des trois personnes $= 18$ fr. D'où il résulte, d'après l'énoncé, que celle du premier $= \frac{18-10}{2}$ $= 4$ fr.; celle du deuxième $= \frac{18-6}{2} = 6$ fr. et celle du troisième $= 18-(6+4) = 8\text{ fr.} = \frac{18-2}{2}.$

Dans toutes les questions semblables à celle-ci, où il s'agit de trois personnes dont la dépense est connue de 2 en 2, le total de la dépense est toujours égal à la somme du surplus ou des différences. D'où l'on déduit sans difficulté les dépenses particulières.

Voir la question suivante.

699. Suivant l'énoncé.

$$\begin{array}{cccccccccccc}
 & 1^{er} & & 2^{e} & & 3^{e} & & 1^{er} & & 2^{e} & & 3^{e} \\
+ & \frac{5}{1} & - & \frac{5}{1} & & \text{«} & = & \text{«} & & \text{«} & & \frac{1}{1} \\
 & \text{«} & + & \frac{5}{1} & - & \frac{5}{1} & = & \frac{1}{1} & & \text{«} & & \text{«} \\
+ & \frac{2}{1} & + & \text{«} & - & \frac{2}{1} & = & \text{«} & & \frac{1}{1} & & \text{«} \\
\hline
 & \frac{5}{1} & + & \frac{2}{1} & - & \frac{7}{1} & = & \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} & + & \frac{1}{1} = 48.
\end{array}$$

Or, si $\frac{5}{1}$ du premier paquet $-\frac{5}{1}$ du second $= \frac{1}{1}$ du premier, il est évident que $\frac{25}{1} - \frac{25}{1} = \frac{5}{1}$.

Donc en ajoutant à $\frac{2}{1}$ du second $-\frac{7}{1}$ du troisième $\frac{25}{1} - \frac{25}{1}$, on remplacera dans l'expression $\frac{5}{1}$ du premier, et l'on aura $+$ « $+ \frac{27}{1} - \frac{52}{1} = 48$.

$$\begin{array}{lcccccccl}
\text{D'un autre côté} & \frac{5}{1} & + & \frac{5}{1} & + & \frac{5}{1} & = & 240. \\
\text{Donc si de...} & \frac{5}{1} & + & \frac{5}{1} & - & \frac{5}{1} & = & 240. \\
\text{on retranchait..} & \frac{5}{1} & + & \frac{2}{1} & - & \frac{7}{1} & = & 48. \\
\hline
\text{on aurait......} & \text{«} & & \frac{3}{1} & + & \frac{12}{1} & = & 192.
\end{array}$$

Par suite : de $\frac{27}{1} + \frac{108}{1} = 1.728 = 192 \times 9$,
si on retranche $\frac{27}{1} - \frac{52}{1} = \quad 48.$

il reste... « + « + $\frac{140}{1} = 1.680.$

$\frac{1.680}{140} = \frac{168}{14} = 12$ = le troisième nombre ou la somme contenue dans le troisième paquet, d'où on déduit que la différence du premier au second $= \frac{12}{3} = 4$; et dans ce cas, deux fois le premier nombre $+ 12 = 48 + 4 = 52$. Le premier nombre $= \frac{52 - 12}{2} = 20$, et le deuxième $= 20 - 4 = 16$.

700. En représentant la journée de chaque ouvrier par $\frac{1}{1}$, on aura :

1er ouvrier,		2e,		3e.		
$\frac{1}{1}$	+	$\frac{1}{1}$	+	«	=	80^J.
$\frac{1}{1}$	+	«	+	$\frac{1}{1}$	=	72^J.
«	+	$\frac{1}{1}$	+	$\frac{1}{1}$	=	64^J.

(On a réduit le gain à une journée.)

Maintenant en joignant les deux premières journées pour en déduire la troisième, on aura :

	1er ouvrier,		2e,		3e.		
	$\frac{2}{1}$	+	$\frac{1}{1}$	+	$\frac{1}{1}$	=	80 + 72 = 152.
	«	+	$\frac{1}{1}$	+	$\frac{1}{1}$	=	64
reste	$\frac{2}{1}$	+	«	+	«	=	88.

Donc 2 fois le gain du premier ouvrier = 88^J; 1 fois = 44^J. Ce gain étant déterminé, on obtiendra facilement les 2 autres; car le gain du deuxième = 80 — 44 = 36^J, et celui du troisième = 64 — 36 = 28^J.

701. (455.)
702. (456.)
703. (509.)
704. (510.)
705. (301.)
796. (702.)
707. (504.)

708. En supposant $\frac{1}{1}$ pou la quatrième partie qui servira

de point de comparaison; suivant l'énoncé, 3 fois la troisième doivent être égaux à $\frac{1}{2}$. Donc, cette partie comparée à la quatrième, doit être $\frac{1}{6}$. Par la même raison la deuxième doit être $\frac{1}{2} + 4$. Et la première $\frac{1}{2} - 5$. Alors $\frac{1}{1} + \frac{1}{6} + (\frac{1}{2} + 4) + (\frac{1}{2} - 5) = 90$. En réduisant, on a $\frac{13}{6} - 1 = 90$; $\frac{13}{6} = 91$. $\frac{6}{6} = \frac{91 \times 6}{13} = 42 =$ la quatrième partie; d'où il résulte, que la troisième $= \frac{21}{3} = 7$. La deuxième $21 + 4 = 25$ la première $21 - 5 = 16$.

709. $\frac{1}{2} + \frac{2}{1} + (\frac{1}{1} - 15) + \frac{3}{1} + (\frac{1}{1} + 11) + \frac{1}{5} = 381$. $\frac{77}{10} = 381 + 4 = 385$. $\frac{10}{10} = \frac{385 \times 10}{77} = 50$. etc., etc.

Voir la question précédente.

710. Si la première personne eût eu 60 et la deuxième 20 fr. de plus, la somme partagée aurait été $30 + 60 + 20 = 110$. Et la première personne aurait eu 3 fois autant que la seconde, dans ce cas la seconde aurait eu $\frac{110}{4} = 27$ fr., 50. Mais alors cette seconde personne aurait 20 fr. de trop; donc elle n'a eu réellement que 27, $50 - 20 = 7$ fr. 50 c. et la première a eu 30 — 7, 50 = 22, 50.

Soit maintenant la somme partagée = à 70 fr. et les parties telles que si la première personne avait 25 et la deuxième 5 fr. de plus, la première aurait trois fois autant que la seconde. On aurait, suivant le même raisonnement, $70 + 25 + 5 = 100$; $\frac{100}{4} = 25$; $25 - 5 = 20 =$ la plus petite partie, $70 - 20 = 50 =$ la plus grande. Soit enfin la somme partagée = à 55 fr., et les parties telles que si la première personne avait 50 fr. de plus et la deuxième 5 fr. de moins, la première serait trois fois plus forte que la seconde : on aurait $(55 + 50) - 5 = 100$; $\frac{100}{4} = 25$; $25 + 5 = 30 =$ la part de la deuxième personne, $55 - 30 = 25 =$ celle de la première. Ces trois questions se rapportent aux numéros précédens. Quoique énoncées en d'autres termes, je les ai résolues par une autre analogie afin de rompre les élèves aux calculs et de les habituer à considérer les divers points de vue, sous lesquels on peut

envisager une question et leur rendre familiers les principes de l'analyse.

711. (494.)

712. Si le gain était 1, on aurait $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$. Or, suivant l'énoncé, on devrait avoir 1 ou $\frac{8}{8}$. donc 1 est 8 fois trop petit, et le nombre demandé $= 8$.

Si on demandait à connaître le nombre dont $\frac{1}{7}\times\frac{1}{5}=$ ce même nombre.

On aurait $\frac{1}{7}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{35}$. donc le nombre 1 est 35 fois trop petit et le nombre demande $= 35$, dans les questions de ce genre, le nombre demandé est toujours égal au produit qu'on obtiendrait en multipliant les dénominateurs des deux fractions; en sorte que si $\frac{1}{9}\times\frac{1}{11}$ d'un nombre étaient égaux à ce même nombre, ce nombre serait $9\times 11=99$.

713. (236.)

714. (240.)

715. (239.)

716. $\frac{4}{1}=(\frac{1}{1}+4)\times 3$. ou $\frac{3}{1}\times 12$; $\frac{1}{1}=12$.

717. $\frac{1}{7}-10=\dfrac{24}{3}=8$.

$\frac{1}{7}=8+10=18$; $\frac{7}{7}=18\times 7=126$.

718. $\dfrac{\frac{6}{1}+18}{9}=20$; $\frac{6}{9}+2=20$.

$\frac{6}{9}=20-2=18$; $\frac{1}{9}=3$;

$\frac{9}{9}=27$.

719. $(\frac{5}{1}\times 4\times 6)+10=730$. $\frac{72}{1}+10=730$;

$\frac{72}{1}=720$. $\frac{1}{1}=10=$ la somme demandée.

720. Soit $\frac{1}{1}$ le gain.

$\dfrac{\frac{1}{1}+5+13}{7}=65$; $\dfrac{\frac{1}{1}\times 65}{7}=65$,

$\dfrac{\frac{1}{1}+65}{65}=7$; $\frac{1}{1}=7$.

On aura lieu de remarquer que très souvent, la transposition du dividende et du diviseur abrègent de beaucoup les calculs, et facilite les opérations, sans rien changer aux résultats.

721. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre.

$$\frac{\frac{1}{7}\times 3+4}{13}=4.\ (\tfrac{1}{7}\times 3)+4=4\times 13=52.$$

$$\tfrac{1}{7}+3=52-4=48;\ \tfrac{1}{7}=\frac{48}{3}=16.$$

$$\tfrac{7}{7} \text{ ou } \tfrac{1}{1}=16\times 7=112.$$

722. $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{4}{1}-17.$
$\frac{9}{6}-\frac{2}{6}=\frac{24}{6}-17.$
$\frac{7}{6}=\frac{24}{6}-17;\ \frac{17}{6}=17.$
$\frac{6}{6}$ ou le nombre demandé $=6.$

723. Soit $\frac{1}{1}$. La somme.

$$\frac{\frac{1}{1}\times 2\times 12}{4\times 3}=48;\ \tfrac{1}{1}\times 2=48.$$

$\frac{1}{1}=24.$

724. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre.

1°. $\frac{\frac{1}{1}+1}{2}+\frac{\frac{1}{1}+2}{3}=16-\frac{\frac{1}{1}-3}{4}.$

2°. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=16-\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$

3°. $\frac{6}{12}-\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{8}{12}=16-\frac{3}{12}-\frac{9}{12}$

4°. $\frac{10}{12}+\frac{14}{12}=16-\frac{3}{12}-\frac{9}{12}.$

5°. $\frac{13}{12}+\frac{23}{12}=16.$

6°. $\frac{13}{1}+23=16\times 12=180.$

7°. $\frac{13}{1}=180-23=169.$

8°. $\frac{1}{1}=\frac{169}{13}=13=$ le nombre demandé.

725. $\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$

Or, suivant l'énoncé, on doit avoir $\frac{2}{1}=\frac{24}{12}$; donc, suivant la règle générale établie pour la question précédente, le nombre demandé $=24.$

La règle serait encore la même pour le cas suivant, où $\frac{1}{4}\times\frac{1}{8}$ d'un nombre seraient égaux aux $\frac{5}{4}$ de ce même nombre,

dans ce cas, on aurait $\frac{1}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$ tandis qu'on devrait avoir $\frac{3}{4}$ ou $\frac{24}{32}$, ce qui prouverait que le nombre demandé $= 24$.

726. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$\frac{5}{1} - 16 = \frac{3}{1} + 12$; $\frac{5}{1} = \frac{3}{1} + 16 + 12 = \frac{3}{1} + 28$;
$\frac{2}{1} = 28$; $\frac{1}{1} = 14$.

727. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$\frac{1}{1} - 30 = \frac{3}{1} - 100$.

$\frac{1}{1} = \frac{3}{1} - 70$; $\frac{2}{1} - 70 = 0$. Donc, $\frac{1}{1} = \frac{70}{2} = 35$.

728. (208.)

729. Soit $\frac{1}{1}$ le plus grand nombre, $\frac{1}{3}$ le plus petit. Dans ce cas, suivant l'énoncé, $16 - \frac{1}{3} = 30 - \frac{1}{1}$; $16 = 30 - \frac{2}{3}$; $0 = 14 - \frac{2}{3}$; $\frac{1}{3} = \frac{14}{2} = 7$; $\frac{1}{1} = 7 \times 3 = 21$.

730. (225.)

731. (701.)

732. (692.) Dans la solution, *lire* : le nombre de la main est plus faible que celui de la bourse, et lorsqu'il y a 8 louis dans la bourse, il y en a trois dans la main, au lieu de : Donc (N° XXII) le rapport, etc., jusqu'à la fin du paragraphe.

733. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$\frac{4}{1} = \frac{3}{1} \times (4 \times 3)$; $\frac{4}{1} = \frac{3}{1} + 12$; $\frac{1}{1} = 12$.

734. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre,

$\frac{1}{4} - 9 = 20$; $\frac{1}{4} = 29$; $\frac{1}{1} = 29 \times 4 = 116$.

735. (688.)

736. (689.)

737. (690.)

738. Puisqu'il faut ajouter 30 fr. au prix du premier vase pour qu'il ait la même valeur que le deuxième, la différence du prix $= 30$ fr. : mais quel que soit le prix de chaque vase, lorsqu'ils sont d'une même valeur, il faut, suivant l'énoncé, pour que l'un vaille trois fois plus que l'autre, retirer 30 fr. du prix du deuxième pour les joindre au prix du premier; donc dans ce cas, (IX) la différence des deux prix $= 30 + 30 = 60$, et si la différence de deux nombres étant 60, l'un est triple de l'autre, le plus petit $= \frac{60}{2} = 30$.

D'où il résulte que le premier vase vaut 30 francs, et le deuxième $30 + 30 = 60$.

739. (665.)

740. En représentant par $\frac{1}{1}$ la dépense journalière du premier,

$60^{s} - \frac{1}{1}$ = son épargne d'un jour;
$54 - \frac{1}{1}$ = l'épargne du second.

Donc, l'épargne totale du premier $= (60^{s} - \frac{1}{1}) + 50 = 3.000^{s} - \frac{50}{1}$.

Celle du second $= (54^{s} - \frac{1}{1}) \times 50$.
$= 2.700^{s} - \frac{50}{1}$.

Ainsi, suivant l'énoncé, $3.000^{s} - \frac{50}{1} = (2.700^{s} - \frac{50}{1}) \times 2 + \frac{2}{1}$, qui se réduisent successivement à $3.000^{s} - \frac{50}{1} = 5.400 - \frac{100}{1} + \frac{2}{1}$.

$3.000^{s} + \frac{48}{1} = 5.400^{s}$.
$\frac{48}{1} = 2.400$.
$\frac{1}{1} = 50^{s}$.

Donc la dépense du premier $= 50^{s}$.
Celle du second........... $= 56^{s}$.
En 50 jours, le premier a épargné $10^{s} \times 50 = 500^{s}$.
Dans le même temps, le second n'en a épargné que $4 \times 50 = 200$.

$(200 \times 2) + (50 \times 2) = 500$.

741. (285.)

742. (287.)

743. Pour 80 kil., on a donné 14 kil. — 4 fr.
Pour 190.............. 31 + 4.

Pour 270.............. 45 kil. + 0.

Pour 1 kil., on aurait dû donner $\frac{45 \text{ k.}}{270} = \frac{1}{6}$ de kil.

Pour 80, on aurait dû donner $\frac{80 \text{ k.}}{6} = 13$ kil. $\frac{1}{3}$.

Or on a donné 14 kil. moins 4 fr.; $\frac{2}{3}$ de kil. valent donc 4 fr., et 1 kil. vaut $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ fr. Dans ce cas, le premier marchand, pour 80 kil., a donné $(14 \times 6) - 4 = 84 - 4 = 80$ fr.; et le second, pour 190 kil., a donné $(31 \times 6) = 186 + 4 = 190$ fr.

D'où il résulte que les frais se sont élevés à 1 fr. par kil.

744. (680.)

745. (708.)

746. (681.)

747. (306.)

748. (295.) A la solution : si de deux fois le montant — l'excédant, au lieu de : si de deux fois le montant = l'excédant.

749. (296.)

750. (297.)

751. (682.)

752. (683.)

753. Quelle que soit la plus petite somme, $\frac{1}{6}$ de cette même somme plus la cinquième partie de 32, après qu'on en a retranché cette même somme, = 6.

Donc $\frac{1}{6} + \frac{32 - {}_{1}}{5} = 6$.

$\frac{5}{6} + 32 - \frac{6}{6} = 30$.

$\frac{5}{6} + 2 = \frac{6}{6}$.

$\frac{1}{6} = 2$.

$\frac{6}{6} = 12$ = la plus petite somme; donc, la plus grande = 32 — 12 = 20.

754. 1re partie, 2e partie.

$\frac{1}{1} + 60 = \frac{3}{1} + 20 \times 3 = \frac{3}{1} \times 60$.

$\frac{1}{1} + 0 = \frac{3}{1} + 0$.

Donc le total des deux parties étant 30, l'une est le tiers de l'autre : donc la plus petite $= \frac{30}{4} = 7\frac{1}{2}$, la plus grande $= 30 - 7\frac{1}{2} = 22\frac{1}{2}$.

755. 1re partie, 2e partie.

$\frac{1}{1} + 25 = \frac{3}{1} + 15$.

$\frac{1}{1} + 10 = \frac{5}{1}$.

Donc les parties sont telles que leur total est 70, et que la plus grande, augmentée de 10, est égale à trois fois la plus petite ; mais en augmentant la plus grande de 10, le total serait 80. Donc $\frac{80}{4} = 20$ = la plus petite partie, et 70 — 20 = 50 = la plus grande.

756. 1[re] partie, 2[e] partie.

$$\frac{1}{1} + 50 = \frac{2}{1} - 15.$$
$$\frac{1}{1} + 65 = \frac{2}{1}.$$

En suivant la méthode générale indiquée au numéro précédent, on aura :

$\frac{55 + 65}{4} = 30 =$ la seconde partie, et $55 - 30 = 25 =$ la première. Au moyen du raisonnement fait pour résoudre cette question et les deux précédentes, on résoudra toutes celles du même genre.

757. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre demandé, on aura, suivant l'énoncé :

$$1^\circ\ \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{3 \times 3 \times 3}$$

$$2^\circ\ \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{256} \times \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{27}.$$

$$3^\circ\ \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{9\,\frac{15}{27}} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}.$$

En substituant le quotient au diviseur, on aura :

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}\ 9\,\frac{15}{27}.$$

En faisant disparaître les facteurs communs, on a enfin $\frac{1}{1} = 9\,\frac{15}{27} =$ le nombre demandé.

758. (706.)

759. (707.)

760. (278.)

761. 750 fr. $= \frac{7}{7} + \frac{8}{7}$ de la dette $= \frac{15}{7}$; si $\frac{15}{7} = 750$, $\frac{7}{7} = 350$; $750 - 350 = 400 =$ la créance.

762. L'énoncé est fautif, il resterait un huitième de la créance, et non un cinquième.

Alors 750 fr. $= \frac{15}{8}$ de la créance; $\frac{8}{8} = 400$ fr. La dette $= 750 - 400 = 350$.

763. (291.)

764. (293.)

765. (292.)

766. (294.)

767. Puisqu'on devrait ajouter 100 fr. au prix de la bibliothèque et retrancher 100 fr. du prix du secrétaire, il est évident que la différence du prix de ces deux meubles se compose de 100 fr.; qu'il faudrait ajouter plus de 100 fr. qu'il faudrait rendre = 200 fr.; le total étant 1.000 fr., la différence entre les deux sommes = 200 fr.; la plus petite = $\frac{1000 - 200}{2}$ = 400 fr., ou le prix de la bibliothèque 400 + 200 = 600 fr. = le prix du secrétaire.

Et 400 + 100, ou 600 — 100 = 500 fr. = le montant de la dette.

768. (92.)

769. (677.) Dans la solution : augmentée de $\frac{2}{5}$, au lieu de $\frac{2}{7}$.

770. (676.)

771. (700.)

772. Si $\frac{1}{6}$ donne une différence de 20 fr., $\frac{6}{6}$ en donneraient une de 120 fr.; d'où il résulte que, si $\frac{1}{6}$ de la première mise était exactement égal à $\frac{2}{5}$ de la seconde, la mise totale ne serait plus que de 7.680 — 120 = 7.560 fr.

Alors $\frac{1}{6}$ serait = à $\frac{4}{6}$; la plus petite mise serait = à $\frac{1}{4}$ de la plus grande, et le total des deux mises serait 7.560. Dans ce cas, il est évident que la plus petite mise serait = à $\frac{7.560}{5}$ = 1.512 et que la plus grande serait = à 7.560 — 1.512 = 6.048.

D'où il résulte, suivant l'énoncé, que la première mise = 6.048 + 120 = 6.168 et que la seconde = 1.512 fr.

773. (290.)

774. (709.)

775. (684.)

776. La différence entre 30 fr. de plus et 20 fr. de moins = 30 + 20 = 50; donc puisqu'avec 30 francs de plus on paierait toutes les dettes et qu'avec 20 fr. de moins on n'en paierait que $\frac{1}{5}$, 50 fr. = les $\frac{2}{5}$ des dettes.

Or, si $\frac{2}{5}$ = 50 fr., la totalité (P. 253) = 50 × $\frac{5}{2}$ = 25 × 3 = 75; et si, pour payer 75 fr., il faut ajouter 30 fr., il n'avait que 75 — 30 = 45 fr.

777. (431.)

778. (694.)

779. Cette solution se déduit du principe établi (LI); d'après ce principe, puisqu'en retirant 1 du plus grand nombre, les deux nombres sont égaux, la différence réelle de ces deux nombres $= 1 + 1 = 2$.

Suivant le même principe, en retirant 2 du plus petit pour les joindre au plus grand, la différence est augmentée de $2 + 2 = 4$. Or nous savons déja que cette différence est 2; donc, lorsqu'un nombre est double de l'autre, la différence $= (1 + 1) + 2 + 2 = 2 + 4 = 6$; donc 6 représente une fois le plus petit nombre, et $6 \times 2 = 12 =$ le plus grand; mais, pour arriver à ce résultat, on a retiré 2 du plus petit pour les joindre au plus grand; donc le plus petit nombre $= 6 + 2 = 8$, et le plus grand $= 12 - 2 = 10$.

L'analyse de cette question nous conduit à établir en principe que, dans tous les cas analogues à celui-ci, la différence des nombres, après la seconde mutation, est toujours égale au double des deux nombres retranchés et ajoutés. Soit, pour *premier exemple :* Deux nombres tels qu'en retranchant 9 du plus grand pour les joindre au plus petit, ils soient égaux; et qu'en retranchant 1 du plus petit pour le joindre au plus grand, l'un soit sextuple de l'autre, on aura :

$(9 + 9) + (1 + 1) = 20 =$ la différence, lorsque l'un est sextuple de l'autre; d'où il résulte qu'alors, le plus petit $= \frac{20}{5} = 4$; que le plus grand $= 4 \times 6 = 24$, et que les nombres demandés, sont $4 + 1 = 5$ et $24 - 1 = 23$. Soit pour *second exemple :* Deux nombres tels qu'en retranchant 12 du plus grand pour les joindre au plus petit, ils soient égaux; et qu'en retranchant 2 du plus petit pour les joindre au plus grand, l'un soit quadruple de l'autre, on aura : $(12 + 12) + (3 + 3) = 30 =$ la différence, lorsque l'un est quadruple de l'autre. Dans ce cas, $\frac{30}{3} = 10 =$ le plus petit nombre; $10 \times 4 = 40 =$ le plus grand; d'où l'on déduit que les nombres demandés $= 10 + 3 = 13$; et $40 - 3 = 37$.

780. Après la première mutation, le grand nombre est 5 fois plus fort que le petit; donc, si le premier était 1, le deuxième serait 5, et le total serait 6.

Or, suivant l'énoncé, après la deuxième mutation, le premier est double du deuxième; donc, suivant notre supposition, le total étant toujours 6, le premier serait 4 et le deuxième 2;

mais pour rendre le premier nombre = à 4, il a fallu retirer 3 du deuxième pour les joindre au premier.

Or, puisqu'on avait déja ajouté 1 au plus grand nombre, à sa deuxième mutation, on doit, suivant l'énoncé, retirer 14 + 1 = 15; donc les nombres supposés sont trop petits d'un nombre de fois = à $\frac{15}{3} = 5$; conséquemment les nombres, après la première mutation, étaient 5 et 25; et avant, ils étaient 6 et 24.

Opération.

$1 + 5 = 6$; $4 + 2 = 6$; $5 - 2 = 3$.
$\frac{15}{3} = 5$; $5 \times 5 = 25$.
$25 - 1 = 24$ = le grand nombre.
$5 + 1 = 6$ = le petit.

781. (280.)

782. (281.)

783. (282.)

784. $1 + 6 = 7$; $3 + 4 = 7$; $6 - 4 = 2$.
$\frac{8}{2} = 4$; $6 \times 4 = 24$.
$24 - 1 = 23$ = le plus grand nombre.
$4 + 1 = 5$ = le plus petit.

(*Voir* la question précédente pour la démonstration du principe.)

785. En exprimant par $\frac{1}{1}$ la somme égale des joueurs; après la première partie, le premier avait $\frac{1}{1} + 20$; après la deuxième, il n'avait plus que $\frac{1}{2} + 10$: mais alors il a la moitié de ce qu'a le deuxième; donc en eux deux ils ont $\frac{1}{1} + 10 + \frac{1}{1} + 20 = \frac{3}{2} + 30$; or ils doivent avoir $\frac{2}{1}$, donc $\frac{1}{2} = 30$; $\frac{1}{1} = 60$; et ils ont chacun 60 fr.

786. (667.)

787. (666.)

788. (668.)

789. (671.)

790. Puisque la troisième personne donne 8 fr., on doit supposer que 8 fr. représentent $\frac{1}{3}$ de la dépense qui, dans ce cas, s'élève à 24 fr. Or les plats fournis, (en supposant que chaque plat a la même valeur) composent cette dépense; donc $5 + 3 = 8$ plats valent 24 fr. Un plat vaut $\frac{24}{8} = 3$ fr.; donc, par le fait, la première personne a fourni $3 \times 5 =$ 15 fr.; la deuxième $3 \times 3 = 9$ fr.; et par conséquent il revient à la première $15 - 8 = 7$ fr., et à la deuxième $9 - 8 = 1$ fr.

On pouvait envisager cette question sous un autre point de vue, et considérer que les 8 plats fournis, composent le total de la dépense ou 24 fr. Il en résulterait que la première personne a payé les $\frac{5}{8}$ de 24 fr. ou 15 fr.; la deuxième les $\frac{3}{8}$ ou 9 fr. etc.

791. Puisque chacun paye également, la dépense particulière $= \frac{1}{5}$ du total. Donc le premier a donné $\frac{1}{5} - \frac{3}{20} = \frac{4}{20} - \frac{3}{20} = \frac{1}{20}$ de moins qu'il n'aurait dû donner. Or il a donné 4 fr. de moins; $\frac{1}{20} =$ donc 4 fr.; $\frac{20}{20} = 80$ fr. $=$ le total de la dépense, et $\frac{80}{5} = 16 =$ la part de chacun. Donc,

le premier a avancé...........	$\frac{80 \times 3}{20}$	$= 12$ fr.
le deuxième..................	$\frac{80}{5}$	$= 16.$
le troisième..................	$\frac{80}{4}$	$= 20.$
le quatrième.................	$\frac{80 \times 2}{5}$	$= 32.$
le cinquième..................		0.
Total.............		80 fr.

D'où il résulte que

le premier doit payer...	$16 - 12 = 4$ fr.	«	
le deuxième...........	$16 - 16 = 0$	«	
le trois. doit reprendre..	$20 - 16 =$		4 fr.
le quatrième..........	$32 - 16 =$		16 fr.
le cinquième doit payer.	16 fr.	«	

C'est-à-dire que le cinquième donnera 16 fr. au quatrième, et le premier 4 fr. au troisième.

792. (303.)

793. (275.)

794. Puisque l'âge du père est égal à 6 fois l'âge du fils, le total 91 se compose de $6 + 1 = 7$ fois l'âge du fils qui, dans ce cas, est âgé de $\frac{91}{7} = 13$ ans; d'où il résulte que le père a $91 - 13 = 78$ ans $= 13 \times 6$; on pourrait dire aussi :

l'âge du fils étant........................ 1,
celui du père serait........................ 6.

Le total serait..... 7.

Et chaque âge serait trop petit d'un nombre de fois = à $\frac{91}{7}$ = 13, etc.

795. (274.)

796. (273.)

797. (272.)

798. (289.)

799. (288.)

800. (286.)

801. (685.)

802. (277.)

803. (276.)

804. (271.)

805. (691.)

806. (307.)

807. L'âge de l'aîné se compose de l'âge du jeune augmenté de la différence, or l'âge du jeune est égal à la différence multipliée par $3\frac{1}{2}$; donc les deux âges réunis $= 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + 1 = 8$ fois la différence. Or, suivant l'énoncé, le total des âges est 32; donc 8 fois la différence $= 32$; 1 fois $= 4$; et, dans ce cas, $4 \times 3\frac{1}{2} = 14$ = l'âge du plus jeune; et $14 + 4 = 18$ = l'âge de l'aîné.

808. Si la fille avait maintenant 5 ans, à l'époque où son frère aurait eu le même âge, elle aurait eu $\frac{5 \text{ ans}}{5}$ = un an. Donc, quand la fille aurait un an, le fils en aurait eu 5.

Quand elle aurait eu $1 + 4 = 5$ ans; le frère en aurait eu $3 + 6 = 9$.

Quand elle en aurait eu $5 + 4 = 9$; le fils en aurait eu $9 + 4 = 13$: et ils auraient eu à eux deux $9 + 13 = 22$ ans.

Donc la fille aurait les $\frac{9}{22}$, et le fils les $\frac{13}{22}$ des deux âges réunis. Or, suivant l'énoncé, le total $= 88$. Donc, la fille doit avoir comparativement au total 12, $\frac{88 \times 9}{22} = 36$ ans, et le fils $\frac{88 \times 13}{22} = 52$ ans.

Or, lorsque le fils avait 52 ans $- 16 = 36$, la fille avait $36 - 16 = 20$ ans.

Donc l'âge actuel du fils $= 36$ ans; et celui de la fille $= 20$ ans. Cette question est la même que celle du numéro 805 : les données seules sont changées.

809. Il y a six ans, le fils avait 6 ans de moins; donc trois fois l'âge qu'il avait, il y a 6 ans $=$ 3 fois son âge actuel moins $6 \times 3 = 18$ ans. Or, si on ne retranchait pas le triple de l'âge, on aurait, pour la valeur de deux fois l'âge, une fois $+$ 3 fois ce même âge $-$ 18. Donc, en représentant l'âge par $\frac{1}{1}$, on aura : $\frac{2}{1} = \frac{4}{1} - 18$, ou $\frac{2}{1} + 18 = \frac{4}{1}$, ou $18 = \frac{2}{1}$, ou $9 = \frac{1}{1}$; donc le fils avait 9 ans.

810. (250.)

811. Si l'heure demandée est $\frac{1}{1}$, $12 - \frac{1}{1} =$ le nombre d'heures qui doit s'écouler pour arriver à minuit.

$$\text{Or } 12 - \frac{1}{1} \times \left(\frac{3}{8} \times 4\right) = \frac{\left(12 - \frac{1}{1}\right) \times 12}{8} = \frac{144 - \frac{12}{1}}{8} =$$

$18 - \frac{3}{2}$. Donc, suivant l'énoncé,

$$18 - \frac{3}{2} - 12 = 4 - \frac{1}{2}.$$
$$6 - \frac{3}{2} = 4 - \frac{1}{2}.$$
$$6 - \frac{1}{1} = 4.$$
$$0 - \frac{1}{1} = 12.$$

Donc il était 2 heures après midi.

812. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre de jours écoulés, on aura : $\frac{1}{1} + 1 =$ le quantième; et $30 - \frac{1}{1} =$ les jours restant. Dans ce cas, suivant l'énoncé,

$$\frac{1}{3} + 15 - \frac{1}{2} = \frac{1}{1} + 1.$$
$$\frac{2}{6} + 15 - \frac{3}{6} = \frac{6}{6} + 1.$$
$$14 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6}.$$
$$14 = \frac{7}{6}.$$

et $\frac{6}{6} = \frac{7 \times 6}{14} = 2 \times 6 = 12$; donc il y a 12 jours d'écoulés, et conséquemment on est au 13 du mois.

Par un raisonnement analogue, on déterminera l'heure; alors on aura : $\frac{12 - \frac{5}{5} - 4 \times 5}{3}$ = le nombre d'heures qui doit s'écouler pour arriver à minuit $= \frac{60 - \frac{25}{5} - 20}{3} = 19 - \frac{5}{5}$.

$$60 - \frac{25}{5} - 20 = 30 - \frac{15}{5}.$$
$$60 - 50 = \frac{10}{5}.$$
$$\frac{10}{5} = 10.$$
$$\frac{9}{3} = 3.$$

Donc il était minuit moins 3 heures = 9 heures du soir.

813. (661.)
814. (672.)
815. (713.)
816. (714.)
817. (715.)
818. (716.)
819. (717.)
820. (457.)
821. (459.)
822. (460.)

823. Si le premier donne.... 1 louis;
le deuxième en donne 3;
le troisième en donne 4.

En tout.... 8.

Donc, le total étant 8, le premier donne 1 louis;

le total étant 1, il donnera $\frac{1}{8}$.

Le total étant 144, il a donné... $\frac{144}{8}$ = 18 louis; d'où

il résulte que le deuxième a donné 18 × 3 = 54;
et le troisième 18 + 54............. = 72.

Total..... 144.

824. Si la première personne avait.... 1 fr.;
la deuxième en aurait........ 2;
la troisième en aurait $1 + 2 =$ 3.

Le total serait... 6.

Mais 1 est la sixième partie de 6. Donc quelle que soit la somme partagée, la première personne en aura la sixième partie et sur 7.800, elle aura $\frac{7.800}{6} = 1.300$ fr.; d'où il résulte que la deuxième aura $1.300 \times 2 = 2.600$ fr., et la troisième $1.300 + 2.600 = 3.900$;

Ou le total étant 6, il est trop petit d'un nombre de fois $=$ à $\frac{7.800}{6} = 1.300$, et les trois parts demandées

$$= 1 \times 1.300 = 1.300;$$
$$2 \times 1.300 = 2.600;$$
$$3 \times 1.300 = 3.900.$$

Total..... 7.800.

825. La première ayant donné 1 fr.;
la deuxième a donné... 2;
la troisième a donné... 6.

Total... 9 fr.

Dans ce cas, la somme totale serait 9 fr.; et cette somme serait trop petite d'un nombre de fois $=$ à $\frac{27.000}{9} = 3.000$.

Donc, pour faire un total 3.000 fois plus fort, chaque personne a dû donner une somme 3.000 fois plus forte.

Dans ce cas,
la première a donné 3.000 fr.;
la deuxième....... 6.000;
la troisième....... 18.000.

Total..... 27.000 fr.

826. (468.)

827. $3.000 + 3.500 + 2.600 + 2.900 = 12.000$ fr.
$\frac{36.000}{12.000} = \frac{36}{12} = 3.$

$$3\,000 \times 3 = 9\,000 = \text{la mise du premier;}$$
$$3.500 \times 3 = 10.500 = \text{la mise du deuxième;}$$
$$2.600 \times 3 = 7.800 = \text{la mise du troisième;}$$
$$2.900 \times 3 = 8.700 = \text{la mise du quatrième.}$$
$$12.000 \times 3 = 36.000.$$

828. Puisque le bénéfice doit être proportionnel aux mises; si ce bénéfice était 75.000 + 54.000 + 240.000, le total serait 369.000 fr.; et il ne doit être que de 144.000, il serait donc trop fort d'un nombre de fois = à $\frac{369\,000}{144.000} = \frac{369}{144} = \frac{41}{16}$; donc pour le mettre à sa juste valeur, il faut diviser les nombres qui ont divisé le total par $\frac{41}{16}$; ce qui revient à le multiplier par $\frac{16}{41}$, alors on aura :

pour le bénéfice du premier $\frac{75.000 \times 16}{41} = 29.268$ fr. $\frac{12}{41}$;

pour celui du second...... $\frac{54.000 \times 16}{41} = 21.073$ $\frac{7}{41}$;

pour celui du troisième.... $\frac{240.000 \times 16}{41} = 93.658$ $\frac{22}{41}$.

Total du bénéfice..... 144.000 fr.

En effet: la somme des trois mises étant 369.000 fr., il en résulte que 369.000 fr. ont produit 144.000 fr., et qu'un franc a produit $\frac{144.000}{369.000} = \frac{144}{369} = \frac{16}{41}$; or, si un franc a produit $\frac{16}{41}$, 75.000 fr. produiront $\frac{16}{41}$ fr. $\times$ 75.000 = 29.268 fr. $\frac{12}{41}$.

829. (78.) Dans la solution : 10.800, au lieu de 108.000.

830. (79.)

831. (470.)

832. (469.)

833. (472.)

834. (477.)

835. $\frac{540}{180} = 3$. Donc la somme laissée est égale à la troi-

sième partie de la dette ; et chaque créancier ne doit toucher que la troisième partie de sa créance : par conséquent,

le premier touchera $\frac{180}{3} = 60$ fr. ;

le deuxième....... $\frac{90}{3} = 30$;

le troisième....... $\frac{45}{3} = 15$;

le quatrième...... $\frac{108}{3} = 36$;

le cinquième...... $\frac{117}{3} = 39$.

Total..... 180 fr.

836. (471.)

837. $1.200 + 400 = 1.600$ fr. ; $1.900 - 1.600 = 300 =$ la part de bénéfice du troisième,

Donc 1.900 sont le bénéfice de 15.200 fr.

1 fr. est le bénéfice de $\frac{15.200}{1.900} = \frac{152}{19} = 8$ fr.

Donc le premier avait mis $1.200 \times 8 = 9.600$ fr. ;
le deuxième....... $400 \times 8 = 3.200$;
le troisième....... $300 \times 8 = 2.400$.

15.200 fr.

838. (465.)

839. (463.)

840. (462.)

841. (461.)

842. (460.)

843. (349.)

844. (348.)

845. Pour 480.000, le gain eût été de 88.560 ;

pour 1 fr., il eût été de $\frac{88.560}{480.000}$;

pour 120.000 fr., il sera de $\frac{88.560 \times 120.000}{480.000} =$ $\frac{88.560 \times 12}{48} = \frac{88.560}{4} = 22.140$ fr.

846. (485.)
847. (486.)
848. (487.)
849. (474.)
850. (501.)
851. (484.)
852. (483.)
853. (481.)

854. $15.200 - 2.400 = 12.800 =$ le bénéfice des deux premiers. Donc $10.800 + 3.600 = 14.400$ ont produit 12.800 de bénéfice;

1 fr. a produit $\frac{12.800}{14.400} = \frac{128}{144} = \frac{8}{9}$;

10.800 fr. ont produit $\frac{10.800 \times 8}{9} = 1.200 \times 8 = 9.600$ fr.;

3.600 ont produit $\frac{3.600 \times 8}{9} = 400 \times 8 = 3.200$.

Maintenant, pour trouver la mise du troisième, on dira en comparant son gain à celui du premier ou du deuxième : si 3.200 viennent de 3.600;

1 fr. vient de $\frac{3.600}{3.200} = \frac{9 \text{ fr.}}{8}$;

et 2.400 viennent de $\frac{2.400 \times 9}{8} = 300 \times 9 = 2.700$.

855. (476.)
856. (382.)
857. (466.)
858. (442.)

859. En 1 jour, le premier ouvrier a fait $\frac{6}{3} = 2$ mèt.; ..

le deuxième .... $\frac{12}{4} = 3$ mèt.;

le troisième .... $\frac{20}{5} = 4$ mèt.

Donc, le premier ouvrier doit gagner, en 15 jours,

....	12 fr. $\times$ 2 $\times$ 15 =	360 fr.
le deuxième	12 fr. $\times$ 3 $\times$ 15 =	540
le troisième	12 fr. $\times$ 4 $\times$ 15 =	720.
Et	12 fr. $\times$ 9 $\times$ 15 =	1.620 fr.

860. Le premier ouvrier ferait l'ouvrage en $12 \times 6 = 72$ heures;

le deuxième le ferait en $9 \times 4 = 36$ heures;

le troisième le ferait en $8 \times 3 = 24$ heures.

Donc, pour une heure de travail, le premier devrait recevoir $\frac{288}{72} \times 12 = \frac{288}{6} = 48$ fr.

Par la même analogie, le deuxième ouvrier devrait recevoir $\frac{288 \times 12}{36} = \frac{288}{3} = 96$ fr.

Le troisième ouvrier devra recevoir $\frac{288 \times 12}{24} = \frac{288}{2} = 144$ fr.

861. (672.)

862. (673.)

863. Suivant le temps et le gain journalier de chaque ouvrier,

lorsque le premier ouvrier gagne	6 fr. $\times$ 18 =	108 fr.
le deuxième doit gagner	3 fr. $\times$ 6 =	18
le troisième	2 fr. $\times$ 4 =	8
le quatrième	8 fr. $\times$ 12 =	96
et le gain total est de		230 fr.

Donc, le premier, sur 230 fr., aurait reçu 108 fr.;

Sur 1 fr., il aurait reçu $\frac{108 \text{ fr.}}{230}$;

Sur 700 fr., il devrait recevoir $\frac{108 \times 700}{230} = \frac{108 \times 70}{23} = \frac{7.560}{23} = 328$ fr. $\frac{16}{23}$.

Par la même analogie, le deuxième devra recevoir $\frac{18 \times 70}{23}$ $= \frac{1.260}{23} = 54$ fr. $\frac{18}{23}$.

Le troisième devra recevoir $\frac{8 \times 70}{23} = \frac{560}{23} = 24$ fr. $\frac{8}{23}$.

Le quatrième devra recevoir $\frac{96 \times 70}{23} = \frac{6.720}{23} =$ 292 fr. $\frac{4}{23}$.

864. $\frac{1}{1}$ le prix du harnais.
$\frac{2}{1}$ sera le prix du cheval.
$\frac{6}{1}$ sera le prix de la voiture.

$\frac{9}{1}$ du prix du harnais = donc 1.260 fr.

$\frac{1}{1} = \frac{1.260}{9} = 140$ fr.; et, dans ce cas, le cheval vaut 280 fr., et la voiture $(280 + 140) \times 2 = 840$, etc.

865. (86.)

866. Le total étant 7 fr., les parts seront 3 fr. et 4 fr.

Le total 1 fr. $\frac{3}{7}$ et $\frac{4}{7}$.

Le total étant 1.200, les parts seront $\frac{3 \times 120}{7}$ et $\frac{4 \times 120}{7}$ $= \frac{360}{7}$ et $\frac{480}{7} = 51$ fr. $\frac{3}{7}$ et 68 $\frac{4}{7}$.

867. (600.)

868. (598.)

869. Le deuxième à-compte étant le double du premier, et le troisième le double du deuxième, il est évident que le troisième est égal à 4 fois le premier. Donc, en représentant le premier par $\frac{1}{1}$, on aura $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{10} = \frac{1}{1} \times 6$; $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times 60$. Donc le premier à-compte = 60, le deuxième = 120, le troisième = 140; et, dans ce cas, il reste encore à payer $500 - 60 + 120 + 240 = 80$ fr.

870. (478.)

871. Le deuxième ayant mis....... 1 fr.
Le troisième en a mis........ 2
Le premier en a mis......... 3

Total............ 6 fr.

Les pertes devant être proportionnées aux mises, sur 6 fr., le premier perd 3 fr., le deuxième en perd 1, et le troisième 2; mais 3, 1 et 2 sont $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$ de 6; donc le premier doit supporter pour sa part de perte $\frac{2.400}{2} = 1.200$ fr.

le deuxième................. $\frac{2.400}{6} = 400$

le troisième................. $\frac{2.400}{3} = 800$

Total............. 2.400 fr.

872. (475.)

873. Puisque l'âge s'accroît de 4 ans pour chaque fils, il est évident que l'aîné a $4 \times 5 = 20$ ans de plus que le jeune; or, il a trois fois son âge. Donc une fois l'âge du jeune plus $20 = 3$ fois ce même âge, 2 fois $= 20$, 1 fois $= 10$.

Dans ce cas, les âges successifs sont 10, 14, 18, 22, 26 et 30.

874. (489.)

875. (496.)

876. (482.)

877. (235.)

878. (499.)

879. (490.)

880. (492.)

881. (493.)

882. (506.)

883. En comparant la deuxième et la troisième partie à la première, pour retrancher les excédans de 60, le reste sera la somme de trois nombres semblables à la troisième.

Donc, $60 - (8 + 16) = 60 - 24 = 36$.

$\frac{36}{3} = 12 =$ le troisième nombre.

$28 - 8 = 20 =$ le deuxième.

$12 + 16 = 28 =$ le premier.

En ajoutant, au contraire, les différences à 60, on aura la somme de trois nombres semblables au plus grand, qui, dans ce cas, $= \frac{84}{3} = 28$. Donc,

Le premier nombre... $= 28$.
Le deuxième, $28 - 8 = 20$.
Le troisième, $28 - 16 = 12$.

Total........... 60.

884. En supposant que la première personne a pour sa part une portion de l'héritage exprimée par l'unité,

la première aura	1.		
la deuxième aura	3 +		540 fr.;
la troisième aura	$1\frac{1}{2}$ +	180 fr. — 120 fr. ou	+ 60;
la quatrième aura	3 +	360 fr. + 120 fr. ou	+ 480;
la cinquième aura	4 +		480:
Totaux...	$12\frac{1}{2}$	+	1.560 fr.

Donc, en retranchant 1.560 fr. de 69.960 fr., il restera 68.400 fr. qui, étant divisés par $12\frac{1}{2}$, donneront la valeur exacte de l'unité, ou le montant d'une portion de la somme = à celle que doit recevoir la première personne. Dans ce cas, chaque portion représentée par 1 sera égale à $\frac{68.400}{12\frac{1}{2}}$

$$= \frac{136\,800}{25} = 1.368 \times 4 = 5.472.$$

Ou. par une autre analogie, l'on dira : le total étant $12\frac{1}{2}$, la part de la première personne ou l'une des portions égales est 1.

Le total étant 1, cette part serait $\frac{1}{12\frac{1}{2}} = \frac{2}{25}$.

Le total étant 68.400, cette part est $\frac{2 \times 68.400}{25} = 5.472$.

La première part ou 5.472 fr. étant connue, on trouvera les autres avec facilité.

885. Quelle que soit la somme fournie par A, exprimons-la par l'unité ; dans ce cas, nous aurons :

Part de A = 1.
Part de B = 1 + 10.
Part de C = 2 + 10.

Total..... 4 + 20 = 76.

Donc, il faut ajouter 20 à 4 fois la part de A, pour avoir 76. Donc, 4 fois cette part = 56.

$$1 \text{ fois} = \frac{56}{4} = 14.$$

Donc, A a mis............ 14.
B a mis 14 + 10 = 24.
C a mis 14 + 24 = 38.

76.

886. En représentant le capital A par l'unité, on aura :
Mise de A = 1.
B = 2 + 12.
C = 6 + 36 + 12.

Total..... 9 + 48 + 12 = 276.

Donc, il faut ajouter 60 à 9 fois la mise de A, pour avoir 276. Donc, 9 fois exactement = 276 — 60 = 216 ; 1 fois = $\frac{216}{9}$ = 24.

Alors A = 24.
B = 60.
C = 192.

276.

887. Le second a touché 2.000 — 500 = 1.500 fr. Or, si le second n'eût mis que deux fois autant que le premier, sans ajouter 80 fr. à sa mise, il n'aurait dû retirer que deux fois 500 fr. ou 1.000 fr. Donc, les 80 fr. qu'il a mis de plus lui occasionnent un bénéfice de 500 fr., et si 80 fr. donnent 500 fr., le premier qui a retiré 500 fr. avait mis 80 fr., et le deuxième avait mis 80 × 2 + 80 = 240 fr.

888. (497.)

889. (511.)

890. Si le deuxième ouvrier et le troisième eussent fait à eux deux 70 toises de moins et le quatrième 14 toises de plus, par le fait, les 1.600 toises seraient diminuées de 70 — 14 = 56 toises, et les fractions ne représenteraient plus qu'un nombre de toises = à 1.600 — 56 = 1.544.

Dans ce cas, le premier aurait fait $\frac{1.544}{3\frac{15}{60}} = \frac{1.544 \times 60}{193}$

$= \frac{92.640}{193}$ .... = 480 toises;

le deuxième aurait fait $\frac{480 \times 2}{3} + 45 =$ 365;

le troisième aurait fait $\frac{480 \times 3}{4} + 25 =$ 385;

le quatrième aurait fait $\frac{480 \times 4}{5} - 14 =$ 370:

Total...................... 1.600 toises.

Voir le problème suivant.

891. En ne nous occupant d'abord que des fractions, nous trouverons qu'en représentant la part du premier par l'unité, les mises respectives seront $(\frac{1}{1} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}) = (\frac{12}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3}{12})$ $= \frac{23}{12}$. Maintenant si le second eût mis 300 fr. de plus et le troisième 200 fr. de moins, la mise totale serait par le fait augmentée de 300 — 200 = 100 fr.; elle s'élèverait à 25.100, et, dans ce cas, en divisant 25.100 en 23 parties semblables, la première mise sera égale exactement à 12 de ces parties; la deuxième à 8 — 300 fr.; la troisième à 3 + 200 fr., et les trois nombres résultant rempliront les conditions de l'énoncé.

Donc, la mise du premier $= \frac{25.100 \times 12}{23} =$ 13.095 $\frac{15}{23}$;

celle du deuxième $= \frac{25.100 \times 8}{23} - 300$ fr. $=$ 8.430 $\frac{10}{23}$;

celle du troisième $= \frac{25.100 \times 3}{23} + 200$ fr. $=$ 3.473 $\frac{21}{23}$:

25.000 »

On aurait pu ne réduire au même dénominateur que les deux fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$; alors on aurait eu pour diviseur 1 $\frac{11}{12}$.

Dans ce cas, la mise du premier aurait été égale à $\frac{25.100}{1\frac{11}{12}}$ = comme dessus $\frac{25.100 \times 12}{23}$ et, en suivant, on aurait eu $\frac{13.095\frac{15}{23} \times 2}{3}$ — 300 pour la mise du deuxième, et $\frac{13.095\frac{15}{23}}{4}$ + 200 fr. pour celle du troisième, etc.

Si tout d'ailleurs restant le même, le second marchand eût mis les $\frac{2}{3}$ du premier plus 300 fr., et le troisième $\frac{1}{4}$ moins 200, on voit que, dans ce cas, il y aurait par le fait une augmentation de 300 — 200 = 100 fr.; alors, en ne considérant que les fractions, la mise totale ne serait que de 24.900 fr., et, par suite,

la mise du premier serait = à $\frac{24.900 \times 12}{23} = 12.991\frac{7}{23}$;

celle du deuxième serait = à $\frac{24.900 \times 8}{23} + 300 = 8.660\frac{20}{23}$;

celle du troisième serait = à $\frac{24.900 \times 3}{23} - 200 = 3.247\frac{19}{23}$:

Total.............. 25.000 »

892. (505.)

893. (498.)

894. Si la 1re personne avait 1 fr.,
la deuxième aurait... $\frac{2}{5}$ + 50 fr.,
la troisième aurait... $\frac{3}{10}$ + 37 fr. $\frac{1}{2}$ — 40.

Totaux..... 1 fr. $\frac{7}{10}$ + 87 fr. $\frac{1}{2}$ — 40.

= $1\frac{7}{10}$ + 47, 50.

En retranchant de 600 fr. les 47, 50 qui doivent être donnés en plus, il restera 552 fr., 50 à partager entre les trois personnes, et dans la proportion voulue par l'énoncé; donc le le total étant $1\frac{7}{10}$, la première part = 1.

Le total étant 1, la première part sera $\frac{1}{1\frac{7}{10}}$.

Le total étant 552, 50, la première part sera $\frac{552,50}{1\ \frac{7}{10}} =$

$\frac{552,50 \times 10}{17} = \frac{5.525}{17}$.................. $=$ 325 fr.;

la deuxième part sera $\frac{325 \times 2}{5} + 50$ fr.. ... $=$ 180;

la troisième part sera $\frac{180 \times 3}{4} - 40$ fr...... $=$ 95:

Total........... 600 fr.

895. Le premier... $= \frac{1}{1}$,
le deuxième.. $= \frac{1}{1} + 10$,
le troisième.. $= \frac{2}{1} + 20 + 12$,
le quatrième.. $= \frac{6}{1} + 60 + 36 + 15$.

Les 4 nombres $= \frac{10}{1} + 90 + 48 + 15 = \frac{10}{1} + 153$.

Or, suivant l'énoncé, le total de ces 4 nombres $= 403$. Donc $\frac{10}{1}$ ou 10 fois le premier nombre $= 403 - 153 = 250$; et le premier nombre $= 25$.

Alors, le premier étant............. 25
le deuxième...... $= 25 + 10 =$ 35
le troisième. $= 35 \times 2 + 12 =$ 82
le quatrième $= 82 \times 3 + 15 =$ 261.

Total......... 403.

896. 10 viennent de 100.

1 vient de $\frac{100}{10}$.

10.000 viennent de $\frac{100 \times 10.000}{10} = 100.000$ fr.

Donc, pour que le commis ait reçu 10.000 fr., il a fallu que le bénéfice soit de 100.000. Dans ce cas, les associés ont eu 90.000 fr. à partager; alors 30.000 fr. ont produit 60.000 fr. de bénéfice.

1 fr. a produit $\frac{60.000}{30.000} = 2$ fr.

12.000 fr. ont produit 12.000 $\times$ 2 = 24.000 fr.
et 18.000 fr. ont produit 18.000 $\times$ 2 = 36.000 fr.

897. (500.)

898. (502.)

899. En supposant que l'âge d'Ephestion est représenté par l'unité, on aura :

Ephestion	1,
Alexandre	1 + 2 ans,
Clitus....	2 + 6 ans.
Totaux..	4 + 8 ans.

Donc, en retranchant 8 de 96, la quatrième partie du reste

$= $ l'âge d'Ephestion, ou $\frac{88}{4} = 22$ ans.

l'âge d'Alexandre $= 22 + 2 = 24$
l'âge de Clitus $= 44 + 2 + 4 = 50.$

Total...... 96 ans.

900. (479.)

901. Les neveux ayant chacun 1 fr. entre eux, ils auraient.............................. 10 fr.

Dans ce cas, les cinq cousins auraient	2 fr. 50 c.
les trois domestiques auraient.........	1 fr.
et la garde aurait....................	25 c.
En tout.........	13 fr. 75 c.

Or la succession est de 49.500 fr.

Donc, la succession étant 13,75, un neveu aurait 1 fr.

la succession étant 1 fr., il aurait $\frac{1}{13,75}$.

la succession étant 49.500 fr., il aurait $\frac{1 \times 49.500}{13,75} =$

$\frac{4.950.000}{13,75} = \frac{39.600}{11} = 3.600$ fr.

Et comme toutes les autres parts sont subordonnées à celle d'un neveu, on aura les parts demandées, comme il suit :

1° p. 10 neveux à 3.600 fr............. = 36.000

2° p. 5 cousins à $\frac{3.600}{2}$ ou à 1.800 fr.... = 9.000

3° p. 3 domestiques à $\frac{3.600}{3}$ ou à 1.200 fr. = 3.600

4° p. la garde $\frac{3.600}{4}$.................... = 900.

Total........ 49.500.

902. Si la portion des 5 nièces était 1
celle des 3 neveux serait.... $\frac{1}{2}$
celle des 2 cousins serait.... $\frac{1}{3}$.

$1 \frac{10}{12}$.

Donc, le total étant $1 \frac{10}{12}$, les 5 nièces auraient 1 fr.

Le total étant 1, elles auraient $\frac{1}{1 \frac{10}{12}}$..

Le total étant 550, elles auraient $\frac{1 \times 550}{1 \frac{10}{12}} = \frac{550 \times 12}{22}$

$= \frac{50 \times 12}{2} = 50 \times 6 = 300$ ducats.

Dans ce cas, les nièces auraient 300 ducats.

les neveux auraient $\frac{300}{2}$.. = 150

les cousins $\frac{300}{3}$........ = 100

Total...... 550 ducats.

Chaque nièce aura $\frac{300}{5} = 60$ ducats.

Chaque neveu aura $\frac{150}{3} = 50$.

Chaque cousin aura $\frac{100}{2} = 50$.

903. $\frac{32.724}{3} = 10.908$ = la part de la 1[re] personne.

$\frac{32.724}{4} = 8.181$ = la part de la deuxième.

$\frac{32.724}{5} = 6.544\ 80.$

$\frac{32.724}{6} = 5.454.$

Total......... 31.087 80.

$$32.724 - 31.087\ 80 = 636{,}20 = \frac{636{,}20}{2} = 318{,}10$$

= la part de chacun des deux derniers.

904. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} = \frac{59}{60} = 25.000$ fr.

La fortune entière $= \frac{25.000 \times 60}{59} = 25.423$ fr. $\frac{43}{59}$.

D'où il résulte, suivant l'énoncé, que le premier neveu aura $\frac{25.423\ \frac{43}{59}}{3} = 8.474\ \frac{54}{59}$.

Le deuxième aura $\frac{25.423\ \frac{43}{59}}{4} = 6.355\ \frac{65}{69}$.

Le troisième aura $\frac{25.423\ \frac{43}{59} \times 2}{5} = 10.169\ \frac{29}{59}$.

905. (475.)

906. (464.)

907. (495.)

908. (503.)

909. (480.)

910. La première partie étant.......... 1.
La deuxième serait 1×4.......= 4.
La troisième serait $(1 + 4) \times 2\ \frac{1}{3} = 11\ \frac{2}{3}$.

Le total serait......... $16\ \frac{2}{3}$.

Et il doit être 640; il est donc trop petit d'un nombre de fois $=$ à $\frac{640}{16\ \frac{2}{3}} = \frac{640 \times 3}{50} = \frac{64 \times 3}{5} = 38\ \frac{2}{5}$.

La première partie, au lieu d'être 1, doit donc être $38\frac{2}{5}$.
La deuxième doit être $38\frac{2}{5} \times 4$ .... $153\frac{3}{5}$.
La troisième doit être $(38\frac{2}{5} + 153\frac{3}{5}) \times \frac{2}{3}$...... 448.

640.

911. Si la première part était........ 1.
La deuxième serait........... $\frac{2}{3}$.
La troisième serait les $\frac{4}{7}$ des $\frac{5}{3}$ = $\frac{20}{21}$.

Le total serait........ $2\frac{15}{21}$.

Donc le total étant $2\frac{15}{21}$, la première part serait 1.

Le total étant 1, la première part serait $\frac{1}{2\frac{15}{21}}$.

Le total étant 840, la première part sera $\frac{1 \times 840}{2\frac{15}{21}} =$
$\frac{840 \times 21}{55} = \frac{168 \times 21}{11} = \frac{3.528}{11} = 320\frac{8}{11}$.

D'où il résulte que la deuxième part $= 320\frac{8}{11} \times \frac{2}{3} =$ $\frac{320\frac{8}{11} \times 2}{3} = 106\frac{10}{11} \times 2 = 213\frac{9}{11}$; et que la troisième part $= \frac{320\frac{8}{11} + 213\frac{6}{11} \times 4}{7} = \frac{534\frac{6}{11} \times 4}{7} = \frac{5.880 \times 4}{7 \times 11}$ $= \frac{840 \times 4}{11} = \frac{3.360}{11} = 305\frac{5}{11}$.

912. (488.)

913. L'intention du testateur est que lorsque le fils aura $\frac{3}{5}$, la mère ait $\frac{2}{5}$, et que lorsque la mère aura $\frac{3}{4}$, la fille ait $\frac{1}{4}$. Donc, la succession devra être partagée de manière que lorsque le fils aura 3 fr., la mère en aura 2, et que lorsque la mère aura 3 fr., la fille en aura 1. De cette manière,

Lorsque la mère aura 2 fr., le fils en aura 3.
Lorsque la mère aura 1 fr., le fils en aura $\frac{3}{2}$.
Lorsque la mère aura 3 fr., le fils en aura $\frac{9}{2}$.
Et la fille 1 fr.

Lorsque le fils aura 9 fr., la mère aura 6 fr. et la fille 2 fr., et ils auront entre eux 17 fr. Donc, quel que soit l'héritage, lorsqu'on devra le partager suivant l'intention du testateur, le fils en aura les $\frac{9}{17}$, la mère les $\frac{6}{17}$, et la fille les $\frac{2}{17}$.

914. (513.)

915. (512.)

916. 12 hommes ont dépensé 36 fr.

1 homme dépenserait $\frac{36}{12} = 3$ fr.

69 hommes dépenseraient $3 \times 69 = 207$ fr.

917. (18.)

918. (17.)

919. (61.)

920. (60.)

921. (58.)

922. (59.)

923. (122.)

924. (123.)

925. Les gages de 365 jours $= 292$ fr.

Les gages d'un jour $= \frac{292}{365}$

Les gages de 125 jours $= \frac{292 \times 125}{365} = \frac{292 \times 25}{73}$ $= 4 \times 25 = 100$ fr.

926. (62.)

927. 275 lieues sont la route de 3 jours.

1 lieue est la route de $\frac{3 \text{ jours}}{275}$

1.925 lieues seront la route de $\frac{3 \text{ jours} \times 1.925}{275}$, $= 3 \times 7 = 21$ jours.

928. En 18 jours, le convoi marcherait pendant 5 heures $\times 18 = 90$.

Donc, suivant l'énoncé, on devra faire 90 heures de marche en $18 - 8 = 10$ jours.

On devra donc marcher chaque jour pendant un nombre d'heures $=$ à $\frac{90}{10} = 9$ heures.

929. La dépense de 3 mois = 240 fr.

La dépense d'un mois $= \frac{240}{3} = 80$ fr.

La dépense de 3 ans ou 36 mois = 80 fr. $\times$ 36 = 2.880 fr.

930. (150.)

931. (152.)

932. $543^{\#}\ 13^{s}\ 9^{d} = 130.485$ deniers.
$2.875^{\#}\ 10^{s}\ 6^{d} = 690.126$ deniers.

Donc, 130.485 deniers ont produit $46^{\#}\ 6^{s}\ 4^{d}$.

1 denier a produit $\frac{46^{\#}\ 6^{s}\ 4^{d}}{130.485}$.

690.125 deniers produiront $\frac{46^{\#}\ 6^{s}\ 4^{d} \times 690.126}{130.485} =$

$$\frac{46^{\#}\ 6^{s}\ 4^{d} \times 230.042}{43,495} = 244^{\#}\ 19^{s}\ 3^{d}\ \frac{52527}{43495}.$$

933. 43 toises 5 pieds 4 pouces = 3.160 pouces.
77 toises 3 pieds 8 pouces = 5.588 pouces.

Donc, 3.160 pouces ont coûté $743^{\#}\ 15^{s}\ 8^{d}$.

1 pouce à coûté $\frac{743^{\#}\ 15^{s}\ 8^{d}}{3.160}$.

5.588 pouces coûteront $\frac{743^{\#}\ 15^{s}\ 8^{d} \times 5.588}{3.160} =$

$$\frac{743^{\#}\ 15^{s}\ 8^{d} \times 1.397}{790} = \frac{371^{\#}\ 17^{s}\ 10^{d} \times 1.397}{395} =$$

$1.315^{\#}\ 5^{s}\ 5^{d}\ \frac{35}{79}$.

934. (154.)

935. (67.)

936. (105.)

937. $\frac{1 \text{ jour} \times 8}{3} = 2$ jours $\frac{2}{8} = 2$ jours $\frac{1}{4} =$ le nombre de jours demandé.

938. (130.)

939. Le tonneau contenant 260 litres, il en faut 27.
Le tonneau contenant 1 litre, il en faudrait 27×260.
Le tonneau contenant 180 litres, il en faudrait $\frac{27 \times 260}{180} = \frac{27 \times 26}{18} = 3 \times 13 = 39$.

940. (147.)

941. (547.)

942. Lorsque le prix est 36 fr., on a 40 fagots.
Si le prix était 1 fr., on en aurait 40×36.

Lorsque le prix est 45 fr., on doit en avoir $\frac{40 \times 36}{45} = 8 \times 4 = 32$.

Ou, par une autre analogie :

Lorsque 100 fagots coûtent 36 fr., 1 fagot coûte $\frac{36 \text{ fr.}}{100}$

40 coûtent $\frac{36 \times 40}{100} = \frac{144 \text{ fr.}}{10}$ Il s'agit donc maintenant de déterminer combien on aurait de fagots pour $\frac{144 \text{ fr.}}{10}$, lorsqu'on en a 100 pour 45 fr.

Dans ce cas, pour 1 fr., on en aurait $\frac{100}{45}$.

Pour $\frac{144 \text{ fr.}}{10}$, on en aurait $\frac{100}{45} \times \frac{144}{10} = \frac{100 \times 144}{45 \times 10} = \frac{1.440}{45} = 32$.

943. En payant 1.375 fagots, on en reçoit 1.485.
En payant 1 fagot, on en reçoit $\frac{1.485}{1.375}$.

En en payant 25, on devra en recevoir $\frac{1.485}{1.375} \times 25 = \frac{135 \times 25}{125} = \frac{135}{5} = 27$.

On eut pu dire aussi :
Sur 1.375 fagots, on en a eu $1.485 - 1.375 = 110$.

Sur 1, on en aura $\frac{110}{1.375}$.

Sur 25, on en aura $\frac{110 \times 25}{1.375} = \frac{110}{51} = 2.$

944. (549.)
945. (548.)
946. (76.)
947. (65.)
948. (66.)
949. (75.)
950. (68.)
951. (69.)
952. (80.)
953. (81.)
954. 40 ouvriers ont fait 268 toises.

1 ouvrier en a fait $\frac{268}{40}$.

60 ouvriers en feront $\frac{268 \times 60}{40} = \frac{268 \times 6}{4} = 67 \times 6 = 402$ toises.

955. (97.)
956. (103.)
957. (104.)
958. (254.)
959. (84.)

960. Pour faire 375 lieues, il faut un nombre d'heures = à 15 heures $\times$ 20.

Pour en faire une, il faudrait $\frac{15 \times 20}{375}$.

Pour en faire 400, il faudra $\frac{15 \times 20 \times 400}{375} = 320$ heures, et pour rester 40 jours en route, il faudra marcher chaque jour pendant un nombre d'heures = à $\frac{320}{40} = 8$.

961. (63)

962. (64.)
963. (168.)
964. (94.)
965. (95.)
966. (98.)
967. (101.)
968. (102.)
969. Les vivres durant 3 mois, il y en a pour 1.200 homm.
Les vivres durant 1 mois, il y en a pour 1.200×3.
Les vivres durant 10 mois, il y en a pour $\frac{1.200 \times 3}{10}$
$= 120 \text{ hommes} \times 3 = 360$ hommes.
970. (74.)
971. (389.)
972. (322.)
973. (323.)
974. (342.)
975. (338.)
976. (390.)
977. (393.)
978. 900 fr. produisent 10 fr. en 3 mois.
1 fr. produit 1 fr. en $\frac{3 \times 900}{10}$.
1 fr. produira 132 fr. en $\frac{3 \times 900 \times 132}{10}$.
3.564 fr. produiront 132 fr. en $\frac{3 \times 900 \times 132}{10 \times 3.564}$
$= \frac{3 \times 90 \times 132}{3.564} = \frac{3 \times 90}{27} = \frac{90}{9} = 10$ mois.
979. 7.400 fr., pendant 27 mois, ont produit 832, 50.
1 fr., pendant 1 mois, produirait $\frac{832,50}{7.400 \times 27}$.
8.500 fr., pend. 45 m., prod. $\frac{832,50 \times 8.500 \times 45}{7.400 \times 27}$
$= \frac{138,75 \times 85 \times 5}{37} = \frac{58.968,75}{37} = 1.593$ fr. 75 c.

980. 6.000 fr. produisent l'intérêt inconnu en 42 jours.
1 fr. produirait le même intérêt en 42 j. $\times$ 6.000.
36.000 fr. produiront le même intérêt en $\frac{42 \text{ j.} \times 6.000}{36.000}$
$= \frac{42}{6} = 7$ jours.

981. 1.792 fr. produisent 256 fr. en 7 mois.
1 fr. produit 256 fr. en 7 m. $\times$ 1.792.
1 fr. produira 1 fr. en $\frac{7 \text{ m.} \times 1.792}{256} = 7 \times 7 =$ 49 mois.

982. (321.)

983. $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$; $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. Donc,
$\frac{20}{24}$ se rapportent à 48 fr.
$\frac{1}{24}$ se rapporte à $\frac{48}{20}$.
$\frac{15}{24}$ se rapportent à $\frac{48 \times 15}{20} = 12 \times 3 = 36$ fr.

984. (197.)

985. (198.)

986. Lorsque l'étoffe a $\frac{5}{4}$ ou $\frac{10}{8}$, il en faut 56 aunes.
Si elle n'avait que $\frac{1}{8}$, il en faudrait 56 $\times$ 10.
Lorsqu'elle aura $\frac{7}{8}$, il en faudra $\frac{56 \times 10}{7} = 8 \times 10 =$ 80 aunes.

987. (100.)

988. (204.)

989. (199.)

990. Pour 1.500 aunes, le drap doit avoir $\frac{5}{4}$.
Pour 1 aune, il devrait avoir $\frac{5 \times 1.500}{4}$.
Pour 1.666 aunes $\frac{2}{3}$, il devra avoir $\frac{5 \times 1.500}{4 \times 1.666 \frac{2}{3}}$
$= \frac{5 \times 1.500 \times 3}{4 \times 5.000} = \frac{3 \times 3}{4 \times 2} = \frac{9}{8} = \frac{9}{8}$.

991. Pour 56 aunes, le drap doit avoir $\frac{5}{8}$.

Pour 1 aune, il devrait avoir $\frac{5 \times 56}{8}$.

Pour 40 aunes, il devra avoir $\frac{5 \times 56}{8 \times 40} = \frac{5 \times 7}{40} = \frac{7}{8} = \frac{7}{8}$.

992. (200.)

993. (212.)

994. (202.)

995. Pour 7 fr., on porte à 15 lieues 3.150 livres.

Pour 1 fr., on porterait à 15 lieues $\frac{3.150 \text{ liv.}}{7}$

Pour 1 fr., on porterait à 1 lieue $\frac{3.150 \text{ liv.} \times 15}{7}$.

Pour 10 fr., on porterait à 1 l. $\frac{3.150 \text{ liv.} \times 15 \times 10}{7}$.

Pour 10 fr., on porterait à 45 l. $\frac{3.150 \text{ liv.} \times 15 \times 10}{7 \times 45}$ $= \frac{1.050 \times 10}{7} = 1.500$ livres.

996. (96.)

997. (201.)

998. 12 quintaux ont été transportés à 37 lieues $\frac{1}{2}$.

1 quintal, pour la même somme, devra être transporté à une distance 12 fois plus éloignée $= 37$ lieues $\frac{1}{2} \times 12$.

27 quintaux devront être transportés à une distance 27 fois plus rapprochée $= \frac{37 \frac{1}{2} \times 12}{27} = \frac{75 \times 12}{27 \times 2} = \frac{50}{3}$ $= 16$ lieues $\frac{2}{3}$.

999. Pour faire 16 lieues $\frac{2}{3}$, on charge 27 quintaux.

Pour faire 1 lieue, on chargerait 27 q. $\times$ 16 $\frac{2}{3}$.

Pour faire 37 lieues $\frac{1}{2}$, on chargerait $\frac{27 \text{ q.} \times 16 \frac{2}{3}}{37 \text{ lieues } \frac{1}{2}}$ $= 3 \times 2 \times 2 = 12$ quintaux.

Puisque la somme payée pour le transport est toujours la même, il est évident que plus la route est longue, moins la charge doit être forte, et réciproquement

En effet, en supposant 5 fr. par quintal et par lieue pour le prix du transport,

1 quintal, transporté à 10 lieues, coûterait $5 \times 10 = 50$ fr.

10 quintaux, transportés à 1 lieue, coûteraient $5 \times 10 = 50$ fr., etc.

1000. (203.)

1001. (516.)

1002. (517.)

1003. (467.)

1004. (543.)

1005. (520.)

1006. (551.)

1007. Pour dépenser 9.504 fr. avec un pensionnaire, il faudrait un nombre de jours $= \grave{a}\ \frac{16 \times 132 \times 9.504}{3.168} = 16 \times 132 \times 3$.

Or, suivant l'énoncé, cette dépense a été faite en 72 jours; il y avait donc un nombre d'écoliers $= \grave{a}\ \frac{16 \times 132 \times 3}{72} = 88$, et il en était sorti $132 - 88 = 44$.

1008. 132 pensionnaires dépensent 3.168 fr. en 16 jours.

1 pensionnaire dépenserait 3.168 fr. en 16×132.

1 pensionnaire dépenserait 1 fr. en $\frac{16 \times 132}{3.168}$.

88 pensionnaires dépenseront 1 fr. en $\frac{16 \times 132}{3.168 \times 88}$

88 pensionn. dépens. 9.504 fr. en $\frac{16 \times 132 \times 9.504}{3.168 \times 88} = 72$ jours.

1009. *Voir* la question précédente.

$$\frac{3.168 \times 88 \times 72}{132 \times 16} = 9.504 \text{ fr.}$$

1010. (151.) Dans la solution : 12 chevaux et 50 postes, au lieu de 12 postes et 50 chevaux.

1011. (252).
1012. (253.)
1013. (697.)
1014. (256.)
1015. (698.)

1016. $\frac{391}{5+7+11} = 17.$

$5 \times 17 = 85 =$ la première partie.
$7 \times 17 = 119 =$ la deuxième.
$11 \times 17 = 187 =$ la troisième.

391.

Voir le P. 1.017.

1017. Si les parties étaient 4, 3 et 2; le total serait 9. Or, suivant l'énoncé, il est 126; il est donc trop petit d'un nombre de fois $= \text{à } \frac{126}{9} = 14$. Mais en multipliant chaque nombre qui a formé le total, par 14, le total (N° XLIII) sera multiplié par le même nombre, donc :

$4 \times 14 = 56 =$ la première partie.
$3 \times 14 = 42 =$ la deuxième.
$2 \times 14 = 28 =$ la troisième.

Total........ 126.

Quelles que soient les données, lorsque la somme à partager est connue et les parties proportionnelles déterminées, on peut résoudre toutes les questions relatives aux sociétés, aux répartitions de fonds, etc., par un raisonnement analogue; mais on peut encore considérer la question sous un autre point de vue et dire : une somme de 126 fr. a été divisée en un certain nombre de parties égales que trois personnes se sont partagées: la première a eu 4 de ces parties; la deuxième en a eu 3; et la troisième en a eu 2.

. Combien ont-elles eu chacune ? Alors, en réunissant les différentes parties distribuées, on aurait : $4 + 3 + 2 = 9$ pour leur nombre; d'où l'on déduira que chaque partie $= \frac{126}{9} = 14$. Dans ce cas, la première personne, qui a 4 de ces parties, devra recevoir $14 \times 4 = 56$ fr.; la deuxième, qui en a 3, devra recevoir $14 \times 3 = 42$ fr., etc.

1018. (526.)

1019. $5 + 8 + 9 + 13 = 35$ = le nombre de journées que l'on doit payer. Or, pour ce nombre, on donne 105 fr.; donc chaque journée est de $\frac{105}{35} = 3$ fr. : et le premier ouvrier pour 5 journées aura 3 fr. $\times 5 = 15$ fr. : le deuxième aura 3 fr. $\times 8 = 24$ francs; le troisième aura 3 fr. $\times 9 = 27$ fr; le quatrième aura 3 fr. $\times 13 = 39$ fr.

1020. (529.)

1021. (528.)

1022. (527.)

1023. En réduisant le rapport des appointemens à la plus simple expression en nombre entier, on aura : 12, 8, 9, 16 et 18, dont le total est 63; conséquemment, puisque chacun paye au prorata de ses appointemens,

le 1er	devra payer	les $\frac{12}{63}$	de l'écot.
le 2e		les $\frac{8}{63}$	
le 3e		les $\frac{9}{63}$	
le 4e		les $\frac{16}{63}$	
le 5e		les $\frac{18}{63}$	

Or le quatrième en paye $\frac{1}{4}$; il a donc payé $\frac{16}{63} - \frac{1}{4} = \frac{64}{252} - \frac{63}{252} = \frac{1}{252}$ de plus qu'il ne devait payer. Et puisque, suivant l'énoncé, $\frac{1}{252} = 0,50$ c. $\frac{252}{252}$ ou le total de la dépense $= 252 \times 50 = 126$ fr. Ce total étant connu, il est facile d'établir le compte :

le 1er	devra payer	$\frac{12 \times 126}{63^*} = 12 \times 2 =$	24 fr.
le 2e		$8 \times 2 =$	16
le 3e		$9 \times 2 =$	18
le 4e		$16 \times 2 =$	32
le 5e		$18 \times 2 =$	36.
		Total.........	126 fr.

* Le diviseur 63 étant la moitié exacte de 126, il en résulte que, pour toutes les opérations, $\frac{126}{63}$ se réduisent à $\frac{2}{1}$ ou à 2.

Or le troisième a avancé $\frac{126}{3} = 42$ fr.

Le quatrième........ $\frac{126}{4} = 31$ fr. 50 c.

Le cinquième........ $\frac{126}{6} = 21$ fr.

Total.......... 94 fr. 50 c.

Donc, le premier doit payer....... 24 fr.
Le deuxième.......................... 16.
Le troisième doit réclamer 42 — 18 = « 24 fr.
Le quatrième doit payer 32 — 31,50 = 0 50 c.
Le cinquième doit payer 36 — 21.. = 15.

C'est-à-dire que le premier devra donner au troisième 24 fr.; et le surplus, payé par les autres ou 31,50, servirait à solder la dépense, sur laquelle il n'a été payé que 94 fr. 50 c.

1024. Puisque le premier nombre est quadruple du second; il est évident qu'en joignant le premier au deuxième, le total = 5 fois le deuxième.

Donc, 5 fois le deuxième nombre divisées par le troisième $= 10$; 1 fois $= \frac{10}{5} = 2$. Donc le deuxième contient 2 fois le troisième, et la question se trouve réduite à trouver trois nombres en rapport, comme 4, 1 et $\frac{1}{2}$, et dont le total est 66; alors $\frac{66}{5\frac{1}{2}} = \frac{132}{11} = 12$; et les nombres demandés, sont $4 \times 12, 1 \times 12, \frac{1}{2} \times 12$ ou 48, 12 et 6.

1025. (521.)

1026. Quand on fait 8 toises du premier ouvrage, on en fait 6 du second; donc le premier est plus facile à travailler, et le rapport des difficultés (CVII) est inverse, et il est, comme 6 à 8 = 3 à 4.

1027. Pour 1 toise du premier ouvrage, on a payé $\frac{7.236 \text{ fr.}}{12}$ $= 603$ fr.

Pour une toise du second, on a payé $\frac{8.40 \text{ fr.}}{10} = 804$ fr.

Or, le prix de l'ouvrage est proportionné aux difficultés;

donc, le rapport des difficultés est 603 à 804 $= 1$ à $\frac{804}{603} = 1$ à $1 \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$ à $\frac{4}{3} = 3$ à 4.

1028. En 1 heure, l'ouvrier a fait $\frac{96}{12} = 8$ toises du premier ouvrage; en 1 heure, il en a fait $\frac{360}{60} = 6$ du deuxième. Donc, le premier ouvrage est plus facile que le second, et le rapport des difficultés est 6 à $8 = 3$ à 4. C'est-à-dire que, s'il fallait 3 heures pour faire une toise du premier ouvrage, il en faudrait 4 pour en faire une du second.

1029. Le premier ouvrier fait, dans le premier terrain, $\frac{288}{36} = 8$ toises, en une heure; dans le second, le deuxième ouvrier fait $\frac{96}{24} = 4$ toises, dans le même temps.

Mais la dureté du premier terrain à celle du second est 3 à 4. Donc, si la dureté des terrains était la même, le rapport des forces des ouvriers serait 8 à $4 = 2$ à 1; mais le rapport des duretés étant 3 à 4, il est évident que le premier terrain est plus facile, et qu'à force égale, on doit faire 4 toises, dans le premier, tandis qu'on n'en ferait que 3, dans le second. Donc, le rapport des forces est à $\frac{8}{4}$ à $\frac{4}{3} = 2$ à $1 \frac{1}{3} = 6$ à $4 = 3$ à 2.

1030. Le premier fait $\frac{288}{36} = 8$ toises par heure.

Le deuxième fait $\frac{96}{24} = 4$ toises par heure.

La force des ouvriers est 3 à 2. Donc, lorsque le deuxième fait 2 toises, le premier en fait 3; lorsque le deuxième fait 4 toises, le premier en fait 6. Conséquemment, les ouvriers étant de même force, puisque 4 toises faites par le deuxième reviennent à 6 faites par le premier, celui qui travaillerait dans le premier terrain, ferait 8 toises; tandis que celui qui travaillerait dans le second, n'en ferait que 6. Donc, le rapport de l'ouvrage, fait par deux ouvriers de même force, est 8 à 6. Et comme dans ce cas, plus le terrain est dur, moins l'on fait d'ouvrage; le rapport demandé, est 6 à $8 = 3$ à 4.

1031. (522.)

1032. (518.)

1033. (515.)

1034. On verra, problème 1038, que le prix d'une toise du premier ouvrage était égal aux $\frac{4}{3}$ du prix d'une toise du premier, qui est = à 603. Donc, pour 10 toises du second, on devra payer $\frac{603 \times 4}{3} \times 10 = 8.040$.

1035. (514.)

1036. $\frac{96}{12} = 8 =$ la quantité de toises du premier ouvrage fait en une heure.

Or, la difficulté est 3 à 4; donc, le second ouvrage est plus difficile, et tandis qu'on fait 4 toises du premier, on n'en fait que 3 du second. En effet, suivant l'expression des difficultés, s'il faut 3 heures pour faire 1 toise du premier ouvrage, il faudra 4 heures pour en faire 1 du second. Donc, chaque heure, on fait $\frac{1}{3}$ de toise du premier ouvrage, ou $\frac{1}{4}$ de toise du second;

On fait $\frac{4}{12}$ du premier, ou $\frac{3}{12}$ du second;

On fait 4 toises du premier, ou 3 toises du second.

Mais 3 sont les $\frac{3}{4}$ de 4. Donc, l'ouvrier ne fera que les $\frac{3}{4}$ de 8 toises du second ouvrage par heure, ou $\frac{8 \times 3}{4}$, et en 60 heures, il en fera $\frac{8 \times 3 \times 60}{4} = 2 \times 3 \times 60 = 360$ toises.

1037. En une heure, l'ouvrier fait $\frac{96}{12} = 8$ toises du premier ouvrage.

Or, la difficulté des ouvrages est 3 à 4. Donc, le deuxième est plus difficile, et quand on fait 4 toises du premier, on n'en fait que 3 du deuxième; mais 3 sont les $\frac{3}{4}$ de 4. Donc, l'ouvrier ne fera chaque heure que $\frac{8 \times 3}{4} = 6$ toises du deuxième ouvrage, et pour faire 360 toises, il lui faudra un nombre d'heures = à $\frac{360}{6} = 60$.

1038. Les ouvrages se payant en proportion des difficultés qu'éprouve l'ouvrier, il est évident que lorsqu'on paye 3 fr. pour une toise du premier ouvrage, on doit payer 4 fr. pour une toise du second.

Mais 4 sont les $\frac{4}{3}$ de 3. Donc, quel que soit le prix d'une toise du premier ouvrage, celui d'une toise du second doit être = aux $\frac{4}{3}$ de ce même prix.

Or, suivant l'énoncé, on a payé $\frac{7.236}{12} = 603$ fr. pour une toise du premier ouvrage; on doit donc payer, pour une toise du second $\frac{603 \times 4}{3} = 201 \times 4 = 804$ fr., et puisqu'on a donné 8.040 fr., il y avait un nombre de toises = à $\frac{8.040}{804} = 10$.

1039. Les difficultés étant 3 à 4, s'il faut 3 heures pour faire une toise du premier ouvrage, il faut 4 heures pour en faire une du second. Donc, tandis que l'ouvrier fait $\frac{1}{3}$ de toise dans le premier terrain, il ferait $\frac{1}{4}$ de toise dans le second; tandis qu'il fait 1 toise dans le premier terrain, il n'en ferait que $\frac{3}{4}$ dans le second; tandis qu'il en fait $1 \times 8 = 8$ dans le premier terrain, il n'en ferait que $\frac{3}{4} \times 8 = 6$ dans le second.

1040. Le premier ouvrier fait $\frac{288}{36} = 8$ toises d'ouvrage par heure.

La force des ouvriers étant 3 à 2, dans le même temps, le second ouvrier ne ferait que $\frac{8 \text{ toises} \times 2}{3}$.

La difficulté de l'ouvrage étant 3 à 4, le second ouvrier, dans le second terrain, ne fera que $\frac{8 \text{ toises} \times 2 \times 3}{3 \times 4} = 2 \times 2 = 4$ toises, et, en 24 heures, il en fera $4 \times 24 = 96$ toises.

1041. (533.)

1042. (523.)

1043. (535.)

1044. (519.)

1045. (540.)

1046. (539.)

1047. (538.)

1048. (536.)

1049. (534.)

1050. (537.)

1051. $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}+\frac{6}{12}+\frac{4}{12}=$, en supprimant les dénominateurs, $9+8+6+4=27$.

Donc, sur 27 fr., le premier doit avoir 9 fr., le deuxième 8, le troisième 6, le quatrième 4.

Or, $\frac{10.800}{27}=\frac{1.200}{3}=400$. Donc,

Le premier aura..................	$9 \times 400 =$	3.600.
Le deuxième.....................	$8 \times 400 =$	3.200.
Le troisième.....................	$6 \times 400 =$	2.400.
Le quatrième....................	$4 \times 400 =$	1.600.
Total.......................		10.800.

1052. Le premier ayant 10 fr. et le deuxième 7 fr., le troisième, suivant l'énoncé, aurait les $\frac{5}{14}$ de $7=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}$, et le quatrième aurait les $\frac{9}{12}$ des $\frac{3}{2}=\frac{27}{24}=\frac{9}{8}$.

Donc les bénéfices respectifs seraient 10 fr., 7 fr., $\frac{3 \text{ fr.}}{2}$ et $\frac{9 \text{ fr.}}{8}$. En faisant disparaître les dénominateurs, on aura 80, 56, 12 et 9, dont le total sera 157 au lieu d'être 7.850, et comme $\frac{7.850}{157}=50$, il en résulte que chaque personne a dû recevoir, savoir :

La première.....................	$80 \times 50 =$	4.000.
La deuxième.....................	$56 \times 50 =$	2.800.
La troisième.....................	$12 \times 50 =$	600.
La quatrième	$9 \times 50 =$	450.
Total.......................		7.850.

1053. Lorsque le deuxième a 5 fr., le troisième en a 9; lorsque le troisième a 7 fr., le quatrième en a 11. Donc, la mise du quatrième est les $\frac{11}{7}$ de celle du troisième; donc, lorsque le deuxième a 5 fr. et le troisième 9, le quatrième a $9 \times \frac{11}{7}=\frac{99}{63}$. En faisant disparaître le dénominateur, on au-

rait 35, 63, 99, pour les bénéfices respectifs des deuxième, troisième et quatrième.

Or, suivant l'énoncé, celui du premier est les $\frac{13}{9}$ du quatrième; donc celui du quatrième était 99. Celui du premier doit être $= à\ 99 \times \frac{13}{9} = 11 \times 13 = 143$, et le total des quatre sommes sera 340; total trop petit d'un nombre de fois $= à\ \frac{3.400}{340} = 10$. Donc les bénéfices sont réellement 1.430, 350, 630 et 990 fr.

Or, le premier a mis 2.860 fr. et il a gagné 1.430 fr.; donc, 1.430 fr. viennent de 2.860 fr.

1 fr. vient de $\frac{2.860}{1.430} = 2$; donc, chacun a mis le double de ce qu'il a retiré, etc.

1054. (532.)

1055. Suivant l'intention du testateur et en comparant le rapport inverse qui doit exister entre la part du premier et celle des 4 autres héritiers, on trouvera que

lorsque le 1er aura { 20 fr., le deuxième / 18 le troisième / 12 le quatrième / 10 le cinquième } en aura 30.

Donc, les rapports des parts seront

$$\frac{1}{1},\ \frac{30}{20},\ \frac{30}{18},\ \frac{30}{12} \text{ et } \frac{30}{10};$$
$$= \frac{1}{1},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{5}{2},\ \frac{3}{1},$$
$$= \frac{6}{6},\ \frac{9}{6},\ \frac{10}{6},\ \frac{15}{6},\ \frac{18}{6},$$
$$= 6,\ 9,\ 10,\ 15 \text{ et } 18, \text{ qui font } 58.$$

Donc, la succession sera partagée en 58 portions $= à\ \frac{360,000}{58} = \frac{180.000}{29}$, et

le premier aura $\frac{180.000 \times 6}{29} = 37.241$ fr. $\frac{11}{29}$.

le deuxième $\frac{180.000 \times 9}{29} = 55.862\ \frac{2}{29}$.

le troisième $\frac{180.000 \times 10}{29} = 62.068\ \frac{28}{29}$.

à reporter........... 155.172 $\frac{12}{29}$.

Report............. 155.172 $\frac{12}{29}$.

le quatrième $\dfrac{180.000 \times 15}{29} = 93.103 \ \frac{13}{29}$.

le cinquième $\dfrac{180.000 \times 18}{29} = 111.724 \ \frac{4}{29}$.

Total.......... 360.000 fr.

Si l'on eût pris pour point de comparaison des rapports la part du deuxième, on aurait cette expression :

Lorsque le 2e aura { 30 fr., le premier / 18 le troisième / 12 le quatrième / 10 le cinquième } aura 20 fr.

Ce qui donnerait pour les parts respectives comparées à la deuxième :

$\frac{1}{1}$, $\frac{20}{30}$, $\frac{20}{18}$, $\frac{20}{12}$, $\frac{20}{10}$,

qui, réduits en nombres entiers, donnent 9, 6, 10, 15 et 18, dont le total est 58 comme dessus; ce qui prouve que le choix de la part qui sert de point de comparaison est arbitraire.

1056. En ramenant la question à sa plus simple expression comme la précédente, on aura :

1°. En faisant 3 toises, il faut 40 ouvriers.

En en faisant 1, il en faudra 40×3.

En en faisant 4, il en faudra $\dfrac{40 \times 3}{4} = 10 \times 3 = 30$. $30 + 25 = 55$.

2°. En faisant 3 toises, il faut 45 ouvriers.

En en faisant 1, il en faut 45×3.

En en faisant 5, il faut $\dfrac{45 \times 3}{5} = 9 \times 3 = 27$. $27 + 55 = 82$.

Il s'agit donc maintenant de connaître combien 82 ouvriers feront de toises, lorsque 55 en ont fait 275.

Alors on aura :

55 ouvriers ont fait 225 toises.

1 en a fait $\dfrac{225}{55}$.

82 en feront $\dfrac{275 \times 82}{55} = \dfrac{55 \times 82}{11} = 11 \times 82 = 902$ toises.

1057. Les forces des ouvriers n'étant point égales, il faut d'abord les réduire à une même expression. Alors on dira :

En faisant 2 toises pendant un certain temps, il faut 15 hommes.

En faisant 1 toise, il en faudrait 15×2.

En en faisant 3, il en faudra $\frac{15 \times 2}{3} = 10$ hommes.

Donc, la question est ramenée à connaître combien il faut d'hommes pour faire 819 toises, quand 19 en ont fait 39.

Dans ce cas :

39 toises ont été faites par 19 ouvriers.

1 toise a été faite par $\frac{19}{39}$.

819 toises ont été faites par $\frac{19 \times 819}{39} = \frac{273}{13} = 21$ ouvriers.

1058. (550.)

1059. (541.)

1060. (542.)

1061. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} = \frac{20}{60}, \frac{15}{60}, \frac{12}{60}$.

Donc, les rapports des mises sont 20, 15 et 12; et, dans ce cas, les mises respectives, comparativement à 120.790 fr., sont $\frac{20}{47}, \frac{15}{47}$ et $\frac{12}{47}$. Donc la troisième personne laisse à partager $\frac{120.790 \times 12}{7} = 30.840$ fr.

Or, les mises des deux premiers étant en rapport comme 20 à 15, comparativement aux 30.840 fr. dont ils héritent, elles sont $\frac{20}{35}$ et $\frac{17}{35}$.

Donc le premier doit avoir, pour sa part des 30.840 fr., $\frac{30.840 \times 20}{35} = \frac{30.840 \times 4}{7} = 17.622$ fr. $\frac{6}{7}$.

Le deuxième $\frac{30.840 \times 13}{35} = \frac{30.840 \times 3}{7} = 13.217$ fr. $\frac{1}{7}$.

1062. (531.)

1063. (524.)

1064. (530.)

1065. (525.)

1066. (546.)

1067. Les nombres étant comme 3 à 2, le premier étant 3, le deuxième est 2 ; le premier étant 1, le deuxième est $\frac{2}{3}$. Donc le plus petit est égal aux $\frac{2}{3}$ du plus grand, et, suivant l'énoncé, $\frac{1}{1} \times \frac{2}{3} = (\frac{1}{1} + \frac{2}{3}) \times 6 = \frac{30}{3} = \frac{10}{1}$. Donc le plus grand nombre, multiplié par ses $\frac{2}{3}$, $=$ 10 fois ce même nombre. Donc il est $=$ à $\frac{10}{\frac{2}{3}} = \frac{10 \times 3}{2} = 5 \times 3 = 15$; et, dans ce cas, le deuxième $= \frac{15}{3} \times 2 = 10$.

Si l'on eût dit : Deux nombres sont entr'eux comme 9 à 7, et en divisant leur produit par $11\frac{15}{16}$, on a leur somme ; suivant le même principe, on aurait eu :

$\frac{1}{1} \times \frac{7}{9} = (\frac{1}{1} + \frac{7}{9}) \times 11\frac{15}{16} = \frac{16}{9} \times \frac{189}{16} = \frac{21}{1}$:

$\frac{21}{\frac{7}{9}} = \frac{21 \times 9}{7} = 3 \times 9 = 27 =$ le plus grand nombre.

1068. En supposant $\frac{1}{1}$ pour la première partie, la deuxième sera $\frac{3}{5}$. Le total sera $\frac{8}{5}$; donc les $\frac{5}{9} = \frac{40}{45}$. Donc, suivant l'énoncé, $\frac{1}{1} - \frac{40}{45} = 50$; $\frac{45}{45} - \frac{40}{45} = 50$; $\frac{5}{45} = 50$; $\frac{1}{45} = 10$, et $\frac{1}{1} = 450$. Donc la première partie est 450, et la deuxième $\frac{450 \times 3}{5} = 90 \times 3 = 270$.

1069. Si la plus grande partie est $\frac{1}{1}$, la plus petite est $44 - \frac{1}{1}$. Donc $(\frac{1}{1} + 5) : (44 + 7 - \frac{1}{1}) :: 4 : 3$. Donc,

$$\frac{\frac{1}{1} + 5}{51 - \frac{1}{1}} = \frac{4}{3};$$

$$\frac{1}{1} + 5 = \frac{204}{3} - \frac{4}{3}.$$

$$\frac{7}{3} + 5 = \frac{204}{3} = 68.$$

$$\frac{7}{3} = 68 - 5 = 63.$$

$\frac{3}{3} = \frac{63 \times 3}{7} = \frac{189}{7} = 27 =$ le plus grand nombre. $44 - 27 = 17 =$ le plus petit.

On eût pu dire aussi :

$$\frac{\frac{1}{1} + 5}{51 - \frac{1}{1}} = \frac{4}{3}.$$

En substituant le quotient au diviseur :

$$\frac{\frac{1}{1}+5}{\frac{4}{5}} = 51 - \frac{1}{1};\ \frac{1}{1}+5 = 68 - \frac{4}{5}.$$

$\frac{7}{5} = 63$, etc.

Ou en raison de l'égalité du produit des extrêmes et des moyens :

$(\frac{1}{1}+5\times 3) = 51 - \frac{1}{1}\times 4.$

$\frac{5}{1}\times 15 = 204 - \frac{4}{1}.$

$\frac{7}{1}\times 15 = 204.$

$\frac{7}{1} = 189.$

$\frac{1}{1} = 27$; etc.

1070. Si la première était 2, la deuxième serait 3, la troisième 4, et le total serait 9. Donc, les nombres demandés sont en rapport comme 2, 3 et 4, et leur somme est 108.

Donc $\frac{108}{9} = 12.$

$2\times 12 = 24 =$ la première partie.

$3\times 12 = 36 =$ la deuxième.

$4\times 12 = 48 =$ la troisième.

1071. Le plus petit nombre étant représenté par $\frac{1}{1}$, on aura

$$\frac{1}{1}+12 : \frac{2}{1}+12 :: 5 : 7.$$

L'égalité du produit des extrêmes et des moyens, donne $\frac{7}{1}+84 = \frac{10}{1}+60$, qui se réduisent à $\frac{3}{1} = 84 - 60 = 24$; $\frac{1}{1} = 8.$

Donc, le plus petit nombre $= 8$, le plus grand $= 16$.

L'égalité des quotiens donnerait $\frac{\frac{1}{1}+12}{\frac{2}{1}+12} = \frac{5}{7}.$

$$\frac{\frac{7}{1}+84}{\frac{2}{1}+12} = 5.$$

$71 + 84 = \frac{10}{1} + 60$, etc.

1072. $\frac{1}{1}+20 = \frac{\frac{1}{1}+100}{3}.$

$\frac{3}{1}+60 = \frac{1}{1}+100.$

$\frac{3}{1} = \frac{1}{1}+40$; $\frac{2}{1} = 40$, $\frac{1}{1} = 20.$

1073. Le plus grand nombre étant $\frac{1}{1}$ ou $\frac{5}{5}$, on aura :

$\frac{1}{5}+4 = \frac{\frac{5}{5}+6}{3}$; $\frac{3}{5}+12 = \frac{5}{5}+6.$

$\frac{3}{5}+6 = \frac{5}{5}$; $\frac{2}{5} = 6$; $\frac{1}{5}$ ou le plus petit nombre $= \frac{6}{2} = 3$, et le plus grand $= 3\times 5 = 15.$

1074. (544.)

1075. (545.)

1076. 1re troupe.

Un ouvrier, en 1 jour de huit heures, a fait un nombre de toises $= \text{à } \frac{180 \times 4 \times 3 \times 8}{135 \times 24 \times 9} = \frac{16}{27} = \frac{16}{27}$ de toises.

2e troupe.

Un ouvrier, en 1 jour de 8 heures, a fait un nombre de toises $= \text{à } \frac{200 \times 4 \times 2\frac{1}{2}}{150 \times 30} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9}$ de toises $= \frac{12}{27}$.

Donc le rapport est 16 à 12 = 8 à 6 = 4 à 3.

1077. En ramenant cette question à sa plus simple expression, on raisonnera comme il suit :

Un nombre d'ouvriers = à (140×9), en travaillant pendant un nombre d'heures = à $(7\frac{1}{2} \times 546)$, ont fait une digue dont la mesure en toises est exprimée par $(216 \times 1\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{5} \times 7)$. Quelle sera la mesure d'une digue faite par un nombre d'hommes = à (192×11), en un nombre d'heures = à $(8\frac{1}{3} \times 975.)$

La suite du calcul fait connaître que les derniers ouvriers, dans le temps donné, feraient un nombre de toises = à

$$\frac{216 \text{ toises} \times 1\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{5} \times 7 \times 192 \times 11 \times 8\frac{1}{3} \times 975}{140 \times 9 \times 7\frac{1}{2} \times 546} = \frac{8 \text{ toises} \times 32 \times 11 \times 25 \times 325}{3 \times 273};$$

Mais la seconde digue a 2 toises $\frac{1}{2}$ de hauteur, 4 toises $\frac{1}{6}$ de largeur, et le terrain a 11 degrés de dureté. Donc, l'expression trouvée est trop grande d'un nombre de fois = à $2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{6} \times 11$, et la longueur demandée n'est réellement que de

$$\frac{8 \text{ tois.} \times 32 \times 11 \times 25 \times 325}{3 \times 273 \times 2\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{6} \times 11} = \frac{8 \times 32 \times 65 \times 2 \times 2}{273} = \frac{66.560}{273} = 243 \text{ toises } \frac{221}{273}.$$

1078. (552.)

1079. (553.)

1080. Puisqu'il ne restait rien à l'ivrogne après sa dernière

dépense de 8 fr., il est évident que le double de son troisième reste était 8 fr. Dans ce cas :

Le quatrième reste = 8 fr. avant la dépense.

Le troisième reste $= \frac{8}{2} + 8 = 12$ fr.

Le deuxième reste $= \frac{12}{2} + 8 = 14$ fr.

Le premier reste $= \frac{14}{2} + 8 = 15$ = la somme qu'avait l'ivrogne.

En effet :

1°. Il a 15 fr., il dépense 8 fr., il lui reste 7 fr.

2°. Il a $7 \times 2 = 14$ fr., il dépense 8 fr., il lui en reste 6.

3°. Il a $6 \times 2 = 12$ fr., il dépense 8 fr., il lui en reste 4.

4°. Il a $4 \times 2 = 8$ fr., il dépense 8 fr., il lui reste 0.

Par une autre analogie, on arriverait au même résultat. Cette solution, quoiqu'aussi directe, entraîne à des calculs un peu plus longs. Voici le raisonnement : Si, l'ivrogne n'ayant rien dépensé, on lui eût doublé 3 fois la somme qu'il avait, il devrait avoir 8 fois cette même somme; or, puisqu'il ne lui reste rien, il est évident que 8 fois la somme qu'il avait représentent les dépenses qui n'ont pas été déduites, qui sont $(8 \times 8) + (8 \times 4) + (8 \times 2) + 8 = (64 + 32 + 16 + 8) = 120$, et que, dans ce cas, une fois la somme représente $\frac{120}{8} = 15$, comme on l'a trouvé ci-dessus.

En effet, 8×8 représentent la première dépense doublée 3 fois; 8×4 représentent la deuxième doublée 2 fois; 8×2 représentent la troisième doublée; 8 représente la quatrième dépensée.

Suivant les données de l'énoncé, et suivant les nombres qu'il exprime, il arrive souvent que cette dernière méthode est préférable. Dans le cours des solutions, j'en donnerai plusieurs exemples, surtout dans les questions relatives aux fractions.

1081. En triplant la somme trois fois, on a 27 fois la même somme; en ne retranchant point les 3 fr., on a $(3 \times 9) + (3 \times 3) + 3 = 39 + 10,14 = 49,14$; $\frac{49,14}{27} = 1,82$ = la somme demandée.

On voit que, par la même analogie, on peut résoudre tous les cas, et que l'application du principe ne présente aucune difficulté.

1082. (556.)

1083. (555.)

1084. (559.)

1085. (554.)

1086. (557.)

1087. (558.)

1088. (560.)

1089. (551.)

1090. En se reportant à ce qui a été dit par les solutions précédentes, le tableau suivant se comprendra sans démonstration :

	1re.	2e.	3e.	4e.	5e.
Fin de la 5e partie.......	80	40	20	10	5.
Pertes et gains..........	40	20	10	5	75.
Fin de la 4e............	40	20	10	5	80.
Pertes et gains..........	20	10	5	75	40.
Fin de la 3e............	20	10	5	80	40.
Pertes et gains..........	10	5	75	40	20.
Fin de la 2e............	10	5	80	40	20.
Pertes et gains..........	5	75	40	20	10.
Fin de la 1re............	5	80	40	20	10.
Pertes et gains..........	75	40	20	10	5.
Mise au jeu............	80	40	20	10	5.

Quel que soit le nombre des joueurs, les conditions étant les mêmes, par un raisonnement analogue, on parviendra tout aussi facilement à la solution.

1091. Suivant le raisonnement fait pour résoudre la question suivante, $18.000 + \frac{18.000}{3} + 25.000 = 49.000$; $49.000 - 18.000 - 31.000 =$ la part du troisième enfant.

$$49.000 + \frac{49.000}{2} + 20.000 = 93.500.$$

$93.500 - 49.000 = 44.500 =$ la part du deuxième.

$93.500 + \frac{93.500}{1} + 15.000 = 202.000 =$ le bien du père,

et $202.000 - 93.500 = 108.500 =$ la part du premier.

1092. Puisque le neuvième enfant a eu le reste de la succession ou 9.000 fr., il est évident que ce reste est égal aux $\frac{9}{10}$ de ce qui restait après que le huitième enfant a eu ajouté $\frac{1}{10}$ aux 8.000 fr. qu'il a dû prélever, suivant l'énoncé, comme huitième enfant; dans ce cas, il restait

$$9.000 + \frac{9.000}{9} + 8\ 000 = 18.000 \text{ fr.}$$

Donc, le huitième enfant a eu 18.000 fr. — 9.000 = 9.000 fr., comme le neuvième.

Par le même raisonnement, on trouvera que les 18.000 fr. qui restaient après le prélèvement du septième enfant, provenant de $18.000 + \frac{18.000}{9} + 7.000$ fr. $= 27.000$ fr.; et que conséquemment le septième enfant a eu 27.000 fr. — 18.000 = 9.000, comme le huitième et le neuvième. Mais, par un cas particulier à la question, le dixième de la somme restante augmente de 1.000 à mesure qu'on remonte vers le premier résultat, tandis qu'au contraire, la somme prélevée par l'enfant, suivant son rang, diminue d'autant; donc tous les résultats seront semblables; conséquemment chaque enfant a eu 9 000 fr., et le bien du père était égal à $9.000 \times 9 = 81.000$ fr.

1093. Suivant le second raisonnement fait pour résoudre la question suivante, on trouvera que si le capital eût été doublé 3 fois, sans qu'on en déduisît les intérêts, à la fin de la troisième année, on aurait $2 \times 2 \times 2 = 8$ fois le capital.

Or, suivant l'énoncé, on ne devrait l'avoir que 3 fois; donc, les déductions qu'on aura dû faire, en les multipliant successivement, représentent 5 fois le capital; donc, $(1.000 \times 8) + (1.000 \times 4) + (1.000 \times 2) = 14.000 = 5$ fois le capital primitif; 1 fois ou la somme empruntée $= \frac{14.000}{5} = 2.800$ fr.

Suivant le premier raisonnement, la solution de cette

question eut été beaucoup plus longue, et elle n'aurait pu s'effectuer par les nombres entiers.

Voir les solutions des questions qui se rapportent à celle-ci, et dont les solutions sont déduites de la théorie des fractions.

1094. S'il n'eût pas payé d'intérêt chaque année, après 3 ans, il aurait eu, savoir :

Première année.... $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$ de son capital.

Deuxième année... $\frac{4}{3} + \frac{\frac{4}{3}}{3} = \frac{4}{3} + \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$.

Troisième année... $\frac{16}{9} + \frac{\frac{16}{9}}{3} = \frac{16}{9} + \frac{16}{27} = \frac{64}{27}$.

Or, suivant l'énoncé, ils ne devraient avoir que $\frac{2}{1}$ ou $\frac{54}{27}$; il a donc $\frac{10}{27}$ de plus qu'il ne devrait avoir, et ces $\frac{10}{27}$ proviennent des 1.000 fr. que nous n'avons pas déduits chaque année, et qui doivent faire la différence suivante, savoir :

1re année. $1.000 + \frac{1.000}{3} = 1.333, \frac{1}{3}$.

2e année. $1.333\frac{1}{3} + 1.000 + \frac{1.333\frac{1}{3} + 1.000}{3} = 3.111\frac{1}{9}$.

3e année. $3.111\frac{1}{9} + 1.000 + \frac{3.111\frac{1}{9} + 1.000}{3} = 5.481\frac{13}{27}$.

Donc, en ne déduisant pas chaque année les 1.000 fr., le produit de la troisième année serait augmenté de $5.481\frac{13}{27}$. Or, nous avons vu qu'il est plus fort qu'il ne devrait être de $\frac{10}{27}$; donc,

$\frac{10}{27}$ de la somme empruntée $= 5.481$ fr. $\frac{13}{27}$.

$\frac{1}{27}$ de la même somme $= \frac{5.481\frac{13}{27}}{10}$.

$\frac{27}{27}$ ou la somme entière $= \frac{5.481\frac{13}{27} \times 27}{10} = \frac{148.000}{10}$ $= 14.800$ fr. Donc, la somme empruntée $= 14.800$ fr.

Voir (562 de la 2e édition).

1095. (563.)

1096. (564.)

1097. (565.)

1098. (566.)
1099. (567)
1100. (568.)
1101. (569.)
1102. (570.)
1103. (571.)
1104. (572.)
1105. (573.)
1106. (574.)
1107. (575.)
1108. (577.)
1109. (576.)

1110. Quelles que soient les parts de chaque personne, il est évident que la part de la première est divisible par 5, et celle de la deuxième par 7. Donc, il s'agit de partager 354 fr. de manière à ce que l'une des parts soit divisible par 5 et l'autre par 7. Dans ce cas, en retranchant d'abord 7 de 354, jusqu'à ce que le reste soit divisible par 5, on aura $354 - 7 = 347$; $347 - 7 = 340$; 340 étant divisible par 5, les sommes pourraient être $7 \times 2 = 14$ et 340. Mais cette solution ne serait pas la seule; car en retranchant $7 \times 5 = 35$ de 340, on aura pour reste une somme divisible encore par 5, tandis que celle retranchée le sera aussi par 7; alors les sommes pourraient être aussi $35 + 14 = 49$, et $340 - 35 = 305$. Donc, on aura autant de solutions, plus une, qu'on pourra retrancher de fois 35 de 340 pour les ajouter à 14.

Donc, la question est susceptible des 10 solutions suivantes:

1°.	14 et 340 qui se réduisent à	2 et 68.
2°.	49 et 305..................	7 et 61.
3°.	84 et 270..................	12 et 54.
4°.	119 et 235..................	17 et 47.
5°.	154 et 200..................	22 et 40.
6°.	189 et 165..................	27 et 33.
7°.	224 et 130..................	32 et 26.
8°.	259 et 95..................	37 et 19.
9°.	294 et 60..................	42 et 12.
10°.	329 et 25..................	47 et 5.

En admettant des nombres fractionnaires, cette question est susceptible d'une infinité de solutions, et l'on peut sup-

poser tel nombre que l'on voudra pour la part de la première personne, afin d'y subordonner celle de la deuxième. Soit, par exemple, 10 fr. la part de la première, on aura $10 \times 5 = 50$; $354 - 50 = 304$. Soit 45, au lieu de 10, on aura $45 \times 5 = 225$; $\frac{304}{7} = 43\frac{3}{7}$ = la part de la deuxième.

$354 - 125 = 129$; $\frac{129}{7} = 18\frac{3}{7}$ = la part de la 2e, etc.

1111. 8 fois les œufs de la première + 7 + 10 fois ceux de la deuxième + 7 = 100.

Donc, 8 fois les œufs de la première + 10 fois ceux de la deuxième = 100 — 14 = 86.

$86 - 8 = 78$; $78 - 8 = 70$. Ce dernier nombre étant divisible par 10, les nombres 2 et $\frac{70}{10}$ ou 7, satisfont aux conditions, et, suivant ce qui a été dit pour les questions précédentes, le plus petit nombre, divisible par 8 et par 10, étant 40 *, il en résulte que $70 - 40 = 30$, et que, dans ce cas, les nombres $2 + 5 = 7$ et $\frac{30}{10} = 3$, remplissent aussi les conditions. Mais 40 ne pouvant plus être soustraits de 30, il en résulte qu'il n'y a que deux solutions qui donnent pour les nombres d'œufs,

1°. $2 \times 8 + 7 = 23$ et $7 \times 10 + 7 = 77$.
2°. $7 \times 8 + 7 = 63$ et $3 \times 10 + 7 = 37$.

1112. $1.000 - 19 = 981$; $981 - 19 = 962$. Ce dernier nombre étant divisible par 13, les nombres 2 et $\frac{962}{13} = 74$, remplissent une des conditions.

$13 \times 19 = 247$; $962 - 247 = 715$.
$715 - 247 = 468$; $468 - 247 = 221$.

Et par suite $2 + 13 = 15$ et $\frac{715}{13} = 55$.

---

* Les nombres 8 et 10 ayant un diviseur commun, qui est 2, il en résulte que $\frac{8 \times 10}{2}$ ou 40 sont divisibles par 8 et par 10 comme 80.

$$15 + 13 = 28 \text{ et } \frac{468}{13} = 36.$$

$$28 + 13 = 41 \text{ et } \frac{221}{13} = 17.$$

Donnent 3 autres solutions; donc, le problème est susceptible des 4 solutions suivantes :

1°. 2 hommes et 74 femmes.
2°. 15 hommes et 55 femmes.
3°. 28 hommes et 36 femmes.
4°. 41 hommes et 17 femmes.

1113. Si le nombre divisible par 3 était 3, l'autre serait 22, et ces deux nombres rempliraient les conditions, puisque 22 sont divisibles par 2. Mais cette solution n'est pas la seule; car, en retranchant un nombre pair d'un nombre pair, il reste un nombre également pair. Or, 2 fois 3 font 6, qui sont un nombre pair; donc, autant de fois on pourra retrancher 6 de 22, autant de solutions on aura, et comme $\frac{22}{6} = 3$ avec un reste 4, il en résulte qu'avec la solution déjà trouvée, on a les 4 solutions suivantes :

1°. .... 22 et 3.
2°. $22 - 6$ et $3 + 6 = 16$ et 9.
3°. $16 - 6$ et $9 + 6 = 10$ et 15.
4°. $10 - 6$ et $15 + 6 = 4$ et 21.

1114. $1.770 - 31 = 1.739$; $1.739 - 31 = 1.708$; $1.708 - 31 = 1.677$; $1.677 - 31 = 1.646$; $1.646 - 31 = 1.584$; $1.584 - 31 = 1.553$; $1.553 - 31 = 1.522$; $1.522 - 31 = 1.491$. Ce dernier nombre étant divisible par 3 et par 7, il en résulte qu'on a, pour la première solution, 9 et $\frac{1.491}{21} = 71$; les facteurs de 21 étant 3 et 7, il est plus facile d'essayer la division en prenant le tiers et le septième qu'en prenant le vingt-unième.

Mais lorsque les diviseurs sont trop grands pour qu'on puisse juger au premier coup d'œil de la divisibilité, on peut éviter de faire les divisions successives, en opérant comme il suit :

$\frac{1.770}{21}$ donnent 6 pour reste ; donc, si on retranchait

continuellement 21 de 1.770, ce reste serait toujours le même.

Mais si d'une somme divisible par 21, on retranche 31, il en résultera qu'après la première soustraction, il s'en manquera de 10 que le reste soit divisible par 21. Or, il faudrait retrancher 6 de 1.770, pour que cette somme fût divisible par 21; donc, après en avoir retranché 31, il faudrait ajouter $10 - 6 = 4$, pour que le reste fût divisible par 21.

Donc, après la première soustraction, il manque 4; après la deuxième, il manque 14; après la troisième, il manque $24 - 21 = 3$; après la quatrième, il manque 13; après la cinquième, il manque $23 - 21 = 2$. Donc, deux soustractions diminuent la différence de 1, et pour la diminuer de 4, il en faudrait 8 qui, jointes à la première, font 9. Donc, etc.

Maintenant $31 \times 21 = 651$, et $1.491 - 681 = 840$; $840 - 651 = 189$, donnent deux autres solutions, en sorte que le problème est susceptible des trois solutions suivantes :

1°. .... 9 chevaux et 71 bœufs.

2°. $9 + 21 = 30$ chevaux et $\frac{840}{21} = 40$ bœufs.

3°. $30 + 21 = 51$ chevaux et $\frac{189}{21} = 9$ bœufs.

1115. $100 - 11 = 89$; $89 - 11 = 78$; $78 - 11 = 67$; $67 - 11 = 56$. 56 étant le premier nombre qui soit divisible par 7, il en résulte que les nombres 56 et $100 - 56 = 44$, rempliront les conditions. Maintenant, en ajoutant 11 à 56, on ajoute un nombre qui, divisé par 7, donne 4 pour reste. Donc, le total des nombres ajoutés à 56 ne seront une autre fois divisibles par 7 que lorsque la somme du reste, multiple de 4, sera divisible par 7. Or, le plus petit multiple de 4, divisible par 7, est $4 \times 7 = 28$; et, dans ce cas, il faudrait ajouter 7 fois 11 ou 77, tandis qu'il ne reste que 56. Donc, les nombres 44 et 56 sont les seuls qui conviennent, et ce problème est déterminé.

1116. Cette question se rapporte à la précédente, mais l'on peut prendre le nombre que l'on voudra pour le premier, afin d'y subordonner le deuxième.

Soit, par exemple, 10 le premier nombre, on aura $75 \times 10 = 750$; $750 - 33 = 717$; $\frac{717}{99} = 7 \frac{24}{99}$ = le deuxième.

Donc, les solutions en nombres fractionnaires sont à l'infini.

On trouvera aussi les solutions en nombres entiers en déterminant les restes successifs, qui sont 51, 27, 3, 78, 54, 30, 6, 81, 57, 33; d'où il résulte qu'on a ajouté 9 fois 75 aux deux premières fois, ce qui fait 11 fois. Donc, le plus petit multiplicateur de 75 est 11, pour que les deux nombres soient des nombres entiers. Dans ce cas, le premier nombre est 11 et le deuxième $\frac{75 \times 11 - 33}{99} = \frac{792}{99} = 8$.

Pour déterminer les autres multiplicateurs, on trouvera que $75 \times 99 = 99 \times 75$; mais 75 et 99 étant chacun divisibles par 3, il est évident que $\frac{75}{3} \times \frac{99}{3} = \frac{99}{3} \times \frac{75}{3}$, comme $25 \times 33 = 33 \times 25$.

Donc, autant de fois on ajoutera 25 à 11 et 33 à 8, autant de solutions en nombres entiers on obtiendra. Donc, il y a une infinité de solutions en nombres entiers comme en nombres fractionnaires.

Il existe une infinité d'analogies et de rapprochemens qui pourraient faire trouver les solutions de ces sortes de problèmes, en suivant une autre route; mais j'ai pensé qu'il était suffisant d'indiquer un des moyens les plus simples et les plus faciles, et qui s'appliquent à toutes les questions du même genre.

1117. On peut encore, dans cette question, prendre le nombre que l'on voudra pour la première somme, afin d'y subordonner la deuxième. Soit, par exemple, 2 la première somme, on aura :

$39 \times 2 = 78$; $78 -$ [illegible] $= 67$.

[illegible] $\frac{11}{[illegible]}$ = le [illegible] nombre.

[illegible] problème [illegible] ible d'une infinité de solutions [illegible]

S'il [illegible] entiers que résoudrait le [illegible] ; mais elle ne prés[illegible] déterminera ces nomb[illegible]

On rem[illegible] 2 et la deuxième [illegible]. En ajoutant 39 à [illegible]

En suivant, on aura par les différences successives, en ajoutant 39 au reste après en avoir retranché 56, toutes les fois qu'il sera possible de le faire, 22, 5, 44, 27, 10, 49, 32, 15, 54, 37, 20, 3, 42, 25, 8, 47, 30, 13, 52, 35, 18, 1, 40, 23, 6, 45, 28 et 11. D'où il résulte que l'on a ajouté 27 fois 39 aux deux premières fois; ce qui fait 29 en tout. Donc le plus petit multiplicateur de 39 est 29, pour que les deux nombres soient des nombres entiers. Dans ce cas, la première somme est 29, et la deuxième $= \frac{39 \times 29 - 11}{56}$.

$$\frac{1.120}{56} = 20.$$

Maintenant que les deux premiers multiplicateurs sont connus, pour trouver les autres, on remarquera que la différence devant toujours être 11, les nouveaux multiplicateurs devront augmenter les produits d'une somme égale. Dans ce cas, le multiplicateur de 39 ne pourra être augmenté que de 56 ou d'un de ses multipliés, et celui de 56, de 39 ou d'un de ses multipliés, parceque $39 \times 56 = 56 \times 39$, et que conséquemment, les deux produits étant augmentés d'une même somme, la différence reste toujours la même. Donc, autant de fois on ajoutera 56 à 29 et 39 à 20, autant de solutions différentes on aura en nombres entiers. Donc il y a une infinité de solutions en nombres entiers comme en nombres fractionnaires.

1118. S'il y avait un homme seul, il devrait y avoir un nombre de femmes = à $\frac{25 + 1}{16} = \frac{26}{16} = 1 + 10$ de reste.

Mais il ne peut pas y avoir un nombre fractionnaire de femmes; donc, suivant ce qui a été dit pour les questions précédentes, il faut suivre les divisions jusqu'à ce que le multiple de 25 augmenté de un soit divisible par 16 juste. Dans ce cas, on aura :

$25 + 1 = 26.\ \frac{26}{16}$ donne 10 pour reste.

$50 + 1 = 51.\ \frac{51}{16}$ donne 2 pour reste.

$75 + 1 = 76.\ \frac{76}{16}$ donne 12 pour reste.

Sans poursuivre plus loin, on voit que la troisième différence est augmentée de 2, comparativement à la première, et que conséquemment deux opérations donnent une différence de 2; et que, puisque la première différence est 10, après 6 opérations, elle sera 16, qui se réduiront à 0. Donc, $6+1=7=$ le nombre d'hommes, qui ont dépensé $25 \times 7 = 175$, et un nombre de femmes $=$ à $\frac{176}{16} = 11$.

D'après le principe établi P. 1117, autant de fois on ajoutera 16 au nombre 7 qui exprime les hommes et 25 au nombre 10 qui exprime les femmes, autant de solutions on aura. Donc ce problème est susceptible d'une infinité de solutions.

1119. Cette question se rapporte à la précédente. D'après le même principe :

$31+7=38$; $\frac{38}{20}$ donnent pour reste 18.

$31 \times 2+7=69$; $\frac{69}{20}$ donnent pour reste 9.

$31 \times 3+7=100$; $\frac{100}{20}$ donnent pour reste 0.

Donc la question est résolue, et la première solution donne 3 chevaux qui coûtent 93 fr., et un nombre de bœufs $=$ à $\frac{93+7}{20} = 5$.

Et par suite, 31 et 20 étant premiers entiers, on aura autant de solutions qu'on ajoutera de fois 20 à 3 et 31 à 5. Donc ce problème a une infinité de solutions.

1120. Suivant la question, 5 fois la première partie $+2$ et 7 fois la deuxième $+4=100$.

Donc 5 fois la première $+$ 7 fois la deuxième $+2+4=100$; donc 5 fois la première $+$ 7 fois la deuxième $=94$.

$94-7=87$; $87-7=80$. Ce dernier nombre étant divisible par 5, il en résulte que 2 et $\frac{80}{5}=16$ satisfont à la question. Mais, pour que la somme restante soit divisible par 5, il faut que celle retranchée soit aussi divisible par 5. Or, le plus petit multiple de 7 divisible par 5 est $7 \times 5 = 35$. Donc, autant de fois on pourra retrancher 35 de 80, autant de nouvelles solutions on aura; et, comme $80-35=45$ et

$45 - 35 = 10$, il en résulte qu'il y a deux autres solutions; ce qui fait 3 solutions, savoir :

La première : 2 et $\frac{80}{5} = 12$.

La deuxième : 7 et $\frac{45}{5} = 9$.

La troisième : 12 et $\frac{10}{5} = 2$.

Alors les parties sont :
1°. 18 et 82.
2°. 53 et 47.
3°. 88 et 12.

1121. $56 + 27 = 83$; $\frac{83}{39}$ donnent pour reste 5.

$56 \times 2 + 27 = 139$; $\frac{139}{39}$ donnent pour reste 22.

$56 \times 3 + 27 = 195$; $\frac{195}{39}$ donnent pour reste 0.

$56 \times 4 + 27 = 251$; $\frac{251}{39}$ donnent pour reste 17.

$56 \times 5 + 27 = 307$; $\frac{307}{39}$ donnent pour reste 34.

Ces premières opérations suffiront pour déterminer le nombre demandé, sans continuer les divisions, si l'on considère que chaque reste augmente successivement de 17; car $5 + 17 = 22$; $22 + 17 = 39$. Dans ce cas, le reste doit être 0. Puisque 39 est = au diviseur, $0 + 17 = 17$; $17 + 17 = 34$. $(34 + 17) - 39 = 12$; $12 + 17 = 29$. 12 et 29 seront les restes qui suivront le dernier reste 34, etc. En suivant de cette manière jusqu'à ce qu'on soit arrivé à avoir un reste = à 16, on aura fait 20 additions; ce qui prouve que le plus petit nombre entier qui puisse résoudre la question est $(56 \times 20) + 27 = 1.120 + 27 = 1.147$. Les nombres 56 et 39 étant premiers entre eux, il en résulte qu'on aura autant de solutions qu'on ajoutera de fois $56 \times 39 = 2.184$ à 1.147. Donc, ce problème a une infinité de solutions.

On pourrait encore résoudre cette question en employant

un procédé plus simple : car, en comparant le premier reste avec le quatrième, le deuxième avec le cinquième, on verra que la différence est 12, et que conséquemment $0 + 12$ ou 12 seraient le sixième; $17 + 12$ ou 29 seraient le septième, etc., qui conduit au résultat déjà trouvé.

1122. Cette question se rapporte à la précédente; car, pour que le nombre soit divisible par 6, il faut en retrancher 2; pour qu'il soit divisible par 13, il faut en retrancher 3.

Donc, suivant la question précédente :

$13 + 3 = 16$; $\frac{16}{6}$ donnent pour reste 4.

$26 + 3 = 29$; $\frac{29}{6}$ donnent pour reste 5.

Ces deux premières divisions suffisent pour trouver le nombre; car, chaque différence augmentant de un, on voit que la première sera 4, la deuxième 5, la troisième 6, qui se réduit à 0, parcequ'elle est égale au diviseur; la quatrième sera 1, la cinquième 2. Donc le nombre demandé $= 13 \times 5 + 3 = 65 + 3 = 68$; et 6 et 13 étant premiers entr'eux, on aura autant de solutions qu'on ajoutera de fois 6×13 ou 78 à 68. Donc ce problème a une infinité de solutions.

1123. Cette question se rapporte aux deux précédentes, et l'on aura :

$19 + 5 = 24$; $\frac{24}{11}$ donnent 2 pour reste.

$19 \times 2 + 5 = 43$; $\frac{43}{11}$ donnent 10 pour reste.

Donc la différence du reste est 8, et l'on aura pour les restes successifs, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à 3; 2, 10, 7, 4, 1, 9, 6, 3. Donc le plus petit nombre qui satisfasse aux conditions est $8 \times 19 + 5 = 157$; et, en ajoutant constamment $11 \times 19 = 209$ à ce nombre, on aura une infinité de solutions.

1124. $108 - 60 = 48 =$ ce que la deuxième personne avait fait de lieues; donc 60 et 48 sont le produit de deux nombres multipliés par un nombre égal qui représente les jours de marche. Donc tous les nombres entiers qui diviseront exactement 60 et 48 satisferont à la question; donc on peut avoir les 6 solutions suivantes :

1 jour	60 et	48.
2	30	24.
3	20	16.
4	15	12.
6	10	8.
12	5	4.

En effet, les jours devant être exprimés sans fractions, il n'y a que les nombres 1, 2, 3, 4, 6 et 12, qui satisfassent à la question, parcequ'entre 1 et 24, ce sont les seuls qui puissent servir de diviseur commun à 60 et à 48. Alors, dans le premier cas, la première personne fait 60 lieues par jour et la deuxième 48, et la rencontre a lieu à la fin du premier jour. Dans le second cas, la première personne fait 30 lieues par jour, la deuxième 24, et la rencontre a lieu à la fin du deuxième jour, etc. Enfin, dans le sixième cas, la première personne fait 5 lieues par jour, la deuxième en fait 4, et la rencontre a lieu à la fin du douzième jour.

1125. $\frac{108}{6} = 18 =$ le nombre de lieues fait chaque jour par les deux personnes; donc 108 sont le total de deux nombres dont la somme est 18, et qui sont multipliés l'un et l'autre par 6. Or, ces nombres doivent être entiers; donc le plus petit ne peut être au-dessous de 1 et le plus grand au-dessus de 17; mais, en retranchant 1 du plus grand pour le joindre au plus petit, leur total ne change point, ni le total de leur produit par 6; car, dans ce cas, on retire du plus grand nombre 1×6 ou 6, pour joindre 1×6 ou 6 au plus petit Donc cette question est susceptible des neuf solutions suivantes :

L'un peut avoir fait	1	lieue et l'autre	17.
	2		16.
	3		15.
	4		14.
	5		13.
	6		12.
	7		11.
	8		10.
	9		9.

En nombres fractionnaires, cette question serait susceptible d'une infinité de solutions.

1126. Puisqu'il s'agit d'hommes, il est évident que les ré-

sultats doivent être exprimés en nombres entiers; dans ce cas, tous les nombres au-dessus de 10, et qui seront divisibles par 3 sans fractions, pourront représenter la force du deuxième détachement, lorsqu'il a reçu 10 hommes.

Donc les forces respectives de chaque détachement peuvent être, suivant les suppositions, savoir :

Le deuxième $12 - 10 = 2$, et le premier $10 + \frac{12}{3} = 14$.

$15 - 10 = 5$, $\frac{15}{3} = 15$.

$18 - 10 = 8$, $10 + \frac{18}{3} = 16$.

En suivant de cette manière, on voit que ce problème est susceptible d'une infinité de solutions.

1127. Si le plus petit nombre était 1, par la nature de la question trois fois le plus grand devraient être égaux à $1 \times 5 + 9 = 14$; et ce nombre devrait être $=$ à $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$: par la même raison, si le plus petit était 2, le plus grand devrait être $=$ à $\frac{2 \times 5 + 9}{3} = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$; si le plus petit était 3, le plus grand devrait être $=$ à $\frac{3 \times 5 + 9}{3} = \frac{24}{3} = 8$, etc.

On voit que ce problème est susceptible d'une infinité de solutions, et qu'on peut supposer tel nombre que l'on voudra pour le plus petit nombre et y subordonner le plus grand.

On pourrait de même subordonner le plus petit au plus grand. En supposant, par exemple, 4 pour le plus grand nombre, par la nature de la question on aurait : $\frac{(4 \times 3) - 9}{5} = \frac{3}{5}$ = le plus petit, etc. Il est évident que le plus grand nombre doit être au-dessus de 3; car, s'il était au-dessous, après l'avoir multiplié par 3, on ne pourrait en déduire 9, et les conditions du problème ne seraient point remplies.

1128. Si la première qualité coûtait 7 fr.
la deuxième coûterait.... 5 fr.

Donc sur $7 + 5 = 12$ fr., on dépense 7 fr. pour la première qualité.

Sur 1 fr., on dépense $\frac{7 \text{ fr.}}{12.}$

Sur 12.600 fr., on dépense $\frac{7 \times 12.600}{12} = 7.350$ francs; et conséquemment on dépense pour la deuxième qualité 12.600 — 7.350 = 5.250 fr. Donc, en supposant 7 fr. et 5 fr. pour les prix, on aurait : $\frac{7.350}{7} = 1.050$ et $\frac{5.250}{5} = 1.050$.

Alors le nombre de mètres demandé, serait 1.050 + 1.050 = 2.100 mètres.

En effet : 1.050 × 7 = 7.350.
1.050 × 5 = 5.250.
12.600.

Et 5 mètres à 7 fr. = 35.
7 mètres à 5 fr. = 35.

Mais, si l'on considère que, (N° XIV) en divisant les multiplicandes 1.050 par un nombre et en multipliant les multiplicateurs 7 et 5 par le même nombre, les produits ne changeront pas, on verra que ce problème est susceptible d'une infinité de solutions, et que conséquemment il est indéterminé.

En effet : $\frac{1.050}{5} \times (7 \times 5)$ ou $210 \times 35 = 7.350.$
$\frac{1.050}{5} \times (5 \times 5)$ ou $210 \times 25 = 5.250.$
12.600.

Et { 5 mètres à 35 fr. = 175.
7 mètres à 25 fr. = 175.

1129. En supposant d'abord qu'il y avait autant de personnes dans une classe que de l'autre, on aura :

	10 hommes	et 30 fr.
	10 femmes.	et 20 fr.
	10 enfans..	et 10 fr.
Totaux......	30	60 fr.

Suivant l'énoncé, la dépense n'est que de 50 fr.; donc il faut diminuer la dépense de 10 fr., sans changer le total des individus. Dans ce cas, en substituant 5 enfans à 5 hommes, la dépense sera diminuée de 10 fr.; et l'on aura 5 hommes,

10 femmes et 15 enfans : donc ces nombres donnent la solution du problème. Mais cette solution n'est pas la seule; car, puisque la différence entre chaque personne successive est de 1 fr., il en résulte qu'en substituant en même temps une femme à un homme et un enfant à une femme, le nombre d'individus ne changera pas ni le montant de la dépense. Donc on peut avoir :

4 hommes + 12 femmes + 14 enfans.
3 hommes + 14 femmes + 13 enfans.
2 hommes + 16 femmes + 12 enfans.
1 homme + 18 femmes + 11 enfans.

Ce qui fait 4 nouvelles solutions; et par la même raison, en substituant un homme à une femme et une femme à un enfant, les totaux ne changeront point. Ainsi, en reprennant la première solution, on aura :

5 hommes + 10 femmes + 15 enfans.
6 hommes + 8 femmes + 16 enfans.
7 hommes + 6 femmes + 17 enfans.
8 hommes + 4 femmes + 18 enfans.
9 hommes + 2 femmes + 19 enfans.

Ce qui fait 5 autres solutions, et fait en tout 9 solutions. Ces nombres sont les seuls qui remplissent les conditions; car, il ne peut y avoir moins d'un homme ni plus de 9, pour les solutions qui forment les extrêmes. Car, s'il y en avait moins d'un, il n'y en aurait point, et ce serait contraire à l'énoncé; s'il y en avait plus de 9, il faudrait que l'on substituât un homme à une femme, et pour ne pas changer la dépense, on devrait en même temps substituer un enfant à une femme : dans ce cas, il ne resterait point de femme, ce qui serait contraire à l'énoncé.

1130. Soit supposé 12 pour le nombre des personnes, on aura : $12 - 3 = 9 =$ les personnes qui restent et qui payent chacune 2 fr. de plus; $\frac{9 \times 2}{3} = 6$ fr. = ce que chacune des 3 personnes parties auraient dû payer. Et comme toutes devaient payer également, la dépense totale s'est élevée à 6 fr. $\times 12 = 72$. Soit 6 le nombre supposé : $6 - 3 = 3$; $3 \times 2 = 6$; $\frac{6}{3} = 2$. 2 fr. $\times 6 = 12$ fr. = le total de la somme payée.

Donc, ce problème est susceptible d'une infinité de solutions.

1131. En supposant 5 pour l'un des nombres, le total 100 contiendra 5 fois l'autre nombre + ce même nombre + une fois 5.

Donc, 6 fois le nombre + 5 = 100.

6 fois le nombre = 95.

1 fois le nombre $= \frac{95}{6} = 15\frac{5}{6}$; et les deux nombres sont 5 et $15\frac{5}{6}$.

On voit que ce problème est susceptible d'une infinité de solutions et que le choix de l'un des nombres est arbitraire. Car, en supposant, par exemple, 9 pour l'un des nombres, et $\frac{1}{1}$ pour l'autre, on aura :

$\frac{1}{1} \times 9 + \frac{1}{1} + 9 = 100$. Donc 10 fois $\frac{1}{1}$ ou 10 fois l'un des nombres plus 9 = 100; 10 fois ce nombre = 91 et une fois $= \frac{91}{10} = 9\frac{1}{10}$.

Donc, 9 et $9\frac{1}{10}$ sont les nombres demandés.

En effet : $9\frac{1}{10} \times 9 + 18\frac{1}{10} = 100$.

Pour déterminer les solutions en nombres entiers, la recherche serait assez longue, mais elle serait très-facile.

Pour notre question, on établira le calcul suivant :

99 —	2.
98 —	3.
97 —	4.
96 —	5.
etc.,	etc.
67 —	34.

Alors, autant de fois le nombre de la première colonne sera divisible exactement par celui de la seconde, autant de solutions on aura, en nombres entiers.

Et comme aucune des divisions ne peut avoir lieu, il en résulte qu'il ne peut y avoir de solutions en nombres entiers. Il est inutile de passer 67, parce qu'après ce nombre, le diviseur étant constamment plus grand que la moitié du dividende, il ne peut plus y avoir de nombre entier au quotient. En supposant que l'un des nombres est un nombre entier, on voit qu'il ne peut y avoir plus de 99 solutions; dans ce cas, les nombres entiers seraient successivement 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc., et 99. Le nombre supposé étant 49, on aurait :

$\frac{1}{1} \times 99 + \frac{1}{1} + 99 = 100.$
100 fois $\frac{1}{1} + 99 = 100.$
100 fois $\frac{1}{1} = 100 - 99 = 1.$

Et 1 fois le second nombre $= \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$.

Alors l'un des nombres est $\frac{1}{100}$ et l'autre 99; donc les deux nombres devant être entiers, il n'y a pas de solutions.

Un seul nombre devant être entier; il y en a 99. Et dans ce cas, il y a toujours autant de solutions moins une qu'il y a d'unités dans le total donné.

Les deux nombres étant fractionnaires, il y a une infinité de solutions.

Soit par un autre exemple, 11 le total donné, et que l'on demande combien il y a de solutions en nombre entier, on aura :

11 1.
10 2.
9 3.
8 4.
7 5.
6 6.

10, 9, 8 et 6 étant divisibles par 2, 3, 4 et 6. Il en résulte qu'il y a 4 solutions en nombres entiers; qu'il y en a 10 en nombres entiers et fractionnaires; et qu'il y en a une infinité en nombres fractionnaires.

1132. Par la réciproque du principe établi pour la question précédente, on aura, en prenant arbitrairement le nombre 4 pour l'un des deux nombres :

$$23 + 4 = 27 \quad \frac{27}{4 - 1} = \frac{27}{3} = 9.$$

$9 \times 4 = 36$; $36 - 9 + 4 = 36 - 13 = 23$; et les nombres demandés, sont 3 et 9. Ce problème a une infinité de solutions; soit en nombres entiers, soit en nombres entiers et fractionnaires, soit en nombres fractionnaires.

Cependant, le nombre entier ne peut être supposé au-dessous de 2; mais à partir de ce nombre, on peut supposer indéfiniment tous les autres nombres. En établissant le calcul suivant, on aura :

25 — 1.
26 — 2.
27 — 3.
28 — 4.
29 — 5.
30 — 6.
31 — 7.
etc., etc.

En poursuivant indéfiniment, on aura une infinité de solutions. Dans toutes celles, dont le nombre de la première colonne pourra se diviser exactement par celui correspondant de la deuxième, les 2 nombres seront entiers; dans les autres, le nombre supposé seul sera entier, et l'autre fractionnaire. En sorte que la première, la deuxième, la troisième, la quatrième et la sixième sont en nombres entiers; la cinquième et la sixième en nombres entiers et fractionnaires. Si l'on eût supposé 151, par exemple, pour l'un des nombres, on aurait eu : $23 + 151 = 174$; $\frac{174}{150} = 1\,\frac{24}{150}$.

$1\,\frac{24}{150} \times 151 = 175\,\frac{24}{150}$.

$175\,\frac{24}{150} - 151 + 1\,\frac{24}{150} = 175\,\frac{24}{150} - 152\,\frac{24}{150} = 23$; et les nombres demandés sont $1\,\frac{24}{150}$ et 151.

1133. En supposant 6 pour l'un des nombres, on aura $7 \times 3 = 21$.

$\frac{21}{7-3} = \frac{21}{4} = 5\,\frac{1}{4} =$ l'autre.

$5\,\frac{1}{4} \times 7 = 36\,\frac{3}{4} = (7 + 5\,\frac{1}{4}) \times 3 = 12\,\frac{1}{4} \times 3$.

En supposant 57 pour l'un des nombres, on aura $\frac{58 \times 3}{58 - 3} = 3\,\frac{9}{55} =$ l'autre.

Si l'on eût voulu trouver des rapports quadruples, quintuples, etc., on multiplierait le nombre supposé + 1 par 4, 6, etc., pour le diviser par le nombre supposé — 4 ou — 5, etc.

On découvrira les solutions en nombres entiers et celles en nombres fractionnaires en employant des moyens analogues à ceux indiqués dans les deux solutions précédentes.

1134. En représentant le premier par 1 et le deuxième par $\frac{4}{1}$, on aura, suivant l'énoncé et suivant la question précédente, l'expression :

$1 \times \frac{4}{1} - 2 + \frac{3}{1} = 42$, qui se réduisent à $\frac{4}{1} = 40$. D'où il

résulte que, dans ce cas, le deuxième nombre $= \frac{40}{4} = 10$, et le premier $= 1$.

En effet :

$10 \times 1 = 10$. $10 + 2 + 30 = 42$. Or, le premier nombre étant 1, le second est 10; donc il ne peut y avoir plus de 9 solutions en nombres entiers; mais il peut y en avoir moins. Pour les trouver, on supposera successivement 1, 2, 3, etc., pour le premier nombre, et on aura :

1re solution. $\frac{40}{4} = 10$ pour le 2e nombre et 1 pour le 1er.

2e. $\frac{38}{5}$.

3^e^. $\frac{36}{6} = 6$ pour le 2^e^ nombre et 3 pour le 1er.

4^e^. $\frac{34}{7}$.

5^e^. $\frac{32}{8} = 4$ pour le 2^e^ nombre et 5 pour le 1er.

6^e^. $\frac{30}{9}$.

7^e^. $\frac{28}{10}$.

8^e^. $\frac{26}{11}$.

9^e^. $\frac{24}{12} = 2$ pour le 2^e^ nombre et 9 pour le 1er.

Donc cette question ne comporte que 4 solutions en nombres entiers.

1135. En supposant 1 pour le premier nombre et $\frac{1}{1}$ pour le second, on aura $(1 \times \frac{1}{1}) \times 5 = 18 + 2 + \frac{5}{1}$; ce qui donne $\frac{5}{1} = 20 + \frac{5}{1}$.

Ou $\frac{5}{1} - \frac{5}{1} = 20$, ou $\frac{2}{1} = 20$, et le deuxième nombre $= \frac{20}{2} = 10$.

En effet : $10 \times 1 = 10$; $10 \times 5 = 50$.
$18 + 2 + 30 = 50$.

Comme dans le n° précédent, cette question peut avoir moins, mais elle ne peut avoir plus de 9 solutions en nombres entiers. En essayant successivement 1, 2, 3, etc., on aura :

1re solution. $\frac{20}{2} = 10$ pour le 2e nombre et 1 pour le 1er.

2e. $\frac{22}{7}$.

3e. $\frac{24}{12} = 2$ pour le 2e nombre et 3 pour le 1er.

4^e^. $\frac{26}{17}$.

5^e^. $\frac{28}{22}$.

6^e^. $\frac{30}{27}$.

7^e^. $\frac{32}{32} = 1$ pour le 2^e^ nombre et 7 pour le 1er.

Maintenant que le diviseur sera toujours plus fort que le dividende, il ne peut plus y avoir que des nombres fractionnaires; donc cette question n'est susceptible que de 3 solutions en nombres entiers.

1136. En supposant 4 pour le plus petit nombre et $\frac{1}{1}$ pour le plus grand, suivant l'énoncé, on aura :

$$\frac{\frac{1}{1} \times 4}{\frac{1}{1} - 4} = 12 = \frac{\frac{4}{1}}{\frac{1}{1} - 4} = 12.$$

En substituant le quotient au diviseur, on aura $\frac{\frac{4}{1}}{12} = \frac{1}{1} - 4$.

En faisant disparaître le diviseur 12, on aura $\frac{4}{1} = \frac{12}{1} - 48$; d'où il résulte que $\frac{12}{1} - \frac{4}{1}$ ou $\frac{8}{1}$ ou 8 fois le plus grand nombre $= 48$, et que 1 fois ce nombre $= \frac{48}{8} = 6$.

En effet : $6 \times 4 = 24$; $\frac{24}{6 - 4} = \frac{24}{2} = 12$.

Ce problème est indéterminé, et l'on peut supposer tel nombre que l'on voudra; cependant il pourrait arriver que le nombre supposé ne satisfît pas à la question; mais alors le résultat en ferait apercevoir, et l'on reconnaîtrait que le nombre supposé pour le plus petit doit être le plus grand. Dans ce cas, l'on opèrerait comme il suit :

Soit 15 supposé pour le plus petit nombre, on aurait $\frac{\frac{15}{1}}{12} = \frac{1}{1} - 15$, qui se réduirait à $\frac{15}{1} = \frac{12}{1} - 180$. Ce qui est absurde; car $\frac{15}{1}$ ne peuvent valoir moins de $\frac{12}{1}$; alors, comme on l'a dit plus haut, 15 devra être le plus grand nombre, et on aurait $\frac{\frac{15}{1}}{15 - \frac{1}{1}} = 12$, ou $\frac{\frac{15}{1}}{12} = 15 - \frac{1}{1}$; qui se réduit à $\frac{15}{1} = 180 - \frac{12}{1}$; et, puisqu'il faudrait retrancher $\frac{12}{1}$ de 180 pour avoir la valeur de $\frac{15}{1}$, il en résulte que $\frac{15}{1} + \frac{12}{1}$ ou $\frac{27}{1} = 180$, et que $\frac{1}{1}$ ou le plus petit nombre $= \frac{180}{27} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

En effet : $15 \times 6\frac{2}{3} = 100$.

$$\frac{100}{15 - 6\frac{2}{3}} = \frac{100}{8\frac{1}{3}} = 12.$$

Comme on voit, ce problème est susceptible d'une infinité de solutions. Cependant le plus petit nombre ne peut être au-dessus du quotient déterminé par l'énoncé, de même que le plus grand ne peut être au-dessous; par conséquent, si l'on demandait à connaître les solutions en nombres entiers, on verrait que, puisque le plus petit nombre ne peut être au-dessus de 12, il ne peut y avoir plus de 11 solutions en nombres entiers, tandis qu'il peut y en avoir moins. Pour les déterminer, on essaiera successivement les nombres 1, 2, 3, etc., par le plus petit nombre, et l'on aura, dans ce cas, pour le plus grand relatif $\frac{12}{11}$.

1°. $\frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$ pour le plus grand, et 1 pour le plus petit.

2°. $\frac{24}{10} = 2\frac{4}{10}$ et 2

3°. $\frac{36}{9} = 4$ et 3

4°. $\frac{48}{8}$ = 6 pour le plus grand, et 4 pour le plus petit.

5°. $\frac{60}{7}$ = $8\frac{4}{7}$ et 5

6°. $\frac{72}{6}$ = 12 et 6

7°. $\frac{84}{5}$ = $16\frac{4}{5}$ et 7

8°. $\frac{96}{4}$ = 24 et 8

9°. $\frac{108}{3}$ = 36 et 9

10°. $\frac{120}{2}$ = 60 et 10

11°. $\frac{132}{1}$ = 132 et 11

Donc, ce problème n'a que 7 solutions en nombres entiers.

1137. En supposant 1 pour l'un des nombres, et $\frac{1}{1}$ pour l'autre, suivant l'énoncé, on aura :

$1 + \frac{1}{1} + 1 + \frac{1}{1} = 79$; en réduisant, on aura $\frac{2}{1} = 78$; $\frac{1}{1}$ ou le nombre inconnu $= \frac{78}{2} = 39$.

En effet : $39 \times 1 = 39$; $39 + 39 + 1 = 79$.

On voit que le plus petit nombre entier, qui convient à la question, est 1; et quoique dans ce cas, le plus grand soit 39; il est évident qu'il ne peut y avoir plus de 39 solutions en nombres entiers, mais il peut y en avoir moins. En supposant successivement 1, 2, 3, 4, 5, etc., pour l'un des nombres, on aura :

$\frac{77}{3} = 25\frac{2}{3}$ = le plus grand nombre; 2 = le plus petit.

$\frac{76}{4} = 19$ 3 = le plus petit.

$\frac{75}{5} = 15$ 4 = le plus petit.

$\frac{74}{6} = 12\ \frac{2}{6}$	$5 =$ le plus petit.
$\frac{73}{7} = 10\ \frac{3}{7}$	$6 =$ le plus petit.
$\frac{72}{8} = 9$	$7 =$ le plus petit.
$\frac{71}{9} = 7\ \frac{8}{9}$	$8 =$ le plus petit.
$\frac{70}{10} = 7$ le plus petit;	$9 =$ le plus grand.
$\frac{69}{11}$	
$\frac{68}{12}$	
$\frac{67}{13}$	
$\frac{66}{14}$	
$\frac{65}{15}$	
$\frac{64}{16} = 4$	$15 =$ le plus grand.

En suivant, on retrouverait 3 et 19 et 1 et 39, comme on l'a déja trouvé; en sorte que ce problème n'est susceptible que des quatre solutions : 1 et 39, 3 et 19, 4 et 15 et 7 et 9. En admettant des nombres fractionnaires, il y aurait un nombre infini de solutions.

1138. Dans les intérêts composés, les intérêts de la première année se joignent au capital et rapportent des intérêts qui augmentent le capital de la deuxième année; de sorte que chaque année, le capital s'accroît des intérêts de l'année précédente.

Or, à 10 p. $\frac{0}{0}$, l'intérêt est égal au dixième du capital; donc, on aurait successivement, pour le produit d'un fr.,

1re année.	Capital placé............	1,0000000
	Intérêt de l'année.........	,1000000
2e année.	Capital placé............	1,1000000
	Intérêt de l'année.........	1100000
3e année.	Capital placé............	1,2100000
	Intérêt de l'année.........	1210000
4e année.	Capital placé............	1,3310000
	Intérêt de l'année.........	1331000
5e année.	Capital placé............	1,4641000
	Intérêt de l'année.........	1464100
6e année.	Capital placé............	1,6105100
	Intérêt de l'année.........	1610510
Accroissement après 6 ans............		1,7715610

Donc, 1 fr. vaut, après 6 ans, 1,771561.

Et 110.000 fr. valent, à la même époque, 1,771561 × 110.000 = 194.871,71

Donc, la somme à rembourser devra être, après 6 ans, de 194.871 fr. 71 c.

On voit que les capitaux successifs se sont formés en avançant le capital d'un chiffre, sous ce même capital, et en additionnant les deux sommes ainsi disposées.

Maintenant si le taux était à 5 p. $\frac{0}{0}$ au lieu d'être 10, on arriverait au résultat demandé par le même procédé ; car, 5 étant la moitié de 10, les intérêts à joindre chaque année au capital seraient moitié moindre ; donc il suffirait d'ajouter chaque année la moitié du capital, en avançant la somme d'un chiffre.

Alors on aurait,

1re année.	Premier capital placé.......	1,
	Intérêt de l'année...........	,050
2e année.	Deuxième capital...........	1,050
	Intérêt de l'année..........	525
	Troisième capital...........	1,1025, etc.

On remarquera que le premier chiffre des intérêts n'est sous le troisième de la somme supérieure que parce que le

premier chiffre de cette somme est moindre que 2, et qu'on n'en peut prendre la moitié.

Si le taux était 5 $\frac{1}{2}$, on aurait :

Premier capital		1,
Intérêt	pour 5	05
	pour $\frac{1}{2}$	5
Deuxième capital		1,055
Intérêt	pour 5	5275
	pour $\frac{1}{2}$	5275
Troisième capital		1,113025

Pour 5, l'opération est la même que pour le cas précédent.

Pour la $\frac{1}{2}$ ou pour 50 c., qui sont la dixième partie de 5, on pose la même somme que pour 5, et on l'avance d'un chiffre, ce qui la divise par 10.

Le taux étant 7 $\frac{1}{2}$ ou 7, 50, on aurait :

Premier capital		1,
Intérêt	pour 5	05
	pour 2, 50	25
Deuxième capital		1,075
Intérêt	Pour 5	05375
	Pour 2,50	26875
Troisième capital		1,155625

Pour 5, on a opéré comme dessus, et pour 2, 50, qui sont la moitié de 5, on a ajouté la moitié du produit de 5, etc.

Par un raisonnement analogue, on parviendra toujours aux résultats d'une manière abrégée et facile, quelles que soient les époques.

Le taux étant 3, 4, 6, on poserait trois fois, quatre fois, six fois le capital, en avançant de deux chiffres sur la droite, c'est-à-dire que pour avoir le produit de 2455,86 à 4 p. $\frac{0}{0}$, on dirait, sans poser le multiplicateur : 4 fois 6 font 24, je retiens 2; 4 fois 8 font 32, et 2 font 34, je retiens 3; 4 fois 5 font 20, et 3 font 23; alors seulement on pose le 3 sous le 6, l'on continue la multiplication à l'ordinaire, et l'on additionne les deux sommes.

La plus grande abréviation de cette méthode consiste à éviter la moitié des opérations; en disposant sur-le-champ les

produits sous le capital, de manière qu'il n'y a plus qu'à additionner.

Lorsqu'on veut avoir les résultats année par année, il n'existe aucun moyen, ni plus simple, ni plus abrégé.

La méthode que j'indique ici est générale et s'applique à tous les cas, quelles que soient les époques; mais, lorsqu'il s'agit de quelques années seulement, on peut opérer directement sur le capital placé, au lieu d'opérer sur 1 fr. Dans ce cas, on aurait eu successivement pour le capital 110.000 fr.

Premier capital..................	110.000
Intérêts.................	11.000
Deuxième capital..................	121.000
Intérêts.................	12.100
Troisième capital..................	133.100
Intérêts.................	13.3.0
Quatrième capital..................	146.410
Intérêts.................	14.641
Cinquième capital..................	161.051
Intérêts.................	16.105,1
Sixième capital..................	177.156,1
Intérêts.................	17.715,61
Accroissement après six ans........	194.871,71

Mais s'il s'agissait, par exemple, d'avoir le produit de 110.000 fr. après 12 ans, il faudrait, en suivant cette méthode, continuer année par année, tandis que, par la première il suffirait de multiplier le produit de 6 ans par lui-même, pour le multiplier ensuite par 110.000. (*Voir* 395, deuxième édition.)

1139. (397.)

1140. Premier placement, première année	1,000000
Intérêts { pour 5.................	050000
Intérêts { pour $\frac{1}{2}$..................	0033333
Premier accroissement après un an.......	1,0533333
Intérêts { pour 5.................	0526667
Intérêts { pour $\frac{1}{3}$..................	0351111

Deuxième accroissement après deux ans...	1,1095111
Intérêts { pour 5..................	5547555
Intérêts { pour $\frac{1}{3}$..................	0369837
Troisième accroissement après trois ans...	1,16868503

Deuxième accroissement ou 1,1095 $\times$ 1,168685 troisième accroissement = 1,296656 ; 1,296656 $\times$ 1,296656 = 1,68125678 = l'accroissement d'un fr. après 10 ans, et 168, 125678 = celui de 100 fr. après le même temps.

En multipliant le deuxième produit par le troisième, on a eu le cinquième, et en multipliant le cinquième par lui-même, on a eu le dixième ; et cela doit être ainsi ; car, en supposant l'unité pour le capital placé ; après la première année, son produit est égal à ce même capital multiplié par 1 augmenté de son intérêt annuel. Donc, le capital étant 1 et le taux 5 p. $\frac{0}{0}$, le produit, après un an, = 1 $\times$ 1,05 = 1,05.

Après deux ans, il = 1,05 $\times$ 1,05 = 1,1025.

Après trois ans, il = 1,025 $\times$ 1,05 = 1,157625.

Or, 1,1025 = 1,05 $\times$ 1,05 ; donc le troisième produit = 1 $\times$ 1,05 $\times$ 1,05 $\times$ 1,05 = 1 $\times$ 1,05 trois fois facteur. Donc, en multipliant le troisième produit par le deuxième, on a (1 $\times$ 1,05 $\times$ 1,05 $\times$ 1,05) $\times$ (1 $\times$ 1,05 $\times$ 1,05) = 1 $\times$ 1,05, cinq fois facteur. Donc on a le produit de la cinquième année ; d'où il résulte qu'en multipliant l'un par l'autre deux produits quels qu'ils soient, on en obtient un nouveau qui correspond au total des années de ces deux produits, en sorte que 1,68125, produit de la dixième année, $\times$ 1,68125, = 2,8266. Le produit d'un fr. après 20 ans, le taux étant à 5 $\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$, et 282 fr. 66 = le produit de 100 fr. à la même époque.

1141. (396.)

1142. (402.)

1143. (399.)

1144. (400.)

1145. Premier placement..............	1,0000000
Intérêts du mois........	50000
Deuxième placement..................	1,0050000
	50250
Troisième placement..................	1,0100250
	5050125

Quatrième placement................	1,015075125
	5075376
Cinquième placement................	1,020150501
	5100752
Sixième placement..................	1,025251253
	5126256
Septième placement.................	1,030377509
	5151887
Accroissement après 7 mois...........	1,035529396

1,035529 × 1,03553 = 1,072321 = le produit de 14 mois.

1,072321 × 1,072321 = 1,14987233 = le produit de un fr. après 28 mois.

Et 1,14987233 × 52.500 = 60.368, 83 c. = le produit de 52.500 fr.

1146. Le produit d'un fr. après un an... =	1,06
Intérêts........................	63600
Produit après deux ans.................	1,123600
Intérêts.............................	67416
Produit après trois ans.................	1,191016
Intérêts.............................	71461
Produit après quatre ans................	1,262477
Intérêts.............................	75749
Produit après cinq ans..................	1,338226

Or, 4 mois $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ d'un an; donc, si en un an 100 fr. rapportent 6, en 4 mois ils ne rapporteront que $\frac{6}{3} = 2$ fr.; donc le dernier capital n'est placé qu'à 2 p. $\frac{0}{0}$. Dans ce cas, le produit après 4 mois =

1°. Pour le capital......................	1,338226
2°. Pour les intérêts à 2 p. $\frac{0}{0}$..............	026764
	1,364990

Et 1,36499 × 15000 = 20.474 fr. 85 c. = le produit de 15.000 fr. après 5 ans 4 mois.

Pour 6 mois, le dernier taux aurait été de $\frac{6}{12}$ ou de $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ p. $\frac{0}{0}$.

Pour 3 mois, il aurait été de $\frac{6}{4} = 1 \frac{1}{2}$.

Pour 1 mois, il aurait été de $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Par un raisonnement analogue, on résoudra toutes les questions dans lesquelles il s'agira de fractions d'années.

A la rigueur, le résultat trouvé ci-dessus n'est qu'approximatif; car, suivant la théorie des intérêts composés *, le taux annuel étant fixé à 6 p. $\frac{0}{0}$, celui de quatre mois, au lieu d'être de 2 p. $\frac{0}{0}$, ne doit être que de 1,9613.

Mais, la différence dans les résultats étant pour ainsi dire nulle, à moins qu'il ne s'agît d'une somme considérable, j'ai cru ne pas devoir m'écarter de l'usage presque généralement adopté, qui est de calculer les fractions d'années, comme je le fais ici.

1147. A 10 p. $\frac{0}{0}$, après un an, 100 fr. valent 110 fr.
Intérêt d'un an........................ 11.

Après 2 ans, ils valent.................. 121.
Intérêt d'un an........................ 12,1.

Après 3 ans........................... 133,1.

A 5 p. $\frac{0}{0}$, après un an, 100 fr. valent 105 fr.
Intérêt d'un an.................. 5,25.

Après 2 ans..................... 110,25.
Intérêt d'un an.................. 5,5125.

Après 3 ans..................... 115,7625.

Donc on peut changer l'énoncé, et dire : 50.000 fr. placés, partie à 33,10 c. p. $\frac{0}{0}$ et partie à 15,7625, ont produit, en un an, 9.615 francs. Alors on dira : $500 \times 33{,}10 = 16.550$ francs = le produit de 50.000, francs placés à 33,10; $33{,}10 - 15{,}7625 - 17{,}3375$; $\frac{(16.550 - 9615) \times 100}{17{,}3375}$.

* Voir la *Nouvelle Théorie des Intérêts composés*, 1 vol. in-8°, qui se trouve aux adresses indiquées au titre de celui-ci.

$= \frac{6.935.000.000}{17,3375} = 40.000$ fr. = la somme placée à 5 p. %;
et conséquemment 10.000 fr. = celle placée à 10.

1148. Après un trimestre, le produit d'un franc serait .... 1,0150000.

Intérêt du trimestre........ { 101500. 50075.

Après 2 trimestres........ 1,0301575.

Intérêt du trimestre....... { 103157. 5 579.

Après 3 trimestres........ 1,0456311.

Intérêt du trimestre....... { 104563. 52281.

Après 4 trimestres........ 1,0613155.

Donc l'intérêt annuel serait pour 100 fr., de 6,13155, etc.
Voir la question suivante.

1149. On a vu (N° 1145) qu'après 7 mois, 1 franc valait 1,0355294. En continuant pour ne pas répéter le calcul déja fait, on aura :

Septième accroissement.. 1,0355294.
Intérêt .... 51776.

Huitième accroissement.. 1,0407070.
Intérêt................. 52035.

Neuvième accroissement.. 1,0457085.
Intérêt .... 52285.

Dixième accroissement... 1,0504370.
Intérêt................. 52547.

Onzième accroissement.. 1,0561917.
Intérêt................. 52809.

Douzième accroissement. 1,0614726.

Donc, en plaçant à ½ p. % par mois, le taux annuel est de 6,14726 p. %.

Ce qui prouve, comme je l'ai dit dans le N° précédent, que le taux de 3, 4, 6 mois, etc., ne s'obtient point exactement, en divisant le taux annuel par 4, 3 ou 2, etc.

1150. Après 1 an, 1 fr. vaut. 1,0800.
Intérêt.................. 0864.

Après 2 ans, 1 fr. vaut..... 1,1664.
Intérêt.................. 93312.

Après 1 an, 1 fr. vaut...... 1,259712.
Intérêt.................. 10077796.

Après 4 ans, 1 fr. vaut..... 1,36048996.
Donc 1,36049 valent 1 fr., argent comptant.

$$1 \text{ fr. vaut } \frac{1}{1,36049}.$$

$$680,25 \text{ valent } \frac{1 \times 680,25}{1,36049} = \frac{680,25000}{1,36049} = 500 \text{ fr.},$$

argent comptant.

Donc 25 aunes à $\frac{5}{8}$ valent 500 fr.

$$1 \text{ aune à } \frac{1}{8} \text{ vaut } \frac{500}{25 \times 5} = 4 \text{ fr.}$$

45 aunes à $\frac{7}{8}$ vaudraient $4 \times 45 \times 7 = 1.260$ fr., argent comptant.

Or, après 2 ans, 1 fr. vaut 1,1664; 1.260 fr. vaudront donc, à la même époque, $1.260 \times 1,1664 = 1.469,66$ = la somme à payer, après 2 ans, pour 45 aunes à $\frac{7}{8}$.

1151 (406.)

1152. En plaçant 1 fr., au commencement de la première année, pour laisser cumuler les intérêts, pendant 10 ans, par le fait, le taux étant $5\frac{1}{5}$ p. $\frac{0}{0}$, on fait, à la fin de chaque année, un versement égal aux intérêts d'un franc ou à 05 $\frac{1}{5}$.

Donc, en retranchant du produit d'un franc, après 10 ans, le capital 1 fr., le reste représente la valeur de 10 versemens de 05 c. $\frac{1}{5}$ opérés à la fin de chaque année.

Or, nous avons vu (N° 1140) qu'après 10 ans, 1 fr. valait 1,68125678.

Donc 10 versemens de 05 $\frac{1}{5}$ valent 0,68125678.

10 versemens de 01 c. valent $\frac{0,68125678}{5\frac{1}{5}}$; et 10 versemens de 1 fr. ou 100 c. valent $\frac{368,125678}{5\frac{1}{5}} = 12,773564625$.

Mais alors, les versemens sont faits à la fin de chaque

année; et, suivant l'énoncé, ils doivent être faits au commencement : donc on aurait dû en faire un, au commencement de la première année, et n'en point faire à la fin de la dernière; donc il y a, entre le produit trouvé et celui qu'on devrait avoir, une différence = aux intérêts annuels d'un fr. pendant 10 ans ou 0,68125678; d'où il résulte que 10 versemens d'un franc, effectués au premier jour de chaque année, valent 12,773564625 + 0,68125678 = 13,45482140.

Le raisonnement, fait pour résoudre cette question, conduit à ce principe général, que, pour déterminer le capital acquis après un certain temps par un versement annuel d'un franc, il faut :

1° Chercher le produit d'un fr., à l'époque et au taux donnés.

2° Retrancher l'unité de ce produit.

3° Diviser le reste par le taux, après l'avoir multiplié par 100.

4° Ajouter au quotient le produit, moins l'unité.

Le total alors sera le capital demandé.

D'après ce principe $\frac{14,987233}{1\frac{1}{2}}$ (N° 1145) = 29,974464 et 29,974464 + 14987233 = 30 fr. 12 c. = le capital acquis après 28 mois, en versant 1 fr. par mois, le taux mensuel étant fixé à $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$.

Maintenant, si l'on compare 11 annuités avec 10 versemens annuels, effectués au premier jour de chaque année, on reconnaîtra que la différence qui existe entre les deux résultats, est seulement de la dernière annuité payée au dernier jour de la onzième année; car, en versant au dernier jour d'une année, c'est comme si l'on versait au premier jour de celle qui suit immédiatement; donc, si l'on suppose le premier versement effectué le jour où la première annuité sera échue, il en résultera que les 9 versemens suivans, se feront toujours à la même époque, et qu'il n'y aura qu'à la fin de la onzième année, que le versement ne se fera pas, tandis que le paiement de la onzième annuité devra s'effectuer : donc il n'y aura que ce dernier paiement de différence; donc en déduisant du produit de 11 annuités le montant d'une de ces annuités, le reste exprime la valeur de 10 versemens semblables à l'annuité payée, et effectués au premier jour de chaque année.

Donc, on aurait la solution de notre question, en opérant comme il suit :

1 fr., après 10 ans, vaut 1,68125678.
Intérêt d'un an........ { 84062889. 5604189.

1 fr., après 11 ans, vaut 1,770933858.

$$\frac{177,0923858 - 105,3333333}{5\frac{1}{5}} = 13,45482, \text{ etc.}$$

La multiplication par 100 s'étant effectuée d'abord, on a déduit 105,33, au lieu de 1,0533; ce qui revient absolument au même et conduit au même résultat. En déduisant du produit de 11 années le capital plus ses intérêts d'un an, on retranche le capital plus une annuité qui est égale à l'intérêt de ce capital; donc, suivant ce qui a été dit plus haut, 13,45482 = le produit de 10 versemens semblables à l'intérêt produit annuellement par le capital placé.

Mais, si, au lieu de retrancher l'annuité avant d'opérer la division, on ne la retranchait qu'après, il est évident qu'il ne faudrait soustraire qu'une unité du quotient quel que fût le taux; car alors, ce quotient exprimerait la valeur d'un certain nombre d'annuités d'un franc. Dans ce cas, on opèrerait, comme il suit:

$$\frac{1770923858 - 100}{5\frac{1}{5}} = 14,45482.$$

14,45482 — 1 = 13,45482, etc.

Lorsqu'on n'a point de tables et qu'il s'agit de déterminer la valeur de versemens annuels, la première méthode est préférable; mais, lorsqu'il s'agit de revenir du produit d'un certain nombre de versemens d'un fr. au produit d'un fr. pendant le même temps que les versemens ont duré, il est absolument nécessaire de se servir de la réciproque du principe établi par la deuxième et la troisième méthode.

1153. Suivant ce qui a été dit au N° précédent, 1,771561, produit d'un franc, après 6 ans, (N° 1138) — 1 = 0,771561.

$$\frac{77,1561}{10} = ,771561;\ ,771561 + 0,771561 = 8,48717 =$$

le produit de 6 versemens d'un franc; 8,48717 × 1.200 = 10.184,60 = le capital acquis par 6 versemens de 1.200 fr.

En effet, en établissant le calcul année par année, on aura:

Premier versement..................	1.200.
Intérêt à 10 p. $\frac{0}{0}$....................	120.
Deuxième versement................	1.200.
Au premier jour de la deuxième année.	2.520.
Intérêt............................	252,0
Troisième versement...............	1.200.
Au premier jour de la troisième année.	3.972.
Intérêts...........................	397,20.
Quatrième versement...............	1.200.
Au premier jour de la quatrième année	5.569,20.
Intérêts...........................	556,92.
Cinquième versement...............	1.200.
Au premier jour de la cinquième année	7.326,12.
Intérêts...........................	732,612.
Sixième versement.................	1.200.
Au premier jour de la sixième année...	9.258,732.
Intérêts...........................	925,8732.
Produit, après 6 ans................	10.184,6052.

Ce calcul est simple et facile; mais il devient fastidieux, lorsqu'il s'agit d'une époque éloignée. Si l'on demandait, par exemple, le produit de 30 versemens, on voit qu'il serait plus facile de former, d'abord, le produit d'un fr., après 30 ans, et d'opérer ensuite, comme il est indiqué (N° 1140). Dans ce cas, on aurait, en négligeant successivement une partie des décimales,

$1,7716 \times 17715 = 3,138389 =$ le produit de 12 ans.
$3,138389 \times 3,1384 = 9,8495 =$ le produit de 24 ans.
$9,8495 \times 177156 = 17,44898 =$ le produit de 30 ans.

D'où il résulte que $\frac{1644,898}{10} + 16,44898 = 164,4898 + 16,44898 = 180$ fr. 94 c. = le produit de 30 versemens d'un franc, lorsque le taux est à 10 p. $\frac{0}{0}$, et $180,94 \times 1.200 = 217.128$ fr. = le produit de 30 versemens de 1.200 fr.

1154. On a vu (N° 1140) qu'après 10 ans, 1 fr. valait 1,6812.

Donc, pour avoir 1,6812, il faut placer 1 fr.

Pour avoir 1 fr., il faut placer $\frac{1 \text{ fr.}}{1,6812}$.

Pour avoir 100 fr., il faudrait placer $\frac{1 \times 168,12}{1,6812}$ $=$ 100 fr.

D'où il résulte que, dans tous les cas, pour connaître la somme à verser immédiatement pour avoir un capital quelconque, après un certain nombre d'années, il faut déterminer le produit d'un fr. au taux et à l'époque voulus, et diviser le capital donné par ce produit; par conséquent, en divisant 848 fr. par 2,8266, produit de la vingtième année, (N° 1140) on aura : $\frac{848}{2,8266} = 300$ fr. $=$ la somme à verser immédiatement pour avoir 848 fr., après 20 ans, le taux étant $5\frac{1}{3}$ p. $\frac{0}{0}$.

1155. Suivant ce qui a été dit (N° 1140), on établira d'abord le produit d'un fr., après 5 ans : alors on aura 1,338226 pour le produit après 5 ans. $\frac{33.955,65}{1,338226} = 25.000$ fr. $=$ la somme à verser immédiatement pour avoir 33.955 fr. 65 c., après 5 ans.

1156. Le produit d'un fr., après 28 mois, (N° 1145) $=$ 1,14987233.

Donc, (N° 1154) pour avoir 60.368,83 c., il faut verser immédiatement $\frac{60.368,83}{1,14987233} = 52.500$ fr.

1157. (401.)

1158. (398.)

1159. Après 1 an, (N° 1138) 1 fr. vaut	1,05500000.
Intérêts d'un an.................. {	5275000.
	527500.
Après 2 ans, il vaut...............	1,11302500.
Intérêts d'un an.................. {	5565125.
	5565125.
Après 3 ans, il vaut...............	1,174241375.
Intérêts d'un an.................. {	58712069.
	5871207.

Après 4 ans, il vaut................ 1,238824651.
Intérêts d'un an.................. { 61941232. / 6194123. }

Après 5 ans, il vaut............... 1,306960006.

$\frac{30,696}{5,5}$ (N° 1152) + 30696 = 5,88805 = la valeur de 5 paiemens d'un fr. rapportés à la fin de la cinquième année; et 5,88805 × 500 = 2.944,02 = la somme qui devrait être payée après 5 ans, pour composer 5 paiemens de 500 fr.

Or, si, suivant le premier calcul, pour s'acquitter de 1,30696 après 5 ans, il faut verser 1 fr., au commencement de la première année; pour s'acquitter de 2944,02, il faudra verser $\frac{2944,02}{1,30696}$ = 2252,57 = la somme dont on se serait acquitté, en payant 500 fr. par an.

D'où il résulte que la position respective du débiteur ou du créancier sera la même, soit qu'on donne 2252,57 immédiatement, ou 500 fr. au commencement de chaque année, pendant 5 ans, ou 2944 fr. 02 c. après 5 ans.

1160. On a vu au (N° 1146) que, pour avoir 1,364990 après 5 ans, 4 mois, il fallait verser 1 fr.

Donc, pour avoir 20.474 fr. 85 c., il faudra verser $\frac{20474,85}{1,36499}$ = 15.000 fr.

1161. Après 1 an, à 40 p. $\frac{0}{0}$, 1 fr. vaut 1,40.
Intérêts d'un an.................... 56.

Après 2 ans, 1 fr. vaut.............. 1,96.
Intérêts d'un an.................... 784.

Après 3 ans, 1 fr. vaut.............. 2,744.

Donc, pour avoir 2,744, après 3 ans, il faut donner comptant 1 fr.

Pour avoir 1 fr., il faut donner $\frac{1}{2,744}$.

Pour avoir 343.000, il faut donner $\frac{343.000}{2,744}$ = 125.000 fr.

Par la même raison, pour avoir 196.000 fr., dans 2 ans, il faut donner comptant $\frac{196.000}{1,96} = 100,000$.

Donc le banquier doit ajouter à la lettre de change qu'il donne, 125.000 — 100.000 = 25.000 fr.

1162. En reprenant la question précédente, il ne s'agit que de déterminer combien 25.000 francs vaudront dans 4 ans.

Or, après 3 ans, 1 fr. vaut.... 2,744.
En ajoutant les intérêts d'un an 1,0976.

On aura, après 4 ans........ 3,8416.

Donc, 3,8416 × 25.000 = 96.040 fr. = la valeur demandée.

1163. Le taux étant 2 p. $\frac{0}{0}$.
Après 1 an, 1 fr. vaut.. 1,020.
Intérêts d'un an....... 204.

Après 2 ans, 1 fr. vaut.. 1,0404.
Intérêts d'un an....... 20808.

Après 3 ans, 1 fr. vaut.. 1,061208.
Intérêts d'un an....... 2122416.

Après 4 ans, 1 fr. vaut.. 1,08243216.
Intérêts d'un an....... 0216486432.

Après 5 ans, 1 fr. vaut.. 1,1040808032.

Maintenant que les divers accroissemens sont connus, il ne s'agit que de rapporter toutes les valeurs à une même époque, c'est-à-dire, les évaluer comme si elles devaient être payées comptant.

Dans ce cas, on aura : (N° 1154) $\frac{345.025.251}{1,1040808032} =$ .... 312.500.000 fr.

$\frac{397.953}{1,061208} =$ 375.000.

Total... 312.875.000 = la valeur immédiate des sommes à recevoir par le banquier.

$\frac{260.100}{1,0404}$ = 250.000 fr.

$\frac{338.260.050}{1,08243216}$ = 312.500.000.

Total........ 312.750.000 = la valeur immédiate des sommes à payer par le banquier.

Donc, son avoir réel se compose de 312.875.000 — 312.750.000 = 125.000.

1164. En se reportant au (N° 1153), on voit que 6 versemens d'un fr. = 8,48717. Or, quelle que soit la somme versée chaque année, pour en avoir le produit, on multiplie cette même somme par le produit d'un fr.; donc 10.184 fr. 60 sont le produit de 8,48717 multipliés par un nombre égal à la somme versée chaque année : donc cette somme = $\frac{10.184,60}{8,48717}$ = 1.200 fr.

Donc, dans tous les cas, on opèrera comme s'il s'agissait (N° 1204) de déterminer la valeur des versemens, et l'on divisera le capital donné par le résultat.

Voir la question suivante.

1165. Après 1 an, le produit d'un fr. = 1,05.
Intérêt de l'année.................. 525.

Après 2 ans....................... 1,1025.
55125.

Après 3 ans....................... 1,157625.
5788125.

Après 4 ans....................... 1,21550625.
6077531.

Après 5 ans....................... 1,27628156.
6381408.

Après 6 ans....................... 1,34009564.
6700478.

Après 7 ans....................... 1,40710042.
7035502.

Après 8 ans.......................... 1,47745544.
7387277.

Après 9 ans.......................... 1,55132821.
7756641.

Après 10 ans.......................... 1,62889462.

$\frac{62,889462}{5} + ,62889462$ (N° 1152) $= 13,206787$.

$\frac{39\ 620,36}{13,206787} = \frac{39.620,360000}{13,206787} = 3.000$ fr.

Si l'on demandait maintenant, combien il faudrait verser, pour avoir 69.438 fr. 55 c., après 20 ans, le taux restant le même; dans ce cas, on aurait :

Produit d'un fr., après 10 ans, multiplié par lui-même, ou $1,62889 \times 1,6289 = 2,6532989$ = le produit de 20 ans. Et par suite :

$\frac{165,32989}{5} + 1,6532989 = 34,719277$.

$\frac{69.438,55}{34,719277} = 2.000$ = la somme à verser chaque année, pour avoir 69.438 fr. 55 c., après 20 ans.

(*Voir* les N° précédens.)

1166. (407.)

1167. (405.)

1168. Ce qui a été dit (N° 1152) dans les trois premiers paragraphes de la solution, s'applique en tout point à la présente question. La valeur de 10 versemens d'un franc = 12,77356; et celle de 10 versemens de 1.000 fr. = 12.773 fr. 56 centimes.

Donc : 1,68125678, produit d'un fr., après 10 ans, $- 1 =$ 68125678; et $\frac{68,125678}{5\frac{1}{5}} \times 10 = 12.773,56$.

D'où il résulte que, connaissant le produit d'un franc, à l'époque et au taux donnés, en retranchant 1 de ce produit, le reste multiplié par 100 et divisé par le taux, donne la valeur d'une annuité d'un franc, à la même époque. En sorte que, (N° 1165) 2,6532989 étant le produit d'un fr., après 20 ans,

le taux étant 5 p. $\frac{0}{0}$, $\frac{165,32989}{5} = 33,065978 =$ la valeur de 20 annuités d'un fr., ou de 20 versemens d'un fr. effectués au dernier jour de chaque année.

1169. En donnant 10.000 fr. par an, on donne chaque année 10.000 — 7.000 = 3.000 fr , à compte sur le capital. Donc, il s'agit de déterminer la somme dont on s'acquitte, au moyen de 20 versemens de 3.000 fr.

Dans ce cas, on aura l'accroissement d'un fr., après 20 ans, (N° 1165) = 2,6532989.

$\frac{16532989}{5} = 33,065978 =$ la valeur de 20 versemens d'un franc; et $33.065978 \times 3\,000 = 99.197,93 =$ la somme dont on s'est acquitté, en versant 3.000 fr. par an.

Donc on devra rendre $100.000 - 99,197,93 = 802,07$.

1170. Le produit d'un fr., après 28 mois, (N° 1145) = 1,14987233.

$\frac{14,987233}{\frac{1}{2}} = 29,974466 =$ la valeur de 28 versemens d'un fr.; et $29,974466 \times 50 =$ 1.498 fr. 72 c. = la valeur de 28 versemens de 50 fr.

1171. Après 1 an, 1 fr. vaut	1,075.
Intérêts pour 5...........	5375.
Intérêts pour 2 $\frac{1}{2}$..........	26875.
Après 2 ans, 1 fr. vaut.....	1,155625.
	5778125.
	2889062.
Après 3 ans, 1 fr. vaut.....	1,24229687.
	6211484.
	3105742.
Après 4 ans, 1 fr. vaut.....	1,33546913.

$\frac{33,546913}{7,50} = 4,47292$; 4.472,92 = le produit de 4 versemens de 1.000 fr.

$\frac{4.472,92}{1,33547} = 3.349,52 =$ la somme à recevoir sur-le-champ.

En effet,

Capital reçu		3.349,32.
Intérêts	pour 5 p. $\frac{0}{0}$	167,466.
	pour 2 $\frac{1}{2}$	83,733.
Somme due à la fin de la première année		3.600,519.
Donné à compte		1.000,000.
Reste		2.600,519.
Intérêts	pour 5 p. $\frac{0}{0}$	130,02595.
	pour 2 $\frac{1}{2}$	65,01297.
Somme due à la fin de la deuxième année.		2.795,55792
Donné à compte		.000,00000.
Reste		1.795,55792.
Intérêts	pour 5 p. $\frac{0}{0}$	89,77789.
	pour 2 $\frac{1}{2}$	44.88895.
Somme due à la fin de la troisième année.		1.930,22476
Donné à compte		1 000,00000.
Reste		930,22476.
Intérêts	pour 5 p. $\frac{0}{0}$	46,51124.
	pour 2 $\frac{1}{2}$	23,25562.
Somme due à la fin de la quatrième année.		999,99162.

En donnant à cette époque 1.000 fr., on s'acquitte des 3.349 fr. 32 c. reçus et de leurs intérêts. Donc, on s'est acquitté en 4 paiemens égaux de 1.000 fr., et le capital demandé = 3.349 fr. 32 c.

1172. On a vu (N° 1152) que 10 versemens d'un fr. valaient 12,77356; d'où il résulte que 10 versemens de 10.000 fr. valent 12 773,56. Donc, il ne s'agit que de trouver la somme à donner immédiatement pour toucher 12.773,56, après 10 an, le taux étant 5 $\frac{1}{5}$ p. $\frac{0}{0}$.

Dans ce cas (N° 1154), pour avoir 1,6812, il faut placer 1 fr.

Pour avoir 1 fr., il faut placer $\frac{1 \text{ fr.}}{1,6812}$.

Pour avoir 12.773,56, il faudra placer $\frac{12.773,56}{1,6812}$ = 7.597,88.

Donc, dans tous les cas, on résoudra les questions ana-

logues à celles-ci, en déterminant d'abord la valeur des versemens au taux et à l'époque voulus, pour diviser le résultat par le produit d'un fr. à la même époque.

Voir la question suivante.

1173. Après 10 ans (N° 1165), 1 fr. vaut 1,62889462.

$$\frac{62{,}889462}{5} = 12{,}5778924.$$

12,5778924 × 1.500 = 18.866,84 = le produit de 10 versemens de 1.500 fr.

$$\frac{18.866{,}84}{1{,}628895} = \frac{1886684 0000}{1628895} = 11.882{,}60 =$$ la somme à recevoir sur-le-champ.

1174. Après 4 ans (N° 1138), 1 fr. vaut 1,4641.

$$\frac{46{,}41}{10} = 4{,}641\,;\ 4{,}641 \times 15.773{,}54 = 73.204{,}999 = 73.205$$

= le produit de 4 versemens de 15.773,54.

$$\frac{73.205}{1{,}4641} = \frac{732050000}{14641} = 50.000 =$$ le capital à recevoir immédiatement.

1175. On a vu (N° 1165) que l'accroissement d'un franc, après 20 ans, était = à 2,6532989. Donc (N° 1152),

$$\frac{165{,}32989}{5} = 33{,}065978 =$$ la valeur de 20 versemens d'un fr.

Or, puisque chaque année, les intérêts sont payés à part, il en résulte que l'on n'a réellement que 100.000 fr. à acquitter, et que si, pour avoir 33,065978, on doit verser 1 fr., pour avoir 1 fr. on doit verser $\frac{1 \text{ fr.}}{33{,}066}$.

Pour avoir 100.000 francs, on doit verser $\frac{100.000}{33.066} =$

$$\frac{100000000}{33066} = 3.024{,}25.$$

Donc, il faudra verser chaque année 7.000 fr. + 3.024,25 = 10.024,25 = 10,02425 p. % du capital reçu.

1176. $\frac{500 \times 100}{12500} = \frac{500}{125} = 4 =$ le taux auquel l'argent est placé. Donc, il s'agit de s'acquitter en 4 paiemens égaux,

effectués à la fin de chaque année, du capital 12.500 et de ses intérêts à 4 p. $\frac{0}{0}$.

Après 1 an, 1 fr. vaut..................	1,04.
Intérêts..............................	416.
Après 2 ans, 1 fr. vaut................	1,0816.
Intérêts..............................	43264.
Après 3 ans, 1 fr. vaut................	1,124864.
Intérêts..............................	4499456.
Après 4 ans, 1 fr. vaut................	1,16985856.

Et (N° 1152) $\frac{16,985856}{4} = 4,246464 =$ la valeur de 4 annuités d'un fr.; $\frac{1,16985856}{4,246464} = 0,27549 =$ l'annuité à servir pour s'acquitter d'un fr., et $0,27549 \times 12,500 = 3.443$ = celle à servir pour s'acquitter de 12.500 fr.

1177. Après 10 ans (N° 1165), 1 fr. vaut 1,6288946.

$\frac{62,889462}{5} = 12,5778924 =$ la valeur de 10 versemens d'un fr.

$\frac{1,62889}{12,5779} =$ l'annuité à servir pour s'acquitter d'un fr.

$\frac{1,62889 \times 11582,60}{12,5779} =$ celle à servir pour s'acquitter de

$11.58260 = \frac{18.866 78}{12,5779}$.

$\frac{188667800}{125779} = 1.499,997$, etc. $= 1.500$ fr.

1178. Après 4 ans (N° 1138), 1 fr., à 10 p. $\frac{0}{0}$, vaut 1,4641.

$\frac{46,41}{10} = 4,641 =$ la valeur d'une annuité d'un fr., après 4 ans, ou le produit de 4 versemens.

$\frac{1,4641}{4,641} =$ l'annuité à servir pour s'acquitter d'un fr.

Et (N° 1152) $\frac{1,4641 \times 50000}{4,641} = \frac{73205000}{4641} = 15773,54$
= celle à servir pour s'acquitter de 50.000 fr. en 4 ans.
(*Voir* 404, 2e édition.)

1179. Après 2 ans (N° 1138), 1 fr., à 10 p. $\frac{0}{0}$, vaut 1,21.
(N° 1153), $\frac{21}{10}$ = 2,10 = la valeur d'une annuité d'un fr., après 2 ans.

Mais, pour 1 fr. reçu, on doit s'acquitter, après 2 ans, de 1,21, et, pour 1200, on doit s'acquitter de 1,21 × 12000 = 14.520 fr.; d'où il résulte que si, pour avoir 2,10, on doit donner 1 fr. par an, pour avoir 1 fr., on devra donner $\frac{1 \text{ fr.}}{2,10}$.

Pour avoir 14.520 fr., on doit donner $\frac{14.520}{2,1}$ = 6914,28 c.

(*Voir* 403 de la 2e édition.)

1180. Après 1 an, 1 fr., à 6 $\frac{1}{4}$, vaut	1,062500.
Intérêts de la deuxième année.....	63750. 2656.
Après 2 ans......................	1,128906.
Intérêts de la troisième année......	67734. 2823.
Après 3 ans......................	1,199463.

1,1289 × 11995 = 1,3541 = le produit après 5 ans.
1,3541 × 1,1289 = 1,5286 = le produit, après 7 ans.
1,5286 × 1,1289 = 1,7256 = le produit, après 9 ans.
1,7256 × 1,1289 = 1,9480 = le produit, après 11 ans.
1,9480 × 1,0625 = 2,0698 = le produit, après 12 ans.

Donc,

5.000 f., après 11 ans, valent	1,9480 × 5000 =	9.740 fr.
2.000 fr., après 9 ans, valent	1,7256 × 2000 =	3.451 fr.
1.500 fr., après 7 ans, valent	1,5286 × 1500 =	2.293 fr.
1.000 fr., après 5 ans, valent	1,3541 × 1000 =	1,354 fr.
	Total de la somme due à l'emprunteur	16.838 fr.

Mais il donne 12000 fois, 2,0698 pour les 12.000 francs, pendant 12 ans, ou 24.838.

24.838 — 16.838 = 8.000 fr.

$\frac{35,4}{6,25}$ (1252) = 5,664 ; $\frac{8.000}{5,664}$ = 1.412 fr. = l'annuité à payer, suivant l'énoncé.

1181. Premier capital.	1,000000.
Intérêts de l'année. . . . . {	50000.
	25000.
Fin de la première année. .	1,075000.
Intérêts de l'année. . . . . {	53750.
	26875.
Fin de la deuxième année. .	1,155625.
Intérêts de l'année. . . . . {	57781.
	28891.
Fin de la troisième année. .	1,242297.
Intérêts de l'année. . . . . {	62115.
	31057.
Fin de la quatrième année. .	1,335469.
Intérêts de l'année. . . . . {	66773.
	33387.
Fin de la cinquième année.	1,435629.

1,435629 × 1,435629 = 2,06103 = le produit de 10 ans ; 2,06103 × 2,061 = 4,24783 = le produit de 20 ans.

4,2478 × 1,43563 = 6,0983 = le produit de 25 ans ; et 60.983 fr. = le produit de 10.000 fr., pendant le même temps.

La solution de cette question et celle des huit suivantes se déduisent des principes établis précédemment, et présentent l'enchaînement de toutes les difficultés qui peuvent se présenter dans le calcul des annuités.

1182. Pour avoir 6,0983, dans 25 ans, (N° 1181) il faut verser 1 franc.

Pour avoir 60.983 fr., il faudra verser $\frac{60.983}{6,0983}$ = 10.000 fr.

1183. Après 25 ans, (N° 1181) 1 fr. vaut 6,0983 ; $\frac{509,83}{7,50}$ = 67,9773 ; 67,9773 + 5,0983 = 73,0756 = la somme acquise, après 25 ans, par un versement annuel d'un fr. ; et 7.307,56 = celle acquise par un versement de 100 fr.

1184. 25 versemens d'un franc valent (N° 1183) 73,0756;

$\frac{7.307 \text{ fr. } 56 \text{ c.}}{73,0756}$ = 100 fr. = la somme à verser.

1185. Le produit de 25 ans (N° 1181) = 6,0983; $\frac{509,83}{7,50}$ = 67,9773 = la valeur d'une annuité d'un fr., après 25 ans; 6.797 fr. 73 c. = celle d'une annuité de 100 fr.

1186. La valeur d'une annuité de 100 fr., après 25 ans, = (N° 1185) 6.797,73.

$\frac{6.797,73}{6,0983}$ = 1.114 fr., 69 c. = le montant de la somme demandée : le diviseur est le produit d'un fr., après 25 ans.

1187. 67,9773 = (N° 1185) la valeur d'une annuité d'un franc, après 25 ans.

$\frac{6,0988}{67,7773}$ = l'annuité à servir pour s'acquitter d'un franc.

$\frac{6,0983 \times 1114,69}{67,9773} = \frac{6797,73}{67,9773}$ = 100 fr. = l'annuité à servir.

1188. En opérant sur 100 fr., comme au (N° 1234) on a opéré sur 1 fr., on trouvera qu'en joignant les intérêts, chaque année, au capital, à la troisième opération, on a un produit = à celui demandé : donc il faut 3 ans, pour que 100 fr. produisent 124 fr. 23 c.

Par la même méthode, on résoudra toutes les questions analogues, et l'on obtiendra le nombre d'années demandé, en formant le produit successif, jusqu'à ce que l'on soit arrivé à celui qui est indiqué par l'énoncé.

1189. (88.)

1190. (La solution 87 de la deuxième édition est erronée.)

$\frac{750}{25 + 15 + 10}$ = 1 fr. 875.

(30 + 24 + 14) × 1,875 = 1.417 fr. 50 = le prix demandé.

1191. (602.)

1192. (603.)

1193. (604.)

1194. (605.)

1195. $545 \times 110 = 59.950$ toises = la superficie demandée, ou le nombre de toises carrées.

Dans cette question, les données ne seraient point dénaturées, en substituant le multiplicateur au multiplicande, parce que le terrain peut être considéré comme ayant 110 fois 545 toises, ou comme ayant 145 fois 110 toises; dans ce dernier cas, on aurait 110 toises $\times$ 145 = 59.950 toises.

Toutes les fois que les deux facteurs d'une multiplication indiquée, sont de même nature, l'on peut prendre indistinctement l'un des deux pour le nombre abstrait ou pour le multiplicateur.

1196. La superficie d'un terrain est = à sa longueur $\times$ la largeur. Donc on connaît le multiplicateur et le produit; donc le multiplicande ou la longueur du terrain est = à $\frac{9625}{35} = \frac{1925}{7} = 275$.

1197. $63 \times \frac{22}{7} = 9 \times 22 = 198$ pieds = la circonférence du cercle; et $\frac{198}{6} = 33$ toises; $2{,}50 \times 33 = 82$ fr. 50 c. = la somme que le jardinier doit recevoir. Le rapport approché du diamètre d'un cercle à sa circonférence est, suivant Archimède, comme 7 à 22.

Suivant Métius, il est comme 113 à 355.

Suivant Ludolphe, il est comme 1000 à 3141, etc.

Dans les calculs usuels, on emploie le premier de ces rapports, parce qu'il est plus simple et qu'il donne des résultats tellement approximatifs, qu'on peut les considérer comme exacts. Dans ce cas, lorsque le diamètre d'un cercle est exprimé par 7, la circonférence de ce cercle est exprimé par 22.

Donc, le diamètre étant 1, la circonférence est $\frac{22}{7}$. Donc quel que soit le diamètre donné, en multipliant $\frac{22}{7}$ par le nombre qui exprime le diamètre, on obtient les circonférences relatives, mais $\frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$. Donc, on aura la circonférence du cercle, en ajoutant $\frac{1}{7}$ du diamètre à son triple; alors $63 \times 3 = 189$; $189 + \frac{63}{7} = 198$.

1198. $\frac{90}{2,50} = 36$ = le nombre de toises contenues dans la circonférence; $36 \times 6 = 198$ = le nombre de pieds.

$\frac{198}{\frac{22}{7}} = 198 \times \frac{7}{22} = \frac{18 \times 7}{2} = 9 \times 7 = 63$ = le diamètre demandé.

Voir les deux questions précédentes.

1199. $\frac{198 \times 7}{22} = 9 \times 7 = 63$ = (N° 1198) le diamètre.

$\frac{63}{4} = 15\,\frac{3}{4}$; $198 \times 15\,\frac{3}{4}$ = (N° 1200) $3118\,\frac{1}{2}$ = le nombre de pieds demandé.

1200. *Voir* la solution précédente.

$63 \times 3\,\frac{1}{7} = 198$.

$\frac{63}{4} = 15\,\frac{3}{4}$; $198 \times 15\,\frac{3}{4} = 3118\,\frac{1}{2}$ = le nombre de pieds demandé. Règle générale : pour trouver la surface d'un cercle, il faut multiplier le quart de son diamètre par sa circonférence.

1201. $30 \times 30 = 900$; $15 \times 15 = 225$.

Si 900 toises ont coûté 1.500 fr.,

1 toise a coûté $\frac{1.500}{900}$,

225 toises coûteront $\frac{1.500 \times 225}{900} = 500 \times 75 = 375$ fr.

1202. Pour avoir la racine exacte du nombre, il est évident qu'il faudrait que le diviseur fût multiplié par 2, parce qu'alors le quotient serait divisé par le même nombre. Or, le diviseur est 4; donc, en le multipliant par 2, on aura 8, et ce nombre sera le diviseur d'un autre nombre qui donnera au quotient la racine carrée du dividende. Donc, dans ce cas, le quotient sera également 8. Donc le nombre $= 8 \times 8 = 64$.

1203. Si le nombre demandé était 10, en le multipliant par 10, il serait égal à son carré. Or, suivant l'énoncé, le produit n'est que $\frac{1}{3}$ du carré; donc le nombre 10 est trois fois trop petit, et il est égal à $10 \times 3 = 30$.

Toutes les questions qui se rapportent à celle-ci et à la

précédente, se résoudront par des raisonnemens analogues, et avec la même facilité.

1204 Soit $\frac{1}{1}$ le nombre : $\frac{1}{1} \times 15 = \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}$. Donc le nombre $= 15$, et cela est évident, puisqu'étant multiplié par lui-même, il donne le même produit que s'il était multiplié par 15.

1205. La réciproque du principe établi pour la solution suivante, donnera :

$\frac{77}{7} = 11 =$ le total des deux nombres, et les deux nombres sont 9 et 2.

Si la différence des nombres était 8 et la différence des carrés 208, on aurait $\frac{208}{8} = 26 =$ le total, etc.

1206. Si les nombres étaient égaux, la différence des carrés serait zéro.

S'ils étaient 6 et 5, leur différence serait 1, et la différence de leur carré serait $=$ à $6 \times 6 - 5 \times 5 = 36 - 25 = 11$. Donc, 1 de différence au nombre donne 11 de différence aux carrés, et, pour avoir une différence de 77 aux carrés, il faudra une différence entre les nombres $=$ à $\frac{77}{11} = 7$.

Mais 11 est le total des deux nombres ; donc, dans tous les cas, en divisant la différence des carrés par le total donné, on aura la différence qui existe entre les nombres demandés, et dont on connaît le total ; en connaissant la différence de deux nombres et leur total, on trouve sans difficulté chacun de ces nombres qui, suivant notre question, sont $\frac{11 - 7}{2} = 2$ et $2 + 7 = 9$.

Si le total donné était 26 et la différence des carrés 208, on aurait $\frac{208}{26} = 8 =$ la différence des deux nombres, donc le total est 26. Dans ce cas, le plus petit nombre $= \frac{26 - 8}{2} = 9$, et le plus grand $= 9 + 8 = 17$.

1207. Cette question se rapporte entièrement au (N° 1203) ; il s'agit de déterminer seulement le nombre qui, étant multiplié par 5, donne le sixième de son carré, et ce nombre $= 5 \times 6 = 30$. Alors,

La première personne a eu....... 30 fr.
La deuxième....... $30 \times 10 =$ 300
La troisième....... $30 \times 30 =$ 900
La quatrième... $\frac{300}{2} = \frac{900}{6} =$ 150

Et la somme totale a été de...... 1.380 fr.

1208. $\frac{110 \times 7}{22} = 5 \times 7 = 35$ = le diamètre du premier bassin.

$\frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$. $110 \times 8\frac{3}{4} = 962\frac{1}{2}$ = le nombre de pieds carrés qui exprime la superficie du premier bassin.

$\frac{220 \times 7}{22} = 10 \times 7 = 70$.

$\frac{70}{4} = 17\frac{1}{2}$. $220 \times 17\frac{1}{2} = 3.850$ = le nombre de pieds qui exprime la superficie du deuxième bassin. Donc, le rapport demandé est comme 3.850 à $962\frac{1}{2}$ = 7.700 à 1.925 = à la plus simple expression, 4 à 1. D'où il résulte que le rapport des circonférences étant 220 à 110 ou 2 à 1, celui des superficies est $2 \times 2 = 4$ à 1.

Si les rapports de la circonférence étaient 3 à 1, 4 à 1, etc., ceux de la superficie seraient $3 \times 3 = 9$ à 1; $4 \times 4 = 16$ à 1, etc.

1209. $870 + 188 + 500 + 355 = 1.813$ perches carrées = la contenance des 4 terrains réunis.

$45 \times 45 = 2.025$ = la contenance du terrain échangé. Donc, la personne a dû rendre la valeur de $2.025 - 1813 = 212$ perches; et, puisqu'elle a rendu 328 fr. 60 c., chaque arpent est estimé $\frac{328,60}{2,12} = \frac{32860}{212} = 155$ fr.

1210. Les $\frac{2}{3}$ des $\frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; la $\frac{1}{2}$ des $\frac{5}{6} = \frac{5}{12}$.

Donc, $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = 12$.

$\frac{1}{\frac{5}{12}} = 12 \times 2$.

$$\frac{1}{5} = \frac{12 \times 2}{12} = 2.$$

$$\frac{1}{1} = 2 \times 5 = 10 = \text{le nombre demandé.}$$

Si le carré, représenté par l'unité, divisé par la racine, représentée de même par l'unité, = 10, le nombre demandé est bien 10, comme on l'a trouvé; car, dans tous les cas, le quotient d'un carré, divisé par sa racine, est toujours égale à cette même racine.

On eût pu aussi parvenir au même résultat, sans employer les divisions successives; car, $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{12}} = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5}$.

Donc, $\frac{1}{2} \times \frac{12}{5} = 12.$

$$1 \times \frac{12}{5} = 12 \times 2.$$

$$1 \times 12 = 12 \times 2 \times 5.$$

$$1 \times 1 = \frac{12 \times 2 \times 5}{12} = 2 \times 5 = 10, \text{ etc.}$$

1211. Suivant l'énoncé, $\frac{1}{1}$ du premier nombre $\times \frac{2}{5}$ du même nombre, et divisé par $\frac{1}{7}$ de ce même nombre = 196; donc, $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{2}{5}}{\frac{1}{7}} = 196$, et $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{1}} = \frac{196 \times \frac{3}{2}}{7} = \frac{98 \times 3}{7} = \frac{294}{7}$ = 42. Donc, le premier nombre = 42, et les autres sont, suivant l'énoncé, 28 et 6.

1212. (625.)

1213. $124 + 129 = 253$; $\frac{253 + 1}{2} = 127$; $(127 \times 127) - 129 = 16.000$ = le nombre d'hommes demandé.

Voir la démonstration précédente. (N° 625, 2e édition.)

1214. $\sqrt{15.625} = 125$ = la longueur demandée.

1215. $3 \times 3 = 9$. $130 - 9 = 121$. $\sqrt{121} = 11$ = le plus grand nombre.

1216. $5 \times 3 = 15$; $\frac{31.230}{15} = 2.082$.

$\sqrt{2082} = 45,63$.

$5 \times 45,63 = 228,15$ = à moins d'un centimètre par la longueur.

$3 \times 45,63 = 136,89$ = la largeur.

1217. $3 \times 5 = 15$. $\frac{1.815}{15} = 121$ $\sqrt{121} = 11$.

$3 \times 11 = 33$ = l'un des nombres.

$5 \times 11 = 55$ = l'autre.

$33 \times 55 = 1.815$.

En effet, si les vrais nombres étaient 3 et 5, le produit serait 15, et il serait trop petit d'un nombre de fois = à 121. Or, pour que le rapport 3 et 5 ne change point, il faut multiplier les deux nombres qui le composent par un même nombre. Donc, pour que le produit 15 soit 121 fois plus fort, il faut multiplier 3 et 5 par la racine carrée de $121 = 11$.

1218. $\frac{80}{4} = 20$; $20 \times 20 = 400$ = la superficie du premier champ; $\frac{400 \times 7}{16}$ ou $\frac{100 \times 7}{4} = 25 \times 7 = 175$ = la superficie du second champ. Donc, puisque le contour de ce champ a encore 80 perches, il en résulte que le total de deux dimensions $= \frac{80}{2} = 40$, et que le produit = 175. Donc $\frac{40}{2} = 20$; $20 \times 20 = 400$; $400 - 175 = 225$ $\sqrt{225} = 15$; $20 + 15 = 35$ = la longueur; $20 - 15 = 5$ = la largeur.

1219. La longueur ayant 3 mètres, la largeur en a 2. $3 \times 2 = 6$; $\frac{33750}{6} = 5625$; $\sqrt{5625} = 75$; $3 \times 75 = 225$ = le nombre de mètres que contient la longueur; $2 \times 75 = 150$ = le nombre de mètres contenus dans sa largeur.

Donc les quatre murs de clôture auront ensemble $(225 \times 2 + 150 \times 2) \times 2{,}8 = 750 \times 2{,}8 = 2.100$ mètres de maçonnerie qui, à 15 fr. 40, font une somme = à $2.100 \times 15{,}40 = 32.340$ fr.

1220. $\sqrt{9} = 3$; $125 \times 3 = 375$ = la grandeur de chaque côté du nouveau terrain,

Ou $125 \times 125 = 15.625$; $15.625 \times 9 = 140.625$. $\sqrt{140.625} = 375$.

1221. Suivant l'énoncé, la différence de deux nombres = 2, et le produit = 20.163. Donc (N° 617) $\frac{2}{1} = 1$; $1 \times 1 = 1$.
$\sqrt{20163 + 1} = 142$; $142 \times 2 = 284$; $\frac{284 - 2}{2} = 141$ = la largeur; $141 + 2 = 143$ = la longueur.

1222. $\sqrt{7056} = 84$; $84 \times 3 = 252$ = le nombre de toises contenues dans chaque côté du terrain. $\frac{252}{4} = 63$. Les arbres rentrant de 4 toises $63 - 1 = 62$ = le nombre d'arbres contenus dans chaque ligne.

$62 \times 6 + 56 \times 6 = 372 + 336 = 708$ = le nombre d'arbres demandés.

1223. (627.)

1224. (626.)

1225. $42 \times 42 + 1200 = 2964$.
$\sqrt{2964} = 54$, et il reste 48; $54 - 42 = 12$; $\frac{12}{2} = 6$. Donc il y aura 54 hommes, sur chaque face; il seront sur 6 de hauteur, et il en restera 48 qui rendraient le carré inexact.

En effet, puisque le centre doit contenir 42 hommes, sur chaque côté, il est évident que le carré extérieur représente un carré pouvant contenir les hommes qui tiendraient dans la place vide, plus ceux qui composent le régiment. Dans ce cas, en supprimant les 48 hommes qui rendent le carré inexact, on trouve 54, pour chaque côté de ce carré; et en divisant par 2 la différence de 54 à 42, on a 6 pour représenter la hauteur des rangs: ce qui fait qu'on a, d'abord, 6 lignes de 54 hommes, 42 lignes de 12, et ensuite 6 de 54. En tout, $324 + 504 + 324 = 1152$ hommes.

1226. Suivant l'énoncé,

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{1} + \frac{3}{1} = 90.$$
$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{3}{2} = 45.$$

Donc le carre d'un nombre et une fois $\frac{1}{2}$ ce même nombre = 45.

Donc cette question se rapporte encore aux précédentes, et l'on a :

$$\frac{1\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{2 \times 2};\ \frac{3}{2 \times 2} \times \frac{3}{2 \times 2} = \tfrac{9}{16}.$$

$$\sqrt{45 + \tfrac{9}{16}} = \sqrt{\frac{729}{16}} = \frac{27}{4}.$$

$$\frac{27}{4} \times 2 = \frac{27}{2} = 13\tfrac{1}{2};\ \frac{13\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2}}{2} = 6 =$$ le nombre demandé.

1227. Suivant l'énoncé, le produit de A par B = 10 fois celui de A par A.

Donc, $\frac{A \times B}{10} = A \times A$; $\frac{B}{10} = A$; donc, 100 sont partagés de manière que la première partie A = 10 fois la deuxième B. Donc, la plus petite partie $B = \frac{100}{10 + 1} = 9\frac{1}{11}$, et la plus grande $B = 100 - 9\frac{1}{11} = 90\frac{10}{11}$.

1228. (633.)

1229. (624.)

1230. $9 \times 9 = 81$; $12 \times 12 = 144$; $16 \times 16 = 256$. $81 + 144 + 256 = 481$. Il faut donc partager 4.329 en trois parties proportionnelles à 81, 144 et 256.

Alors chaque nombre doit être multiplié par $\frac{4.329}{481} = 9$, dont la racine carrée est 3.

Ainsi, $9 \times 3 = 27 =$ le premier nombre.
$12 \times 3 = 36 =$ le deuxième.
$16 \times 3 = 48 =$ le troisième.

1231. 20 étant la somme des deux nombres; il en résulte que, $\frac{1}{1}$ étant supposé le plus grand nombre, $20 - \frac{1}{1}$ sera le plus petit.

Dans ce cas, $\frac{1}{1} = 20 \times 20 - \frac{1}{1}$.
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 400 - \frac{20}{1}$.
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{20}{1} = 400$.

Donc $\frac{20}{2} = 10$; $10 \times 10 = 100$; $400 + 100 = 500$.

$\sqrt{500} = 22,36$, à moins d'un centime près.

$32,36 - 10 = 12,36 =$ la plus grande partie.
Et $20 - 12,36 = 7,64 =$ la plus petite.
(*Voir* le N° 1265.)

1232. Soit $\frac{1}{1}$ le plus petit nombre.
$(\frac{1}{1} + 23 \times \frac{1}{1} + 23) + \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 1369.$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{23}{1} + 529 + \frac{23}{1} + \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 1369.$
$\frac{2}{1} \times \frac{2}{1} + \frac{46}{1} = 840.$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{23}{1} = 420.$

Alors $\frac{23}{2} = 11,5$; $11,5 \times 11,5 = 132,25$; $132,25 + 420 = 532,25$. $\sqrt{532,25} = 23,5$; $23,5 + 23,5 = 47$. $\frac{47 - 23}{2} = \frac{24}{2} = 12 =$ le plus petit nombre; $12 + 23 = 35 =$ le plus grand. (*Voir* le N° 1265.)

1233. $8 \times 8 = 64$; $49 \times 2 = 98$.
$98 - 64 = 34 =$ la somme des deux carrés. Donc, suivant l'énoncé, $49 - 34 = 15 =$ le produit de deux nombres dont la somme est 8 : donc (N° 1235) $\frac{8}{2} = 4$; $4 \times 4 = 16$; $16 - 15 = 1$. $\sqrt{1} = 1$; $4 - 1 = 3 =$ le plus petit nombre; $8 - 3 = 5 =$ le plus grand.

1234. $32 + 32 = 64$; $80 - 64 = 16$.
$\sqrt{16} = 4 =$ la différence d'un nombre à l'autre; donc la différence est 4, le produit 32, et (N° 1157) $\frac{4}{2} = 2$; $2 \times 2 = 4$; $32 + 4 = 36$. $\sqrt{36} = 6$; $6 + 6 = 12 =$ le total. $\frac{12 - 4}{2} = 4 =$ le plus petit; $12 - 4 = 8 =$ le plus grand.

1235. (618.)

1236. Quelles que soient les parties;
4 fois la grande $\times$ 6 fois la petite $= 144000$.
1 fois la grande $\times$ 6 fois la petite $= \frac{144000}{4}$.
1 fois la grande $\times$ 1 fois la petite $= \frac{144000}{4 \times 6} = 6000$.

Maintenant la question est réduite à cette expression : la somme de deux nombres est 230, et leur produit est 6000; quels sont ces deux nombres? Donc cette question se rapporte entièrement à la précédente; et l'opération suivante conduit à la solution.

$\frac{230}{2} = 115$; $115 \times 115 = 13.225$.

$13.225 - 6.000 = 7.225$.

$\sqrt{7.225} = 85$; $115 + 85 = 200 =$ le plus grand nombre; $115 - 85 = 30 =$ le plus petit.

1237. (619.)

1238. Puisque, dans leur état primitif, le premier nombre est trois fois plus fort que le deuxième; il est clair qu'en multipliant ces nombres par eux-mêmes, le premier devient $3 \times 3 = 9$ fois plus grand que le deuxième : donc la somme des carrés représente le total de deux nombres, dont l'un est 9 fois plus grand que l'autre. Dans ce cas, puisque le total $= 640$, le plus petit des deux carrés $= \frac{640}{10} = 64$. Donc $\sqrt{64} = 8 =$ le plus petit nombre; et $8 \times 3 = 24 =$ le plus grand.

En effet, le deuxième nombre étant 8, le premier est 8×3; donc on a $8 \times 3 \times 8 \times 3 + 8 \times 8 = 640$. Or, en changeant les facteurs de place, on ne change rien au produit de la multiplication : donc $8 \times 8 \times 3 \times 3 + 8 \times 8 = 640$, ou $64 \times 9 + 64 = 640$. Donc le premier nombre est bien $=$ à 9 fois le plus petit; ce qui est applicable à tous les cas semblables.

Si l'on disait : de deux nombres, l'un est 11 fois plus fort que l'autre, et la somme de leur carré $= 1098$, on aurait : $11 \times 11 = 121$; $\frac{1098}{121 + 1} = 9$. $\sqrt{9} = 3 =$ le petit nombre; $3 \times 11 = 33 =$ le grand.

1239. $90 \times 2 = 180$.
$12 \times 12 = 144$.

Différence. . . . . $= 36$. $\sqrt{36} = 6 =$ la différence des deux nombres dont le total est 12. Donc, $\frac{12 - 6}{2} = 3 =$ le plus petit, et $3 + 6 = 9 =$ le plus grand.

Cette solution est applicable à tous les cas analogues. Si l'on eût donné 27 pour le total des nombres ; et 405 pour le total des carrés, on aurait eu

$405 \times 2 = 810.$
$27 \times 27 = 729.$

$81. \quad \sqrt{81} = 9 =$ la différence, etc.

1240. Si le quart du triple du carré n'était pas diminué de 12, sa valeur serait $=$ à $180 + 12 = 192$. Dans ce cas, $192 \times 4 = 768 =$ le triple du carré, et $\frac{768}{3} = 256 =$ le carré, dont la racine $= \sqrt{256} = 26 =$ le nombre demandé.

1241. Suivant l'énoncé, $\frac{1}{1}$ ou la première part $\times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ de la même part, divisé par $\frac{1}{1} \times \frac{1}{5} = 243$.

Donc, $\dfrac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}}{\frac{1}{1} \times \frac{1}{5}} = 243.$

En réduisant, on a $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = 243$.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 243 \times 3 \times 4 = 243 \times 12 = 2.916$. $\sqrt{2.916} = 54 =$ la première part ; d'où ou déduit 18 ; 13,50 et 10,80 pour les parts des trois autres, etc.

1242. Suivant l'énoncé, $\frac{1}{2}$ du nombre $\times \frac{1}{3}$ du même nombre $+ \frac{1}{2}$ de ce nombre $= 30$.

Donc, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 30.$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{1} = 60.$
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{3}{1} = 180.$

Donc, le carré d'un nombre, $+ 3$ fois ce même nombre, $= 180$, et, comme pour la question précédente, $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$; $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$; $\sqrt{132\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{729}{4}} = \frac{27}{2}$; $\frac{27}{2} \times 2 = 27$; $\frac{27 - 3}{2} = 12 =$ le nombre demandé.

1243. $\frac{1}{1}$ ou la part du premier $\times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6}$ de la même part, et divisé par cette même part ou $\frac{1}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = 59.049$.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 59.049 \times 2 \times 4 \times 3 \times 6 = 59.049$

$\times$ 144 = 8.503.056 = la première part multipliée 3 fois par elle-même ou élevée à la quatrième puissance; mais, en prenant le carré d'une quatrième puissance, on a le carré de cette puissance, et, en prenant le carré de ce carré, on a sa racine; or, $\sqrt{8.503.056} = 2.916$, et $\sqrt{2.916} = 54$. Donc, la première part = 54, et par suite, la deuxième = 27, la troisième = 13,50, la quatrième = 18, et la cinquième = 9.

1244. Si le carré du nombre n'était point augmenté de 25, il serait égal à $74 - 25 = 49$. Donc, sa racine $= \sqrt{49} = 7$ = le nombre demandé.

1245. $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{5} = 10.125.$

$$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{5} \times \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{5} = \frac{10.125}{5} = 2.025.$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2\,025}{5 \times 5} = 81.$$

$$\frac{1}{15} \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 9.$$

$$\frac{1}{15} \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{15} = 1.$$

Donc, le nombre demandé = 15.

Ou $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 10.125 \times 5 = 50.625.$

$\sqrt[2]{50.625} = 225$. $\sqrt[2]{225} = 15$, etc.

1246. 1°. $100 + (48 \times 2) = 196.$

$\sqrt{196} = 14$ = le total des deux nombres.

2°. $100 - 48 \times 2 = 100 - 96 = 4.$

$\sqrt{4} = 2$ = la différence.

3°. $\frac{14 - 2}{2} = 6$ = le plus petit nombre.

$6 + 2 = 8$ = le plus grand.

La première partie de cette solution est déduite du principe que le carré de la somme de deux nombres est égal au carré de ces deux nombres augmenté du double de leur produit, c'est-à-dire que, suivant la question, $(8 \times 8) + (6 \times 6) + (8 \times 6) \times 2 = (8 + 6) \times (8 + 6) = 196.$

En effet, $8 \times 8 = 64$; $6 \times 6 = 36$.

En ajoutant 6 à 8 et 8 à 6, pour avoir le carré du total des deux nombres ou de 14, on augmente le produit, dans le

premier cas, de 8×6; dans le second, de 6×8. Or, 8×6 ou $6 \times 8 = 48$, le produit est augmenté de deux fois 48, et, puisque 8 et 6 sont les deux nombres donnés, l'augmentation est égale au double du produit de ces deux nombres. Donc, connaissant la somme des carrés de deux nombres et leur produit, on obtiendra toujours le total de ces deux nombres, en ajoutant à la somme des carrés le produit doublé, pour extraire la racine carrée du total, qui sera la somme demandée.

Par la réciproque du même principe, en déduisant de la somme des carrés le double du produit, au lieu de l'ajouter, il doit nécessairement rester un nombre égal au carré de la différence, suivant la question. $\sqrt{100 - 96} = 2 =$ la différence, d'où il résulte que, connaissant la différence 2 et le total 14, on détermine sans difficulté la valeur de chaque nombre.

1247. (608.)

1248. (609.)

1249. (610).

1250. (611.)

1251. Soit $\frac{1}{1}$ le nombre.
Les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.
La $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{6} = \frac{1}{12}$.
Donc, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{12} = 6$.
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{12} = 6 \times 2 = 12$.
$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 144$.
Et si le nombre multiplié par lui-même $= 144$, ce nombre $= \sqrt{144} = 12$.

1252. (612.)

1253. (613.)

1254. (614.)

1255. (615.)

1256. (616.)

1257. (617.)

1258. Puisque la différence entre chaque âge est 18 mois, il est évident que la différence entre l'âge du plus jeune et celui du plus âgé $= 18 \times 2 = 36$ mois $= 3$ ans. Donc, la question est réduite à déterminer la valeur de deux nombres

dont la différence est 3 et le produit 180. Dans ce cas, (P. 1257.) on aura ;

$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$.

$180 + 2\frac{1}{4} = 182\frac{1}{4}$; $\sqrt{\frac{729}{4}} = \frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$; $13\frac{1}{2} + 13\frac{1}{2} = 27$ = le total des deux nombres ; $\frac{27 - 3}{2} = 12$ = le plus petit ; $12 + 3 = 15$ = le plus grand. Donc, les trois âges demandés sont 12 ; $(12 + 1\frac{1}{2}) = 13\frac{1}{2}$ et 15.

1259. (628.)

1260. (629.)

1261. (630.)

1262. (631.)

1263. (632.)

1264. *Voir* le N° suivant.

$\frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = 12\frac{1}{4}$.

$144 + 12\frac{1}{4} = 156\frac{1}{4} = 156{,}25$.

$\sqrt{156{,}25} = 12{,}50$; $12{,}50 + 12{,}50 = 25$; $\frac{25 - 7}{2} = \frac{18}{2} = 9$ = le nombre demandé.

1265. (634.)

1266. (635.)

1267. (636.)

1268. (637.)

1269. (638.)

1270. (639.)

1271. (640.)

1272. (642.)

1273. (643.)

1274. (644.)

1275. (645.)

1276. (646.)
1277. (647.)
1278. (648.)
1279. (649.)
1280. (650.)
1281. (651.)
1282. (652.)
1283. (653.)
1284. (654.)
1285. (655.)
1286. (656.)
1287. (657.)
1288. (622.)
1289. (623.)
1290. (620.)
1291. (621.)
1292. (606.)
1293. (607.)

1294. Lorsque la multiplication a lieu, la différence entre les deux nombres est = à 10; car le plus grand est égal au nombre demandé + 5, et le plus petit est égal à ce même nombre — 5. Donc, la différence 10 étant connue ainsi que le produit 96, on aura, (P. 1255) pour le nombre demandé, $\frac{10}{5} = 5; 5 \times 5 = 25; 96 + 25 = 121. \sqrt{121} = 11$. On eût pu dire aussi : le nombre augmenté de 5, multiplié par ce même nombre diminué de 5 = 96; mais, en augmentant le multiplicande de 5, on augmente le produit de 5 fois le multiplicateur; en diminuant le multiplicateur de 5, on diminue le produit de 5 fois le multiplicande, qui alors est composé du nombre demandé, augmenté de 5. Or, avant la mutation, le multiplicateur et le multiplicande étant semblables, il en résulte que le produit n'est réellement diminué que de 5 fois 5 ou de 25. Donc le nombre demandé, multiplié par lui même, moins 25 = 96. Donc le carré de ce nombre = 96 + 25; et le nombre = $\sqrt{121} = 11$, comme nous l'avons déja trouvé.

1295. 10×10 donneraient un produit $=$ à 100 ; mais par l'augmentation et la diminution, on se trouve dans le même cas de la question précédente, et l'on a 100, moins le carré du nombre demandé $= 51$. Donc ce carré $= 100 - 51 = 49$; et le nombre demandé $= \sqrt{49} = 7$.

1296. En prenant $\frac{1}{1}$ pour le nombre des personnes, on aurait :

$\frac{175}{\frac{1}{1}} =$ la somme payée par chacun, si tout le monde eût payé. Or il y a réellement 2 personnes de moins ; donc celles qui sont restées et qui ont payé 10 fr. de plus, ont payé $\frac{175}{\frac{1}{1} - 2} - \frac{175}{\frac{1}{1}} = 10$; $175 - \frac{\frac{175}{1} - 350}{\frac{1}{1}} = \frac{10}{1} - 20$; $\frac{175}{1} - (\frac{175}{1} - 350) = \frac{10}{1} \times \frac{10}{1} - \frac{20}{1}$; $\frac{10}{1} \times \frac{10}{1} - \frac{20}{1} = 350$: donc $\frac{2}{2} = 1$; $1 \times 1 = 1$. $\sqrt{35 + 1} = 6$; $6 - 1 = 5 =$ le nombre des personnes qui ont payé, et elles ont déboursé chacune $\frac{175}{5} = 35$ francs.

(*Voir* le N° suivant.)

1297. En représentant le nombre primitif des voyageurs par $\frac{1}{1}$, il est évident que $\frac{342}{\frac{1}{1}} =$ ce que payerait chaque voyageur, s'il ne s'en était point échappé ; mais les 19 fr., payés de plus par chaque voyageur qui reste, doivent faire précisément la somme qu'auraient payée les voyageurs échappés : donc, comme tous les voyageurs devaient payer la même somme, il en résulte que $\frac{19 \times (\frac{1}{1} - 3)}{3} = \frac{342}{\frac{1}{1}}$. Cette égalité nous conduira au résultat demandé, en réduisant successivement les portions ; alors on aura :

1°. $\frac{19 \times \frac{1}{1} - 3}{3} = \frac{342}{\frac{1}{1}}$.

2°. $19 \times \frac{1}{1} - 3 = \frac{1026}{\frac{1}{1}}$.

3°. $\frac{19}{1} - 57 = \frac{1026}{\frac{1}{1}}$.

4°. $(\frac{19}{1} - 57) \times \frac{1}{1} = 1026$.
5°. $\frac{19}{1} \times \frac{1}{1} - \frac{57}{1} = 1026$.
6°. $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} - \frac{5}{1} = 54$.

Donc le carré du nombre primitif des voyageurs, moins 3 fois ce même nombre, $= 54$. Donc (N° 1266) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$; $54 + 2\frac{1}{4} = 56\frac{1}{4}$. $\sqrt{56\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{225}{4}} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$; $7\frac{1}{2} \times 2 = 15$; $\frac{15 + 3}{2} = 9 =$ le nombre primitif des voyageurs, etc.

1298. En représentant le prix du cheval par $\frac{1}{1}$, le gain du maquignon sera $=$ à $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{100}$. Donc pour obtenir ce gain, il a dû vendre le cheval $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{100} + \frac{1}{1}$. Or le prix de vente $= 119$ francs : donc la centième partie du carré d'un nombre $+$ ce même nombre, $= 119$; $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{1}{1} \times 100 = 1190$; et conséquemment cette question se rapporte aux précédentes, et l'on aura : $\frac{100}{2} = 50$; $50 \times 50 = 2500$; $\sqrt{11900 + 2500} = \sqrt{14400} = 120$; $120 \times 2 = 240$; $\frac{240 - 100}{2} = 70$ écus $=$ le prix coûtant du cheval.

1299. Suivant l'énoncé, le carré du nombre, moins 9, est égal à 123 — ce même nombre; donc, si on ne retranchait pas 9 du carré, sa valeur serait augmentée d'autant, et l'on aurait, en représentant le nombre demandé par $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 132 - \frac{1}{1}$.

Donc 132, — le nombre demandé, $=$ le carré de ce même nombre; et par suite, le carré du nombre $+$ ce même nombre $= 132$. Donc cette question ainsi réduite se rapporte aux (P. 1265 et 1285); et l'on aurait $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $\sqrt{132\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{259}{4}} = \frac{23}{2}$; $\frac{23}{2} \times 2 = 23$; et $\frac{23 - 1}{2} = 11 =$ le nombre demandé.

1300. En désignant par $\frac{1}{1}$ le nombre des bœufs, $\frac{80 \text{ louis}}{\frac{1}{1}}$ = le prix de chaque ; et en supposant que la personne en ait eu 4 de plus pour la même somme, $\frac{80 \text{ louis}}{\frac{1}{1}+4}$ =, dans ce cas, le nouveau prix auquel reviendraient les bœufs. Donc, suivant l'énoncé, $\frac{80}{\frac{1}{1}+4} = \frac{80}{\frac{1}{1}} - 1$.

$\frac{\frac{80}{1}}{\frac{1}{1}+4} = 80 - 1 \times \frac{1}{1}$.

$\frac{80}{1} = \frac{80}{1} + 320 - \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} - \frac{4}{1}$.

$\frac{4}{1} + \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 320$.

Donc le carré du prix payé plus 4 fois ce prix = 320.

Dans ce cas, $\frac{4}{2} = 2$; $2 \times 2 = 4$.

$320 + 4 = 324$; $\sqrt{324} = 18$.

$18 - 2 = 16$ = la valeur de $\frac{1}{1}$. Donc la personne a acheté 16 bœufs, et elle les a payés pièce $\frac{80}{16} = 5$ louis. Si elle en eût eu 4 de plus, elle en aurait eu 20 qui lui auraient coûté $\frac{80}{20} = 4$ louis $= 5 - 1$.

Voir les numéros précédens.

1301. Si l'acheteur avait eu 3 aunes de plus, il en aurait eu $\frac{1}{1} + 3$ pour 180 écus ; et chaque pièce lui aurait coûté $\frac{180 \text{ écus}}{\frac{1}{1}+3}$. Donc, par la nature de l'énoncé, $\frac{180 \text{ écus}}{\frac{1}{1}} = \frac{180 \text{ écus}}{\frac{1}{1}+3}$ — 3 écus. Maintenant, pour arriver à la plus simple expression possible de calcul, nous aurons successivement :

1°. $\frac{180}{\frac{1}{1}} - 3 = \frac{180}{\frac{1}{1}+3}$.

2°. $180 - \frac{3}{1} = \frac{\frac{180}{1}}{\frac{1}{1}+3}$.

3°. $60 - \frac{1}{1} = \frac{\frac{60}{1}}{\frac{1}{1}+3}$.

4°. $\frac{60}{1} + 180 - (\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{3}{1}) = \frac{60}{1}$.

5°. Et enfin, en retranchant des deux quantités égales $\frac{60}{1}$ ce qui ne détruit pas l'égalité, il restera $180 - (\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{5}{1}) = 0$. Or, si, en retranchant $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + \frac{5}{1}$ de 180, il ne reste rien, il est évident que ces deux valeurs sont égales, et que le carré du nombre d'aunes demandé plus trois fois ce nombre $= 180$.

Donc, suivant les démonstrations précédentes,

$$\frac{3}{2} = \frac{3}{2};\ \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\,\frac{1}{4}.\ \sqrt{132\,\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{729}{4}} = \frac{27}{2};$$

$$\frac{27}{2} \times 2 = 27;\ \frac{27 - 3}{2} = 12 = \text{le nombre d'aunes demandé.}$$

La deuxième réduction a eu lieu, en multipliant 5 et 180 par $\frac{1}{1}$, pour faire disparaître le diviseur $\frac{1}{1}$ de la première expression.

La troisième a eu lieu, en divisant 180, $\frac{5}{1}$ et $\frac{180}{1}$ par 3, pour réduire à $\frac{1}{1}$ les $\frac{5}{1}$ de la deuxième expression.

La quatrième a eu lieu, en multipliant 60 et $\frac{1}{1}$ par $\frac{1}{1} + 3$, pour faire disparaître le diviseur $\frac{1}{1} + 3$ de la troisième expression.

1302. (641.)

1303. (659.)

1304. Suivant le rapport établi par la question, le premier gain étant $\frac{1}{1}$, le deuxième est $\frac{5}{7}$ de $\frac{1}{1} = \frac{5}{7}$; le troisième est les $\frac{3}{17}$ de $\frac{5}{7} = \frac{15}{119}$. Donc, le premier gain étant $\frac{1}{1}$, les deux autres sont les $\frac{5}{7}$ et les $\frac{15}{119}$ de ce même gain; donc, lorsqu'on multiplie le premier par le deuxième, le deuxième par le troisième et le troisième par le premier, on a :

(Le premier gain $\times$ ses $\frac{5}{7}$) + (les $\frac{5}{7}$ de ce même gain $\times$ ses $\frac{15}{119}$) + ce même gain $\times$ $\frac{15}{119}$, c'est-à-dire le premier gain $\times$ ses $\frac{507}{833}$. Donc la question se réduit à cette expression, un nombre, multiplié par les $\frac{507}{833}$ de ce même nombre, donne pour produit $3.830\,\frac{2}{3}$. Dans ce cas,

$\frac{1}{1} \times \frac{505}{833} = 3.830\,\frac{2}{3}$.

$\frac{1}{1} \times \dfrac{505 \times 3}{833} = 11492$.

$\frac{1}{1} \times 505 \times 3 = 11492 \times 833 = 9.572.836$.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \dfrac{9.572.836}{505 \times 3} = \dfrac{9.572.836}{1521}$.

Donc le carré du premier gain $= \dfrac{9.572.836}{1521}$; et ce gain $=$

$\sqrt{\frac{9.572.836}{1521}} = \frac{3094}{39} = \frac{238}{39} = 79\frac{1}{3}$; et par suite, le 2e gain $= \frac{79\frac{1}{3} \times 3}{7} = \frac{238}{7} = 34$; et le troisième $= \frac{79\frac{1}{3} \times 15}{119}$ $= \frac{1190}{119} = 10.$

1305. Suivant l'énoncé, quel que soit le nombre des associés, le fonds qu'ils ont dans le commerce est égal à 10 fois le carré de ce même nombre, qui, étant représenté par $\frac{1}{1}$, donne $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times 10$. Or, puisque sur chaque 100 fr. le facteur gagne deux fois autant d'écus qu'il y a d'associés, ou $\frac{1}{1} \times 2$, il en résulte que son bénéfice $= \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times 10 \times \frac{1}{1} \times 2}{100} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{5}$.

Par suite, la centième partie de ces gains $\times 2\frac{2}{9} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times 2\frac{2}{9}}{5 \times 100} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{25 \times 9} = \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{225}$. Donc cette dernière expression est égale à $\frac{1}{1}$; c'est-à-dire que le nombre des associés, multiplié trois fois par lui-même et divisé par 225, est égal à une fois ce même nombre : donc $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{225} = \frac{1}{1}$; $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times 225$. En retranchant de chaque valeur $\frac{1}{1}$, ce qui ne change rien, (No 111) l'égalité ne sera pas détruite, et l'on aura : $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 225$; et $\frac{1}{1} = \sqrt{225} = 15$. Donc il y avait 15 associés.

1306. (658.)

1307. 1 fr., augmenté de ses $\frac{3}{5}$, $= 1$ fr. $+ \frac{1 \times 3}{5} = 1$ fr., 60 : donc, après 8 ans, 1 fr. vaut 1,60; et dans ce cas,

$\sqrt{1,6} = 1,2649 =$ le produit de 4 ans.

$\sqrt{1,2649} = 1,1247 =$ le produit de 2 ans.

$\sqrt{1,247} = 1,0605 =$ le produit de 15 ans.

Donc le taux demandé $= 106,05 - 100 = 6,05$ p. $\frac{0}{0}$.

1308. $8 \times 4 \times 4 = 128$ = le nombre de pieds cubes contenus dans une corde; $128 \times 42 = 5376$ = ceux contenus dans 42 cordes = le produit des trois dimensions que doit avoir le bûcher.

Or, sur les trois dimensions, deux sont connues et sont égales à $16 \times 14 = 224$: donc 5376 sont le produit de la longueur ou de la dimension inconnue, multipliée par 224; et conséquemment cette longueur est = à $\frac{5376}{224} = 24$ pieds.

1309. $\frac{198 \times 7}{22} = 9 \times 7 = 63.$

$\frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$; $198 \times 15\frac{3}{4} = 3118$ pieds $\frac{1}{2}$ = (N° 1308) le nombre de pieds carrés contenus dans la surface; $3118\frac{1}{2} \times 4 = 12.474$ = le nombre de pieds cubes que contiendrait le bassin.

Or un muid contient un nombre de pouces cubes = à $288 \times 48 = 13.824$, qui, réduits en pieds cubes, équivalent à $\frac{13.824}{1728} = 8$ pieds : donc le bassin contient $\frac{12474}{8} = 1559\frac{2}{8} = 1559$ muids $\frac{1}{4}$, lorsqu'il est plein.

1310. $5.062\frac{1}{2} \times 288 \times 48 = 69.984.000$ = le nombre de pouces cubiques équivalant à 5.062 muids $\frac{1}{2}$.

$$\frac{5.062\frac{1}{2} \times 288 \times 48}{(12 \times 12 \times 12) \times (6 \times 6 \times 6)} = \frac{5.062\frac{1}{2}}{3 \times 3 \times 3} = \frac{10.125}{27 \times 2}$$

$= 187\frac{1}{2}$ = le nombre de toises cubes nécessaire à contenir les 5.062 muids $\frac{1}{2}$.

Or la profondeur du bassin doit être de 5 pieds, soit $\frac{5}{6}$ de toises : le produit de la largeur par la longueur est donc = à $\frac{187\frac{1}{2}}{\frac{5}{6}} = \frac{187\frac{1}{2} \times 6}{5} = \frac{375 \times 6}{10} = 225$; et la pièce étant carrée, chaque côté est égal à $\sqrt{225} = 15$.

1311. Si le cube était divisé par le carré exact, on aurait : $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}} = \frac{1}{1}$, en supprimant les facteurs communs. Donc, en divisant le cube d'un nombre par le carré du même nombre, on obtient ce nombre, ce qui est évident; car diviser un cube par son carré, c'est diviser un produit par l'un de ses

facteurs. Or, suivant l'énoncé, le quotient n'est que les $\frac{2}{3}$ de ce qu'il devrait être; donc, en supposant $\frac{1}{1}$ pour le cube, on aura :

$$\frac{\frac{1}{1}}{\frac{2}{3}} = 13\tfrac{1}{2};\quad \frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{3}} = 27.$$

$$\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{1}} = 9 = \text{le nombre demandé.}$$

1312. $\frac{44 \times 7}{22} = 2 \times 7 = 14.$

$\frac{44}{4} = 11;\ 11 \times 14 \times 4 = 616 =$ la quantité de pieds qui exprime la capacité du premier bassin. Donc chaque dimension du second bassin devra être égale à $\sqrt[3]{616} = 8{,}51$ à très-peu près $= 8$ pieds 6 pouces.

1313. $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{4} = 432.$

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{4}{4} = 1728.$

$\sqrt[3]{1728} = 12.$

Ou $\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{4} = 432.$

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{432}{4}.$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{432}{4 \times 4} = \frac{432}{16}.$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{12} = \frac{432}{10 \times 3} = \frac{432}{48}.$

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{432}{48 \times 3} = \frac{432}{144}.$

$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{432}{144 \times 3} = \frac{432}{432} = 1.$

Donc 12 = le nombre demandé.

1314. $\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{2}} + 14\tfrac{1}{4} = 100.$

$\frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{\frac{1}{1}} + 7\tfrac{1}{8} = 50.$

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} + 7\tfrac{1}{8} = 50.$

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 50 - 7\tfrac{1}{8} = 42\tfrac{7}{8} = \frac{343}{8}.$

$\sqrt[3]{\frac{343}{8}} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} =$ le nombre demandé.

1315. Pour qu'un nombre soit 1.029 fois plus fort, il faut qu'il soit multiplié par 1.029.

Or, suivant l'énoncé,

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{9} = \frac{1029}{1}$.

Donc $\frac{1}{1} \times \frac{\frac{1}{1} \times \frac{1}{1}}{9} = 1.029$.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{9} = 1.029$.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 1.029 \times 9 = 9.261$.

$\sqrt[3]{9.261} = 21 =$ le nombre demandé; ou sans extraction de racines,

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 9.261$.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{9.261}{9} = 343$.

$\frac{1}{21} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{343}{7} = 49$.

$\frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{3} = \frac{49}{7} = 7$.

$\frac{1}{21} \times \frac{1}{21} \times \frac{1}{21} = 1$. Donc, $\frac{1}{1} = 21$, etc.

1316. *Il faut ajouter, dans la question, que le premier terrain est 4 fois plus long que large.*

1°. $\frac{1}{1} \times \frac{1}{4} = 676$; $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{676}{4} = 169$. $\sqrt{169} = 13$ pieds = la largeur du 1er terrain; $\frac{676}{13} = 52 =$ la longueur.

2°. $104 + 104 + 13 + 13 = 130$ perches = la longueur des fossés réunis qui, évalués en pieds, $= 130 \times 18$; $\frac{6+3}{2} \times 5 = 4\frac{1}{2} \times 5 =$ l'évaluation de la largeur et de la profondeur. Alors, $\frac{130 \times 18 \times 4\frac{1}{2} \times 5}{6 \times 6 \times 6} = \frac{52.650}{216} =$ l'évaluation en toises cubiques des trois dimensions du fossé, et la somme à payer $= \frac{52.650 \times 3}{216} = \frac{2.925}{4} = 731^{\#}\ 5^{s}$.

3°. $351 \times 100 = 35.100$ pieds ; $\frac{52.650}{35.100} = 1$ perche 6 pieds = l'augmentation en hauteur du deuxième terrain.

4°. $\sqrt[3]{52.650} = 37,48 = 37$ pieds $\frac{12}{25}$ = la hauteur qu'aurait eu la terrasse faite avec la terre du fossé.

1317. $\frac{15+9}{2} = 12$ = la largeur du fossé = 2 toises.

$648 \times 2 \times \frac{10}{6} = \frac{1.296 \times 5}{3} = 432 \times 5 = 2.160$ = le nombre de toises cubiques enlevées des fossés; $2.160 + \frac{2.160}{10} = 2.376$ = la capacité de la terrasse; or, suivant l'énoncé, les rapports des dimensions sont $18\frac{9}{16}$, 1 et $\frac{1}{4}$.

Donc, la hauteur étant $\frac{1}{1}$, la largeur serait $\frac{4}{1}$, et la longueur $\frac{297}{4}$.

Dans ce cas, $\frac{1}{1} \times \frac{4}{1} \times \frac{297}{4} = 2.376$ toises.

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{297}{1} = 2.376.$

$\frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{2.376}{297} = 8.$

Et la $\sqrt[3]{8}$ étant 2, la hauteur est de 2 toises; la hauteur étant 2 toises, la largeur est $2 \times 4 = 8$, et la longueur $= 18\frac{9}{16} \times 8 = 148$ toises $\frac{1}{2}$.

1318. Le rapport des dimensions est $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{12}$. Donc,

$\frac{1}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{12} = 768.$

$\frac{1}{12} \times \frac{8}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{768}{12} = 64.$

$\frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{64}{8} = 8.$ $\sqrt[3]{8} = 2$ = la douzième partie de la première dimension; donc cette dimension = 24; la deuxième = 16; la troisième = 2.

En continuant, on aurait eu directement :

$\frac{1}{24} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{24} = 1.$ $\sqrt[3]{1} = 1$ = la vingt-quatrième partie de la première dimension, etc.

1319. Suivant l'énoncé,

$\frac{15}{15} \times \frac{5}{15} \times \frac{5}{15} = 99.840.$

$\frac{15}{15} \times \frac{1}{15} \times \frac{5}{15} = 19.968.$

$\frac{15}{15} \times \frac{1}{15} \times \frac{1}{15} = 6.656.$

$\frac{1}{13} \times \frac{1}{13} \times \frac{1}{13} = 512$. $\sqrt[3]{512} = 8$; $8 \times 13 = 104 =$ la première dimension, etc.

Ou, en suivant,

$\frac{1}{26} \times \frac{1}{26} \times \frac{1}{26} = \frac{512}{8} = 64.$

$\frac{1}{52} \times \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \frac{64}{8} = 8.$

$\frac{1}{104} \times \frac{1}{104} \times \frac{1}{104} = 1.$

Donc, la première dimension $= 104$ pieds, la deuxième $= \frac{104 \times 5}{13} = 8 \times 5 = 40$, et la troisième $= 8 \times 3 = 24$.

1320. 10.000 fr. ont produit 19,559,80.
1 fr. a produit 1,955980.

$\sqrt[2]{1,9956980} = 1,3998 =$ le produit après six ans.
$\sqrt[2]{13998} = 1,18260 =$ le produit après trois ans.
$\sqrt[3]{1,18260} = 10575 =$ le produit après un an.
Donc, le taux demandé $= 5,75$ p. $\frac{0}{0}$.

En suivant cette méthode, on résoudra toutes les questions analogues, dans lesquelles la quantité d'années est exprimée par un nombre divisible par 2 et par 3, sans reste. Si les racines 5e et 7e étaient faciles à extraire, on résoudrait de même toutes celles dont les années seraient exprimées par un nombre divisible exactement par 5 et par 7 ; mais les opérations seraient tellement longues et fastidieuses, qu'on a renoncé à l'extraction des racines pour les cas semblables, qui se résolvent avec la plus grande facilité, en employant les logarithmes ou les tables d'intérêts composés et des annuités. J'ai donné, dans ma *Nouvelle Théorie des Intérêts composés et des Annuités* *, tous les développemens dont cette partie des calculs est susceptible. Les démonstrations sont appuyées de nombreux exemples, et les problèmes les plus compliqués sont toujours résolus par des méthodes purement arithmétiques et indépendantes de toutes formules algébriques.

* Le Libraire-Editeur vend les *Logarithmes*, ou les *Tables d'Intérêts composés et des Annuités*, 1 vol. in-8o, grand-raisin, 3 fr. 75 c.

FIN DES SOLUTIONS.

Imprimerie d'A. Pihan Delaforest, rue des Noyers, n. 37.

K.S.
H.S.



